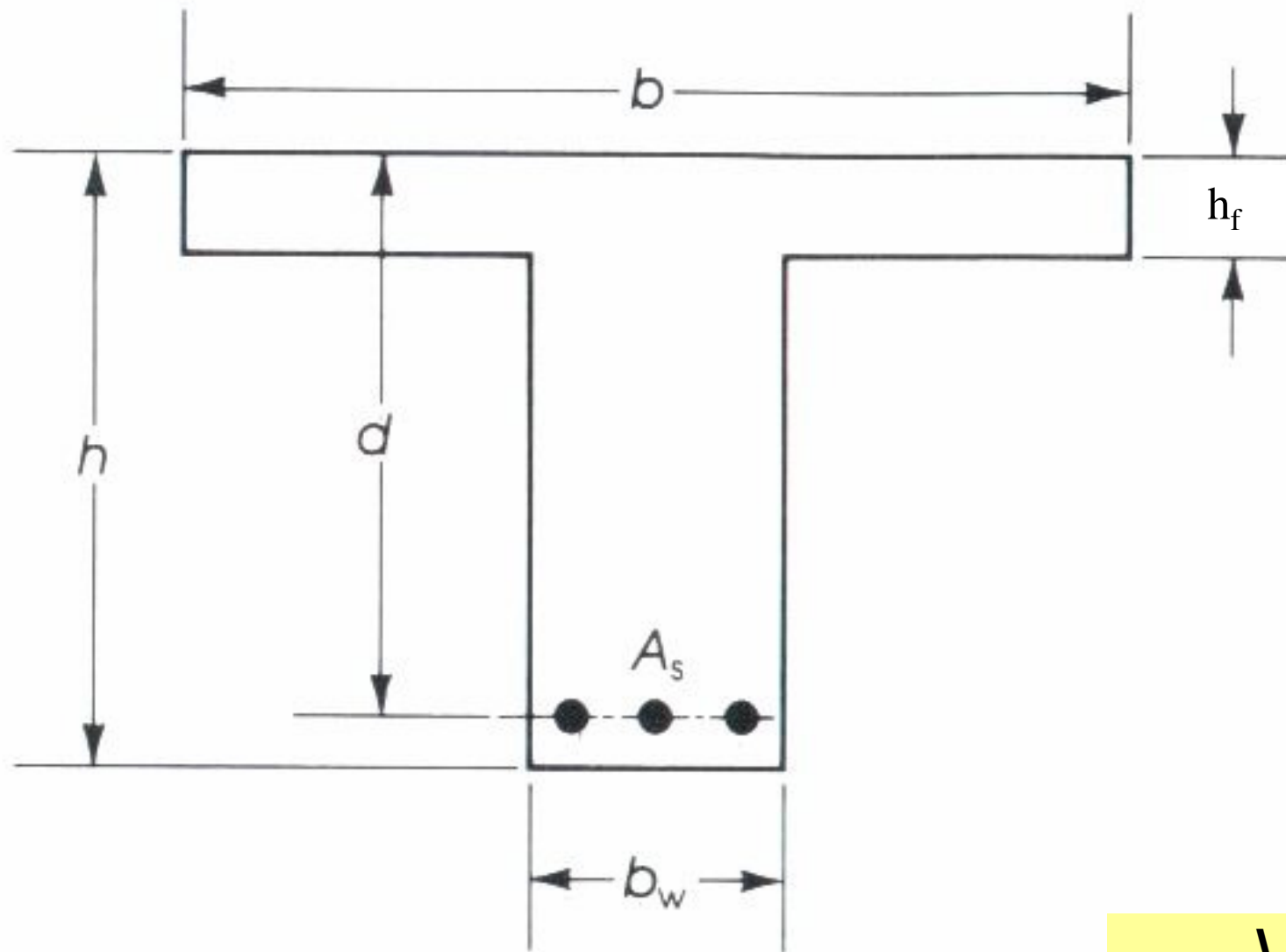


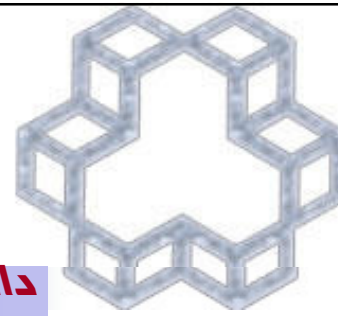
# طراحی برای خمش

## فصل سوم مقطع T و L شکل

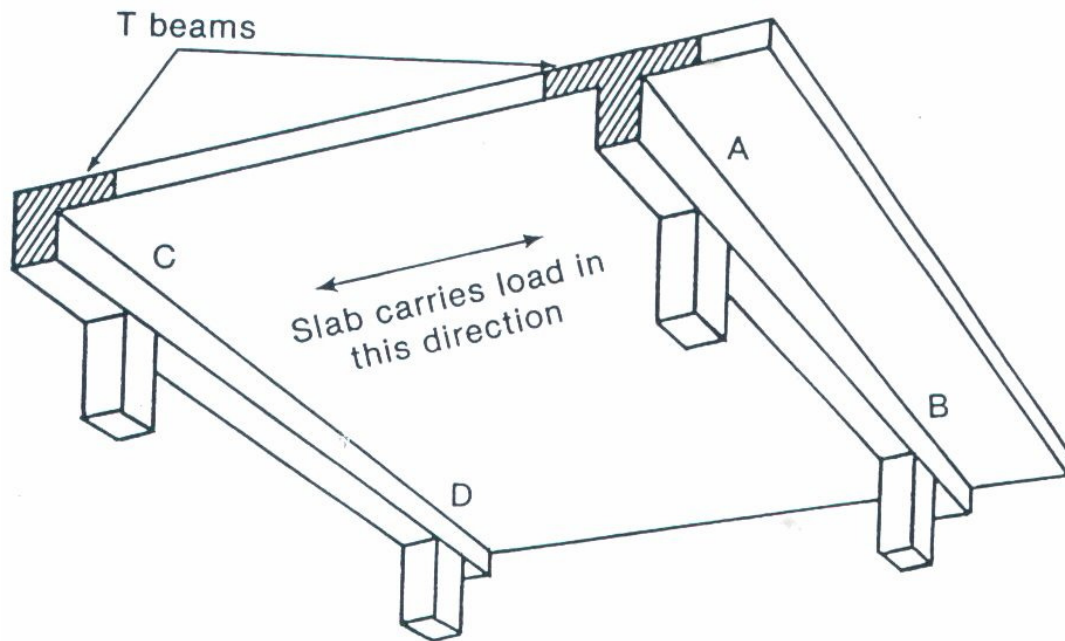


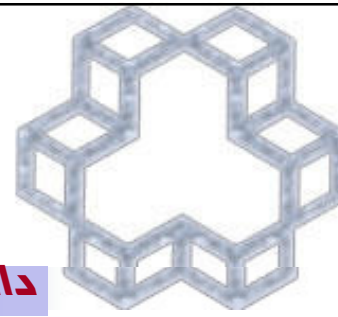
### جزوه بتن ۱

تدوین : دکتر سید بهرام بهشتی

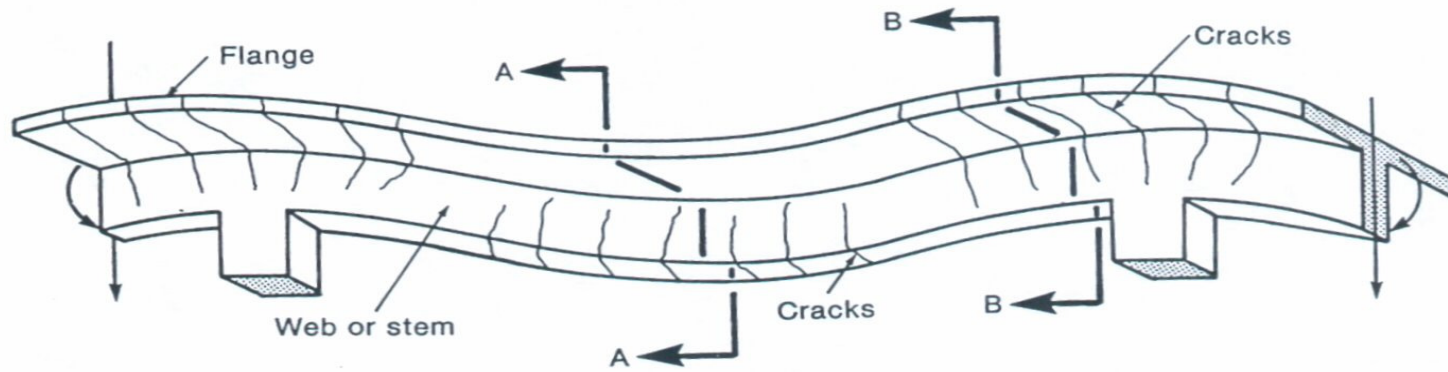


معمولاً دال کف و تیرها بشکل یکپارچه اجرا می گردند. لذا دال به عنوان بال بالایی تیر L و T شکل عمل می کند. فلسفه انتخاب یک مقطع بال دار بجای مقطع مستطیلی، حذف قسمت هایی از بتن مقطع تیر است که در کشش قرار گرفته و به خصوص در لحظه نهایی مقاومت خمشی تیر، وجود آن تاثیری بر مقاومت نمی گذارد. این امر موجب کاهش مصرف بتن و سبک شدن میشود.

