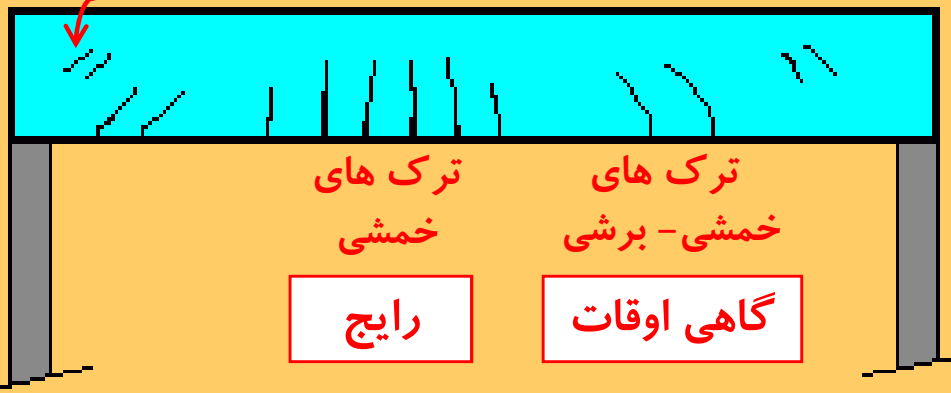


# طراحی برای برش

# فصل چهارم

ترک های  
برشی

نادر

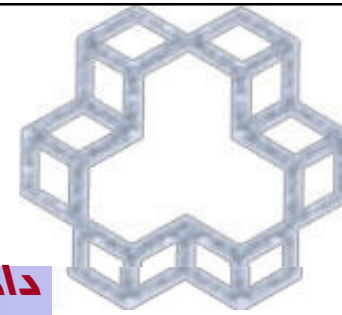


اهمیت مقاومت برشی در مناطق  
زلزله خیز کمتر از مقاومت خمشی آن نمی باشد.  
بخصوص در نواحی نزدیک به گره های اتصال مقادیر  
این نیروها در اثر حرکات زلزله  
بسیار بحرانی خواهد بود.