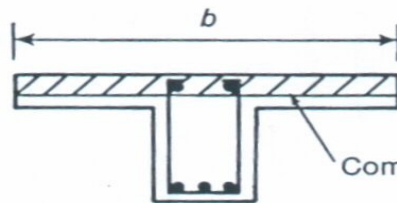




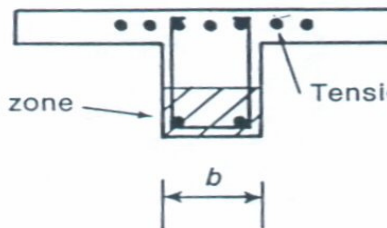
بسته به قرار گیری تیر در ناحیه لنگر مثبت یا منفی رفتار تیر متفاوت است:  
✓ در ناحیه لنگر مثبت اگر محور خنثی در محدوده ضخامت دال قرار گیرد، تیر مانند مقطع مستطیلی عمل میکند و در غیر اینصورت به مانند مقطع T شکل



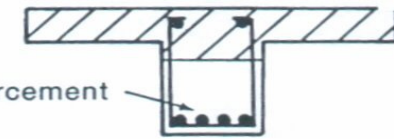
(a) Deflected beam.



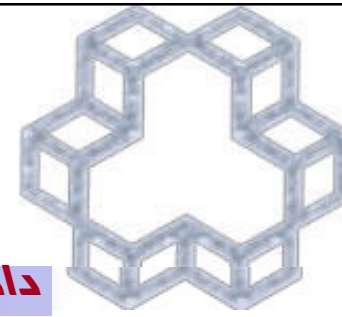
(b) Section A-A  
(rectangular  
compression  
zone).



(c) Section B-B  
(negative moment).



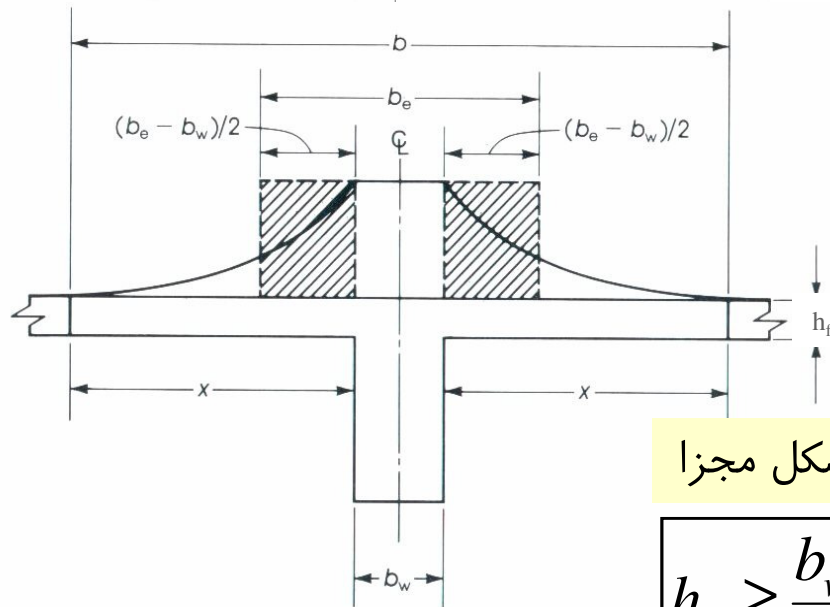
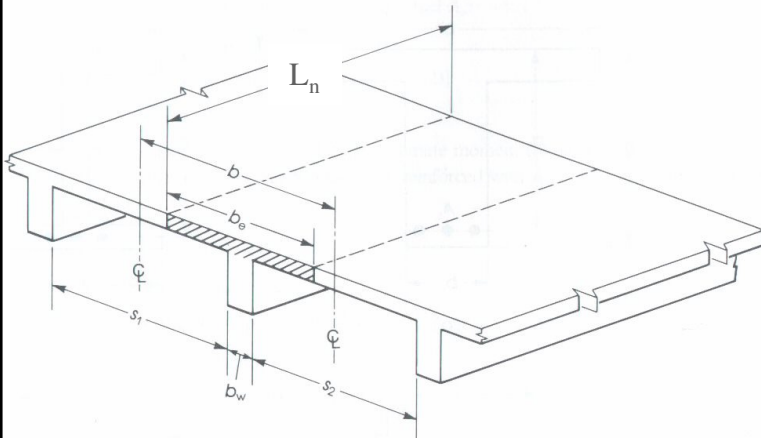
(d) Section A-A  
(T-shaped  
compression  
zone).



## عرض موثر بال ( $b_{eff}$ )

بخشهایی از بال که نزدیک جان قرار دارند تحت تنش بسیار بالایی نسبت به بخشهای دور از جان قرار دارند.

$b_{eff}$  بیانگر عرضی است که چنانچه بطور یکنواخت تحت تنش قرار گیرد دارای همان نیروی فشاری است که در ناحیه فشاری در عرض واقعی ایجاد می گردد. این عرض بستگی به نوع بارگذاری و شرایط تکیه گاهی، فاصله تیرها و سختی نسبی دال ها به تیرها دارد.



شکل T مجزا

$$h_f \geq \frac{b_w}{2}$$

$$b_{eff} \leq 4b_w$$

در صورت رعایت نشدن از اضافه بال صرفه نظر می کنیم.

## معیارهای آیین نامه ایران برای تعیین عرض موثر

شکل L

$$b_{eff} \leq \frac{L_n}{12} + b_w$$

$$\leq 6h_f + b_w$$

$$\leq b_{actual} = b_w + (\text{clear dist. to next web})$$

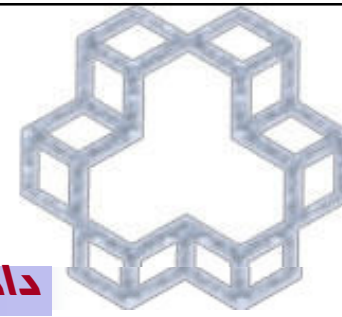
شکل T

تیر ساده      تیر سرتاسری

$$b_{eff} \leq \frac{L_n}{4}, \frac{2L_n}{5}$$

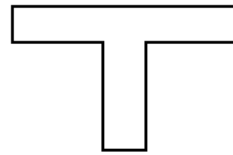
$$\leq 16h_f + b_w$$

$$\leq b_{actual}$$

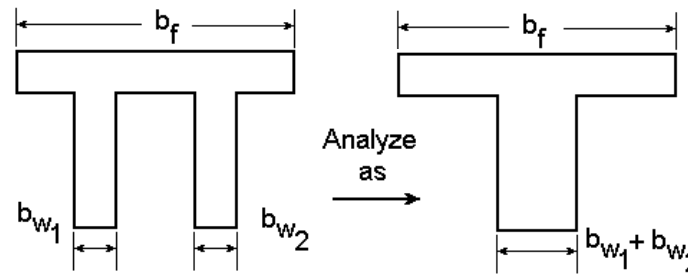


شکل های مختلف مقطع T شکل:

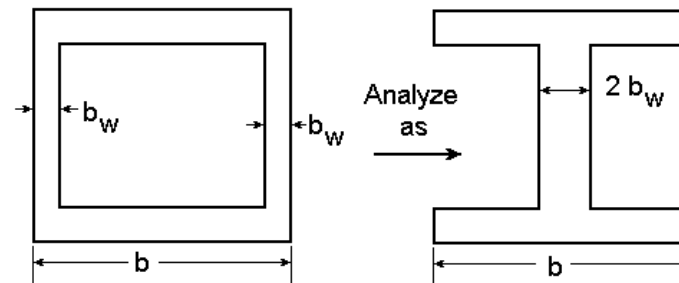
Single Tee

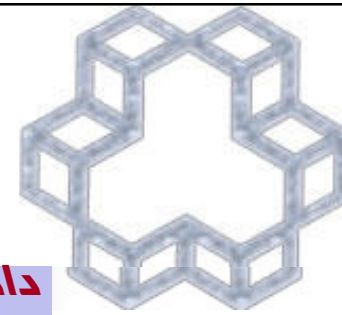


Twin Tee



Box



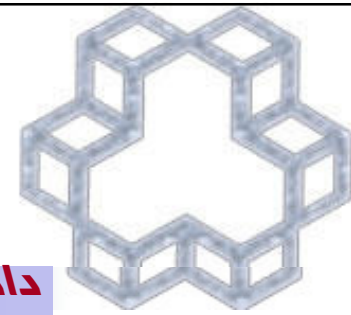


## سایر مقاطع بالدار:

### الف) مقاطع L شکل :

مقاطع L شکل ممکن است به صورت مجزا و یا همراه با دال اجرا شوند. چنانچه یک مقطع L شکل به صورت مجزا ساخته شود یک مقطع نامتقارن محسوب می شود. تیری که با این مقطع ساخته شده و تحت بار قرار گیرد، برای تغییر شکل قائم و جانبی بین تکیه گاهها آزاد خواهد بود.

در یک مقطع نامتقارن ( مثل L شکل مجزا ) اگر تار خنثی به صورت افقی واقع شود مرکز سطح نیروهای فشاری در بال با مرکز سطح نیروهای کششی در میلگردها، در یک صفحه قائم قرار نگیرفته و بنابراین نیروهای داخلی مقطع علاوه بر لنگر مقاوم حول محور افقی لنگر مقاومی حول محور قائم نیز ایجاد خواهند کرد که این مساله با لنگر ناشی از بارهای خارجی که فقط حول محور افقی است همخوانی ندارد. بدین ترتیب اجبارا تار خنثی باید به صورت مورب قرار گیرد و بررسی این مقطع تحت خمش باید به روش ویژه ی مقاطع نامتقارن صورت گیرد. با این وجود مقاطع L شکل که به صورت پیوسته با دال ساخته شده باشند و توسط دال به تیرهای میانی T شکل وصل شوند، به دلیل پیوستگی با سایر اجزا آزادی لازم جهت تغییر شکل جانبی بین تکیه گاهها را ندارد در نتیجه تار خنثی به اجبار باید خیلی نزدیک به حالت افقی واقع شود در این حالت تیر را می توان در حالت معمولی بررسی کرده و آنالیز و طراحی آن را مشابه تیرهای T شکل انجام داد.