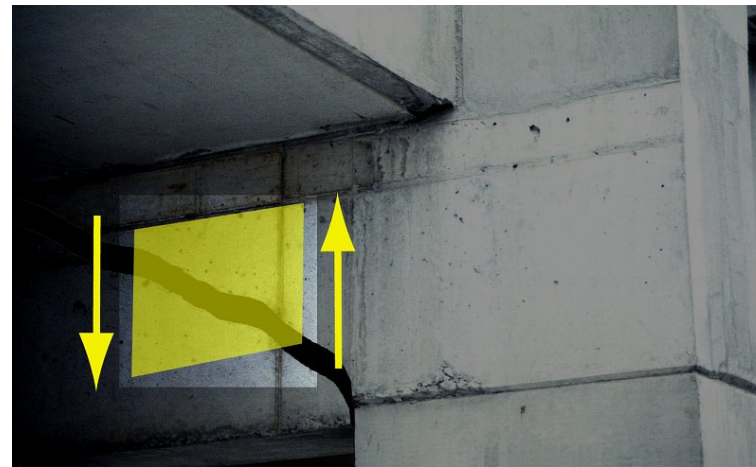


جزوه بتن ۱

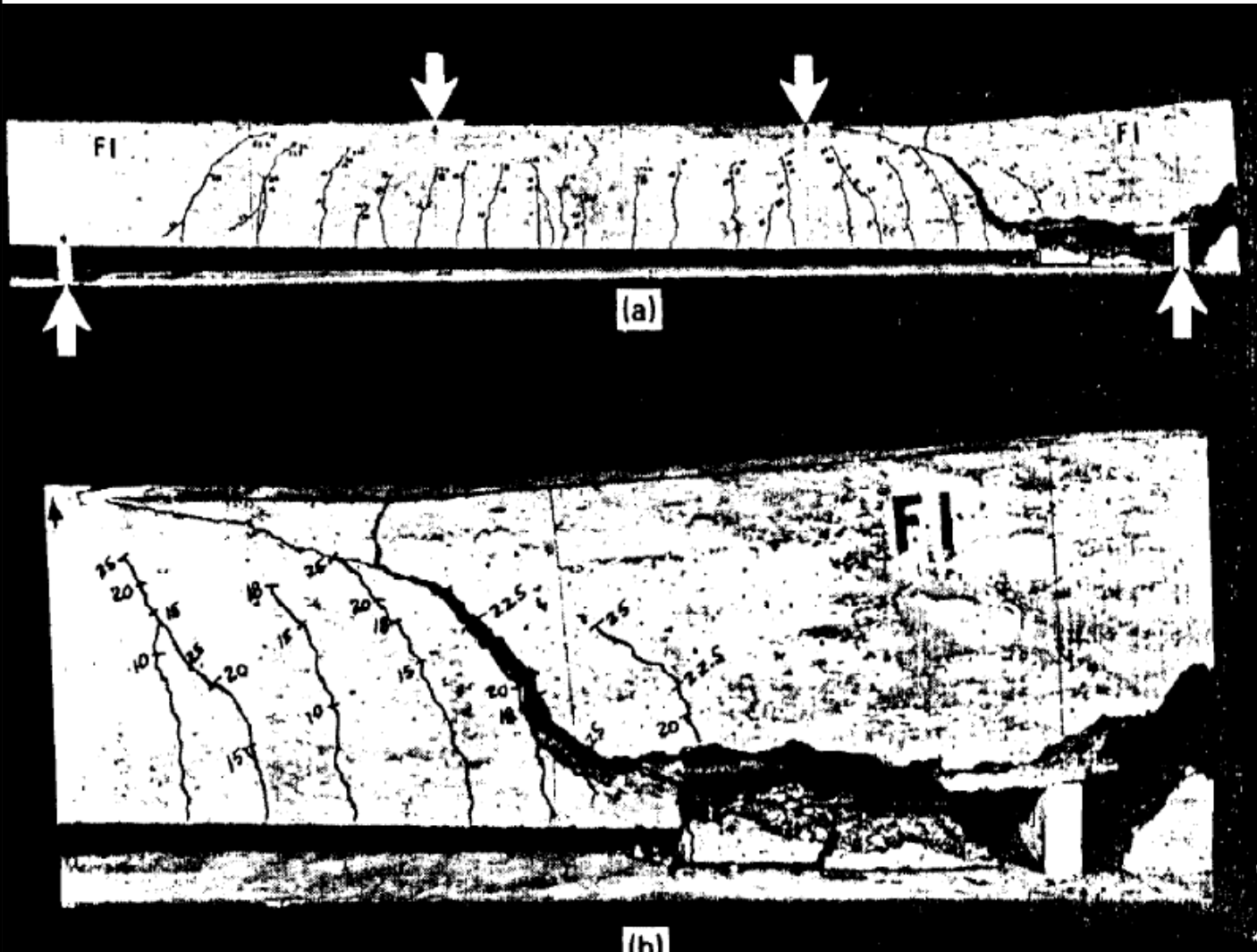
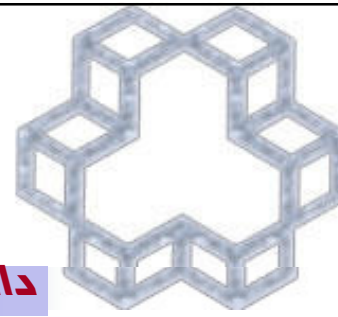
تدوین : دکتر سید بهرام بهشتی



## فصل برش در یک نگاه:



- رفتار تیر در شرایط ایده آل (بدون ترک) در برابر بارهای وارده.
- انواع ترک های محتمل در تیر بتن آرمه.
- مقاومت تیر بتن آرمه در برابر نیروهای برشی.
- نقش خاموت در ایجاد مقاومت در برابر نیروی برشی.
- روش آیین نامه ایران برای محاسبه نیروهای وارده و خاموت لازم.

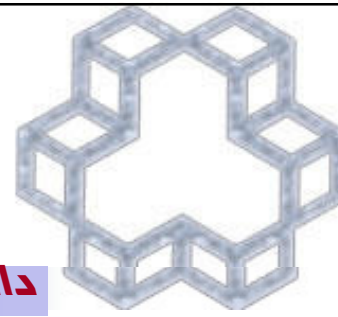


اگر تیر به طور صحیح برای برش تقویت نشود در آن صورت خرابی به علت برش روی داده و بدون اعلام خطر می باشد. (تردشکن)

بنابراین بتن را باید به اندازه کافی در برابر برش تقویت کنیم تا مطمئن باشیم شکست خمشی قبل از شکست برشی روی می دهد.