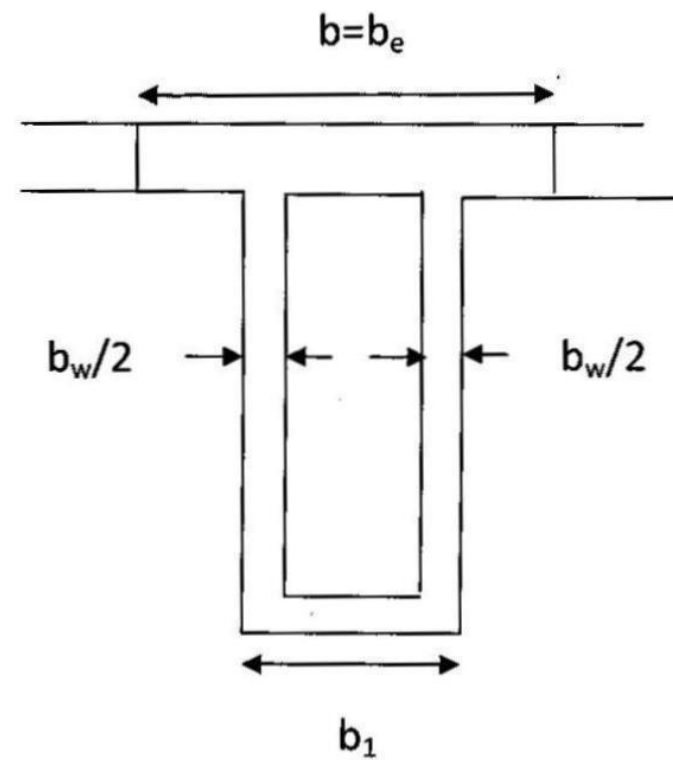
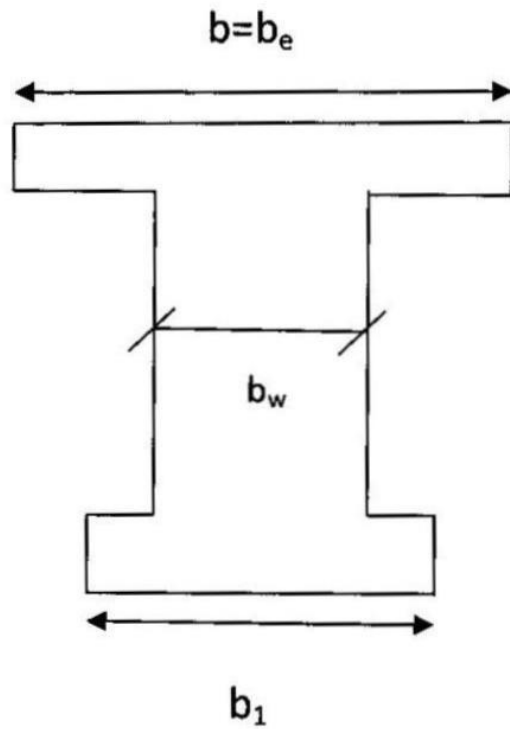
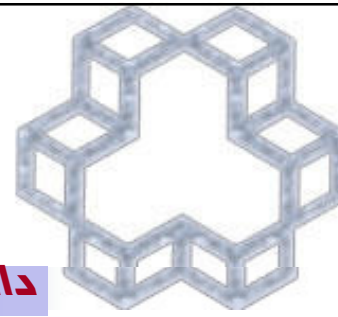


## (ب) مقاطع I شکل :

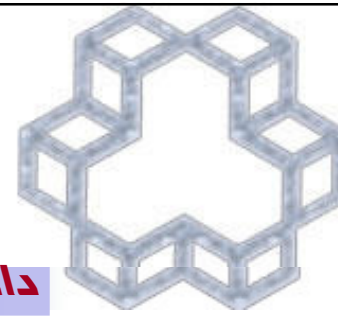
از آنجا که وجود یا عدم وجود بال کششی در یک مقطع I شکل تاثیری در رفتار خمشی مقطع در لحظه باربری ندارد، آنالیز یا طراحی این مقطع را می توان دقیقاً مشابه مقطع T شکل انجام داد.

## (ج) مقاطع توخالی قوطی شکل :

رفتار خمشی یک مقطع توخالی قوطی شکل دقیقاً مشابه یک مقطع T شکل ( یا I شکل ) است. این مقطع فقط به دلیل رفتار بهتر تحت پیچش به صورت مجوف ساخته شده. در آنالیز و طراحی می توان فرض کرد که دو قسمت جان به هم متصل باشند تا ظاهر یک مقطع T شکل ( یا I شکل ) حاصل شود. بدیهی است که کنترل عرض موثر در یک مقطع قوطی شکل باید بر اساس مقدار مجاز برای عرض موثر بال از لبه های جان در دو طرف مقطع صورت گیرد این بدان معناست که در روابط  $b_1$  به جای  $b_w$  جانشین می شود که  $b_1$  فاصله افقی بیرون ترین خطوط قائم لبه های جان در مقطع قوطی شکل است.

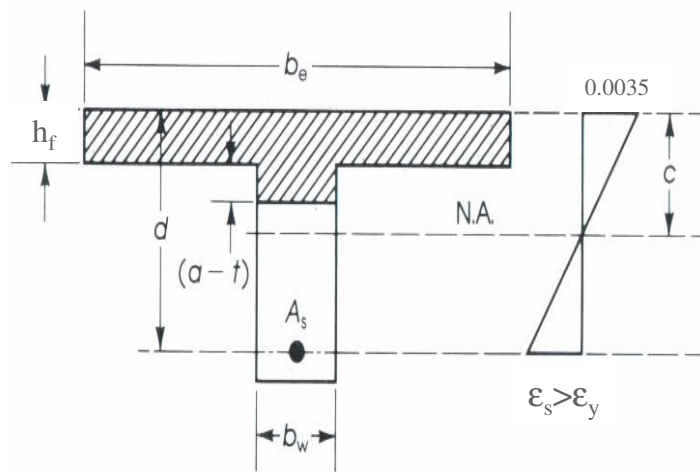




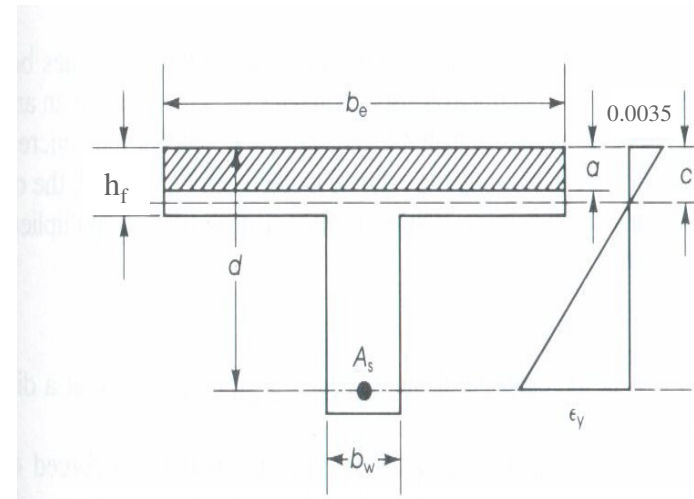


## تحلیل مقطع T شکل:

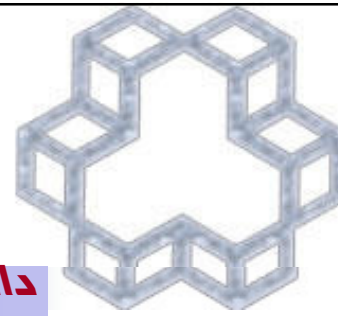
در هر دو حالت ۱ و ۲ که در زیر آمده است، فرض می‌کنیم که فولاد کششی جاری شده است. این فرض در مقطع T شکل در جهت اطمینان است، چون اگر فولاد کششی جاری نشود تا رخشی را به سمت پایین می‌کشد و  $a$  حاصله قطعا بزرگتر از  $a$  با فرض جاری شدن فولاد کششی است.



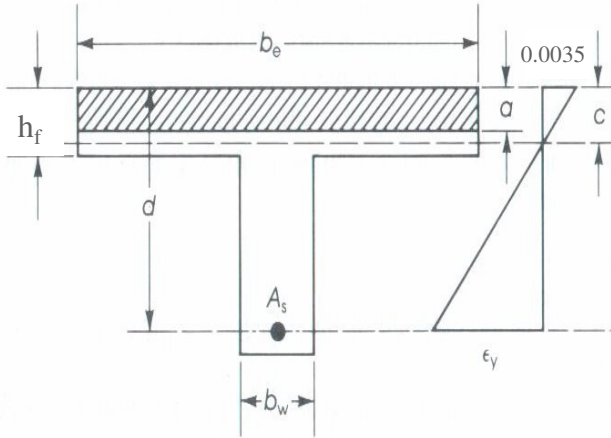
حالت ۲



حالت ۱



## حالت ۱:



$$a \leq h_f$$

$$\varepsilon_s \geq \varepsilon_y \Rightarrow f_s = f_{yd}$$

$$T = C \Rightarrow a = \frac{A_s f_{yd}}{\alpha f_{cd} b_{eff}}$$

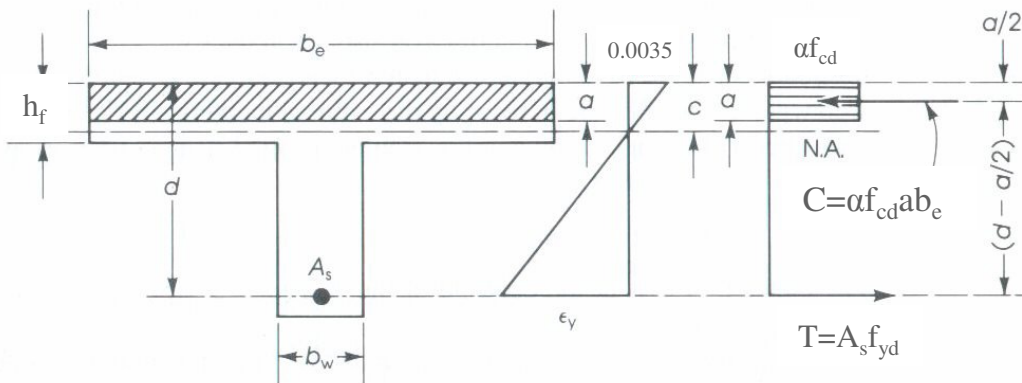
$$a \leq h_f$$

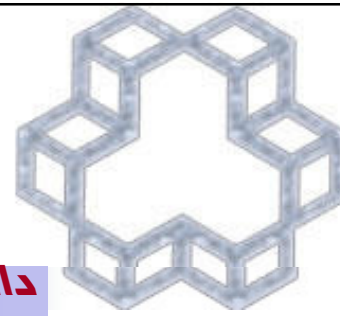
مانند مقطع مستطیلی:

با فرض (مقطع نرم است)

تعداد:

کنترل:





## ادامه حالت ۱:

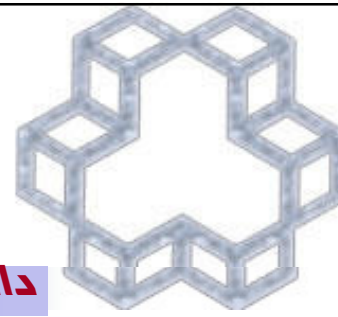
$$\varepsilon_s \geq \varepsilon_y \quad , \quad c = \frac{a}{\beta_1} \Rightarrow \varepsilon_s = \left( \frac{d-c}{c} \right) \varepsilon_{cu} \geq \varepsilon_y \quad \text{اطمینان از :}$$

$$\text{or } \frac{a}{d} \leq \frac{a_b}{d} = \beta \left( \frac{700}{700 + f_y} \right)$$

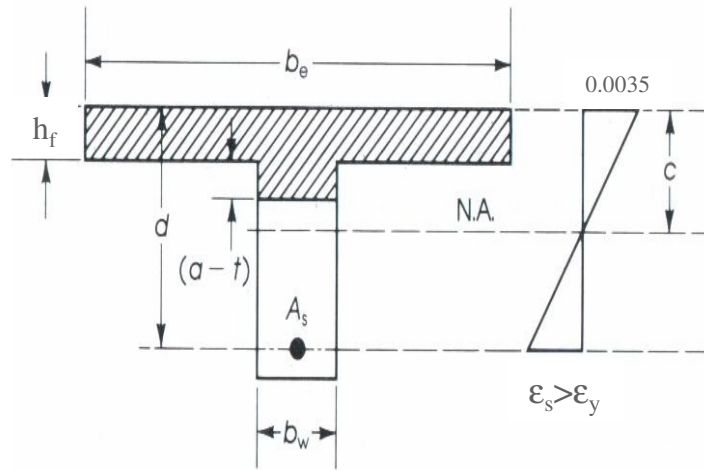
$$M_r = A_s f_{yd} \left( d - \frac{a}{2} \right) \quad \text{محاسبه } M_r :$$

• راه دیگر برای تشخیص اینکه مقطع مستطیلی عمل میکند یا T شکل:  
فرض می کنیم که  $a = h_f$  باشد و سپس  $C_c$  ,  $C_s$  ,  $T_s$  را به دست می آوریم. اگر  
 $C_c + C_s < T_s$  بود آنگاه  $a > h_f$  می باشد یا برعکس

$$C_c = \alpha f_{cd} ab \quad , \quad C_s = A'_s f'_{sd} \quad , \quad T_s = A_s f_{yd}$$



## حالت ۲:



$a > h_f$  یعنی عملکرد T شکل.

فرض می شود فولاد جاری گردد.

بخشی از فولاد کششی با نیروی فشاری در بالها در تعادل می باشند و باقی مانده فولاد کششی نیز با نیروی فشاری در جان مقابله می کنند.

کل فولاد کششی

با نیروی فشاری در بال بالانس می شود

با نیروی فشاری در جان بالانس می شود  
 $= A_s - A_{sf}$

$$A_s = A_{sf} + A_{sw}$$

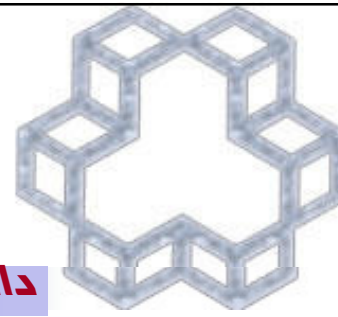
$$C_f = \alpha f_{cd} (b_e - b_w) h_f$$

$$C_w = \alpha f_{cd} b_w a$$

$$T = A_s f_{yd}$$

$$\xrightarrow{C_f = T_f} A_{sf} = \frac{\alpha f_{cd} (b_e - b_w) h_f}{f_{yd}}$$

$$\xrightarrow{C_w = T_w} a = \frac{(A_s - A_{sf}) f_{yd}}{\alpha f_{cd} b_w}$$



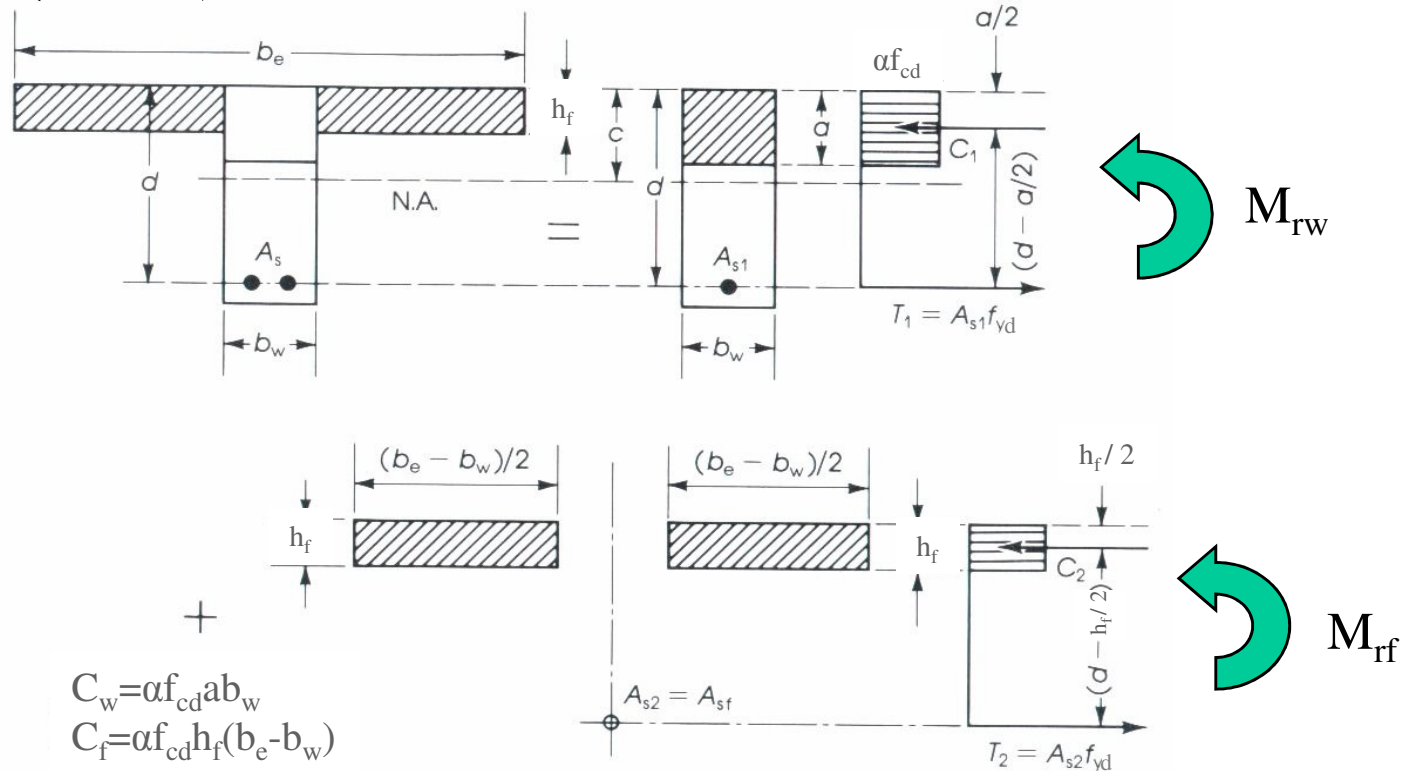
## ادامه حالت ۲

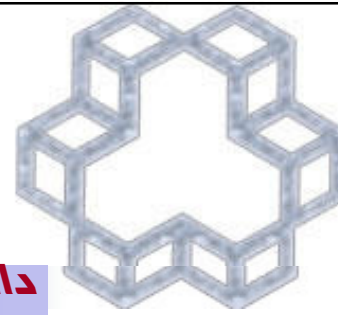
محاسبه لنگر مقاوم:

$$M_r = M_{rw} + M_{rf}$$

$$M_{rw} = (A_s - A_{sf}) f_{yd} \left( d - \frac{a}{2} \right)$$

$$M_{rf} = A_{sf} f_{yd} \left( d - \frac{h_f}{2} \right)$$





## حداکثر مقدار آرماتور کششی:

حداکثر مقدار فولاد به مقدار فولاد بالانس محدود می باشد (طبق مبحث ۹ محدودیت  $\rho=0.025$  نیز باید اعمال گردد)

در یک مقطع با فولاد متعادل چنین می توان نوشت:

$$\frac{c_b}{d} = \frac{\epsilon_{cu}}{\epsilon_{cu} + \epsilon_y}$$

$$A_s f_{yd} = \alpha \beta_1 c_b f_{cd} b_w + \alpha f_{cd} (b - b_w) h_f$$

$$\rho_w = \frac{A_s}{b_w d}$$

$$A_{sf} = \frac{\alpha f_{cd} (b - b_w) h_f}{f_{yd}}, \quad \rho_f = \frac{A_{sf}}{b_w d}$$

$$\rho_w = \alpha \beta_1 \frac{f_{cd}}{f_{yd}} \times \frac{\epsilon_{cu}}{\epsilon_{cu} + \epsilon_y} + \rho_f$$

$$\rho_{wb} = \rho_b + \rho_f \rightarrow (\rho_w)_{max} = \left( \frac{A_s}{b_w d} \right)_{max} = \rho_b + \rho_f$$

## حداقل مقدار آرماتور کششی:

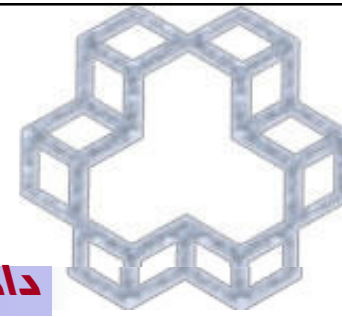
$$\rho_{min} = \frac{A_s}{b_w d} = \max \left\{ \begin{array}{l} \frac{1.4}{f_y} \\ \frac{0.25 \sqrt{f'_c}}{f_y} \end{array} \right. \leftarrow \text{بالها در فشار}$$

$$\rho_{min} = \frac{A_s}{bd} = \max \left\{ \begin{array}{l} \frac{1.4}{f_y} \\ \frac{0.25 \sqrt{f'_c}}{f_y} \end{array} \right. \leftarrow \text{بالها در کشش}$$

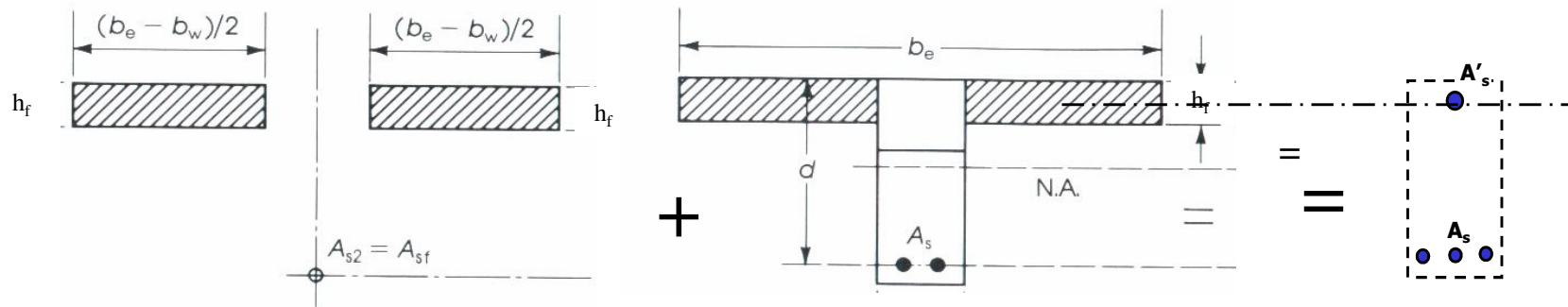
$$b = \min \left\{ \begin{array}{l} 2b_w \\ b_{eff} \end{array} \right.$$

در صورتیکه درصد فولاد کششی حاصل از محاسبه، از  $\rho_{min}$  کمتر باشد می توان با قراردادن 1.33 برابر مقطع حاصل از محاسبه از ضوابط مقابل صرف نظر نمود.

در عمل اعمال محدودیت های بالا منجر به قرار گیری بلوک فشاری در ناحیه بال مقطع T شکل با ابعاد و مقاومت های معمول می گردد. لذا در اغلب موارد تیرهای فوق با استفاده از روابط معمول تیرهای مستطیلی طراحی می شود.

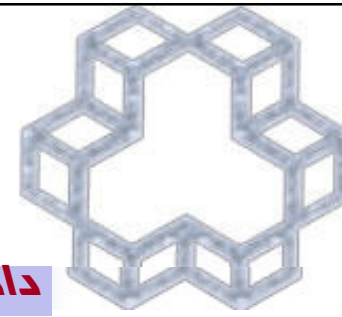


## محدودیت حداکثر مقدار فولاد کششی از منظر دیگر:



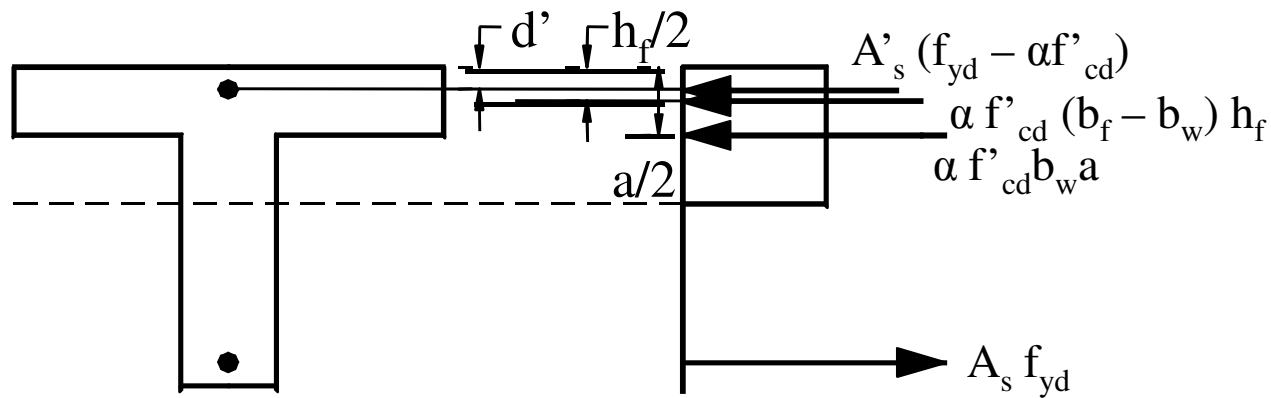
$$\bar{\rho}_b = \rho_{wb} = \rho_b + \rho' = \rho_b + \rho_f$$

چنانچه بجای بتن بال فشاری، فولاد فشاری جایگزین نماییم و مقطع را به شکل مستطیلی با فولاد فشاری در نظر بگیریم، از همان روابط معرفی شده برای محاسبه فولاد متعادل در مقطع مستطیلی مضاعف می توانیم استفاده کنیم.

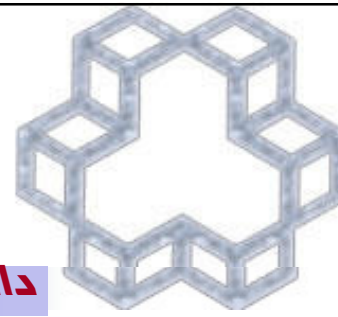


## مقطع T شکل با فولاد فشاری

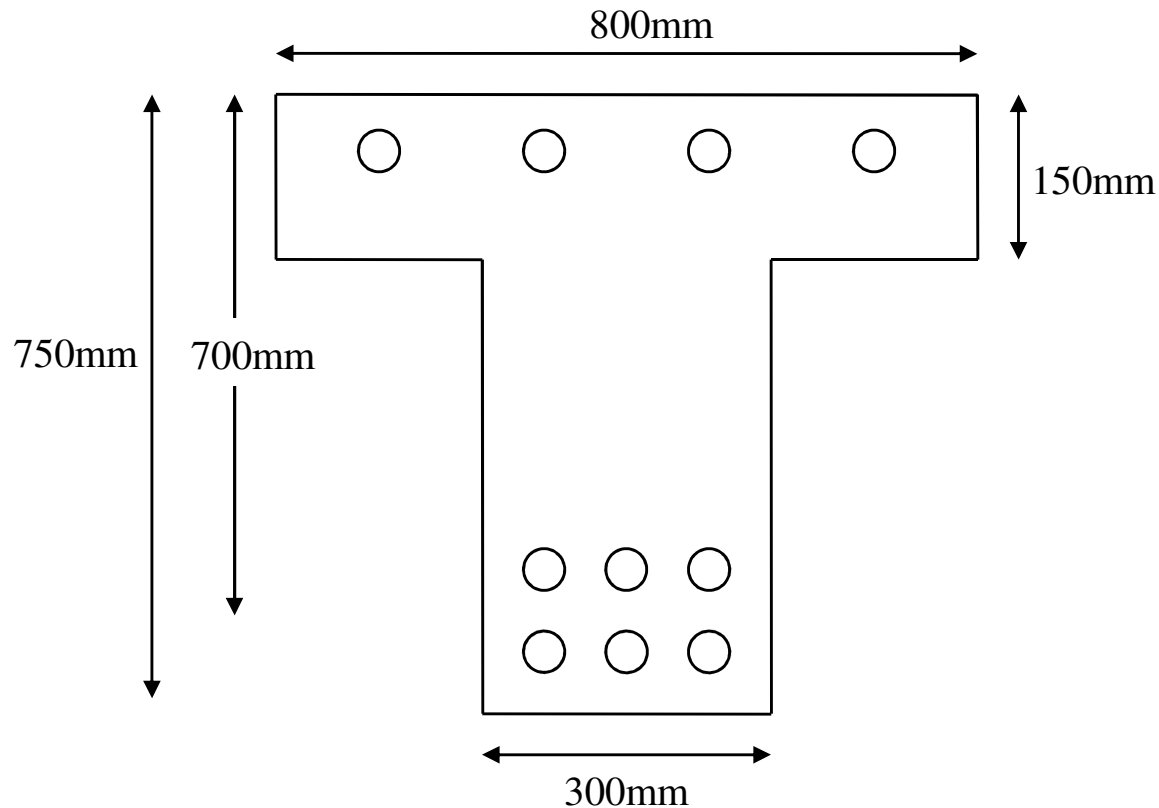
برای شکست شکل پذیر:  $\rho_w - \rho_f - \rho' \leq \rho_b$

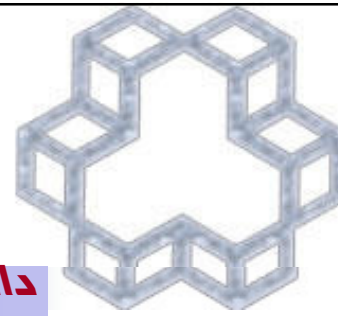






**مثال:** در مقطع شکل از  $6\Phi 36$  به عنوان فولاد کششی و از  $4\Phi 20$  به عنوان فولاد فشاری استفاده شده است. با فرض آن که  $d' = 60\text{mm}$  و  $f_y = 400\text{Mpa}$  و  $f'_c = 21\text{Mpa}$  باشد، لنگر مقاوم نهایی مقطع را به دست آورید.





$$A'_s = 4\phi 20 = 1257 \text{ mm}^2 \quad , \quad A_s = 6107 \text{ mm}^2$$

$$\alpha = 0.85 - 0.0015 \times 21 = 0.82 \quad , \quad \beta = 0.97 - 0.0025 \times 21 = 0.92$$

فرض :  $a = h_f = 150$

$$f'_s = 700 \left( \frac{a - \beta d'}{a} \right) = 700 \left( \frac{150 - 0.92 \times 60}{150} \right) = 442.4 \text{ Mpa} \quad \Rightarrow$$

$$f'_s = f_y = 400 \text{ Mpa} \quad , \quad f_s = f_y = 400 \text{ Mpa}$$

$$C_c = \alpha f_{cd} ab = 0.82 \times 0.6 \times 21 \times 150 \times 800 = 1239.8 \times 10^3 \text{ N}$$

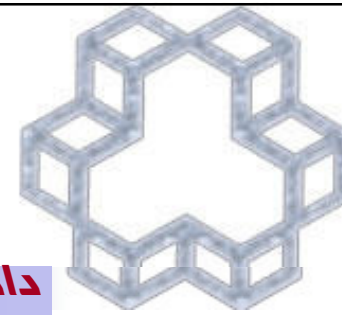
$$C_s = f_{yd} A'_s = 0.85 \times 400 \times 1257 = 427.4 \times 10^3 \text{ N}$$

$$T_s = f_{yd} A_s = 0.85 \times 400 \times 6107 = 2076.4 \times 10^3 \text{ N}$$

$$C_c + C_s = 1239.8 + 427.4 = 1667.2 \text{ KN} \leq T_s = 2076.4 \Rightarrow a > h_f$$

$$A_{sf} = \alpha \frac{f_{cd}}{f_{yd}} h_f (b - b_w) = 0.82 \times \frac{0.6 \times 21}{0.85 \times 400} \times 150 \times (800 - 300) = 2279.12 \text{ mm}^2$$

$$M_{rf} = f_{yd} A_{sf} (d - h_f / 2) = 0.85 \times 400 \times 2279 \times (700 - 150 / 2) = 484.3 \text{ KN.m}$$



فرض: فولاد فشاری جاری می شود

$$a = \frac{(A_s - A_{sf})f_{yd} - A'_s f_{yd}}{\alpha f_{cd} b_w} = \frac{(6107 - 2279) \times 0.85 \times 400 - 1257 \times 0.85 \times 400}{0.82 \times 0.6 \times 21 \times 300} = 282 \text{ KN}$$

$$f'_s = 700 \times \frac{a - \beta d'}{a} = 700 \times \frac{282 - 0.92 \times 60}{282} = 563 \text{ Mpa} \geq 400 \text{ Mpa} \Rightarrow f'_s = 400 \text{ Mpa}$$

$$M_{rw} = M_{r1} + M_{r2} = (A_s - A_{sf} - A'_s) f_{yd} (d - a/2) + A'_s f_{yd} (d - d') =$$

$$(6107 - 2279 - 1257) \times 0.85 \times 400 \times (700 - 282/2) + 1257 \times 0.85 \times 400 \times (700 - 60) = 762 \text{ KN.m}$$

$$M_r = M_{rf} + M_{rw} = 484.3 + 762.2 = 1246.5 \text{ KN.m}$$

$$A_{smax} = A_{sb} = A_{sf} + A_{sb,w}$$

$$a_b = \beta \frac{700}{700 + f_y} d = 0.92 \times 700 \times \frac{700}{700 + 400} = 409.8 \text{ mm}$$

$$\bar{A}_{sb,w} = \frac{\alpha f_{cd} a_b b_w}{f_{yd}} + A'_s = \frac{0.82 \times 0.6 \times 21 \times 409.8 \times 300}{0.85 \times 400} + 1257 = 4993 \text{ mm}^2$$

$$A_{smax} = 4993 + 2279 = 7272 \text{ mm}^2$$

$$A_{smax} = 0.025 \times 300 \times 700 = 5252 \text{ mm}^2 \quad \Rightarrow$$

$$A_s \leq A_{smax} = 7272 \text{ mm}^2 \quad \text{ok}$$

همان طور که مشاهده می گردد برای رعایت شرط  $\rho=0.025$  نیاز داریم مقطع بزرگتر بگیریم که این امر آنچنان خوشایند نیست.