به بیان دیگر، ما می خواهیم اطمینان داشته باشیم که شکست بتن انعطاف پذیر بوده و به علت خمش است نه برش.





## رفتار تیر ارتجاعی ترک نخورده تحت برش

در مراحل اولیه بارگذاری تیر بتنی مانند یک ماده همگن و خطی رفتار نموده و لذا توزیع تنشهای برشی در مقطع را می توان از همان روابط کلاسیک بدست آورد. این تنشهای برشی دارای توزیع سهمی بوده و در محل تار خنثی حداکثر و در دو انتهای بالا و پایین مقطع دارای مقدار صفر است.

در یک مقطع مستطیلی مقدار ماکزیمم تنش در تارخنثی ۱/۵ برابر میزان متوسط است.

$$I = \frac{bh^3}{12} = \text{Moment of Inertia}$$

$$Q_{\max} = \left(\frac{bh}{2}\right) * \left(\frac{h}{4}\right) = \frac{bh^2}{8}$$

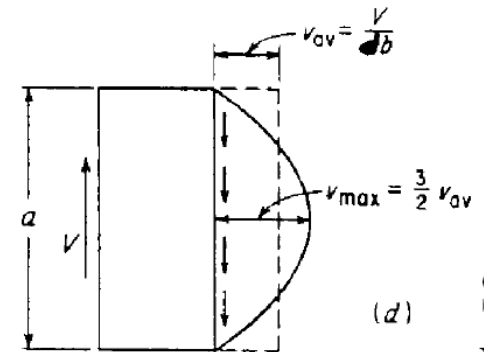
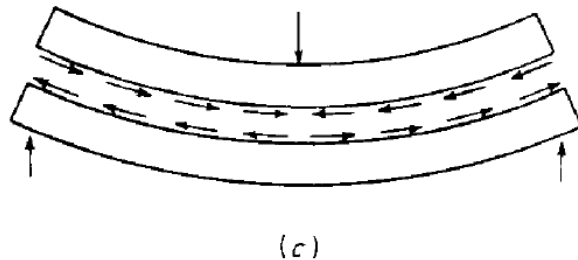
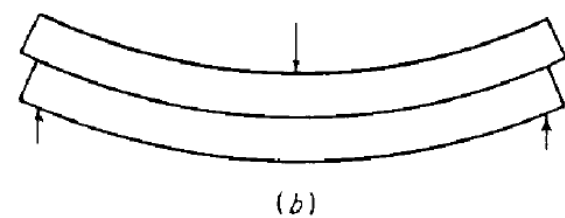
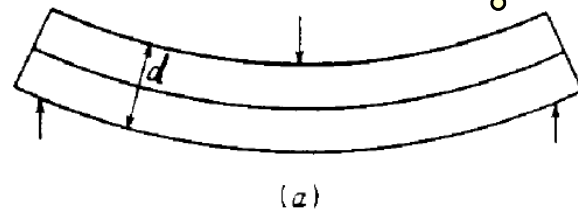
$$\tau_{\max} = \frac{3}{2} * \left(\frac{V}{bh}\right) = 1.5 \tau_{\text{ave}}$$

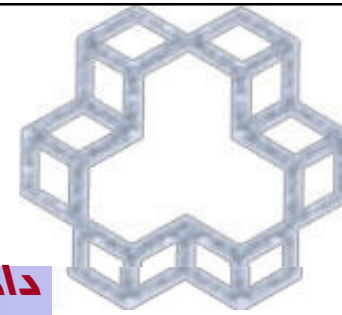
قرار دادن دو الوار بر روی یکدیگر و اتصال آنها به هم و عدم لغزش آنها در اثر بار وارده مبین وجود تنشهای برشی در طول اتصال تیرمی باشند.

$$V = \frac{dM}{dx}$$

$$\tau = \frac{VQ}{Ib}$$

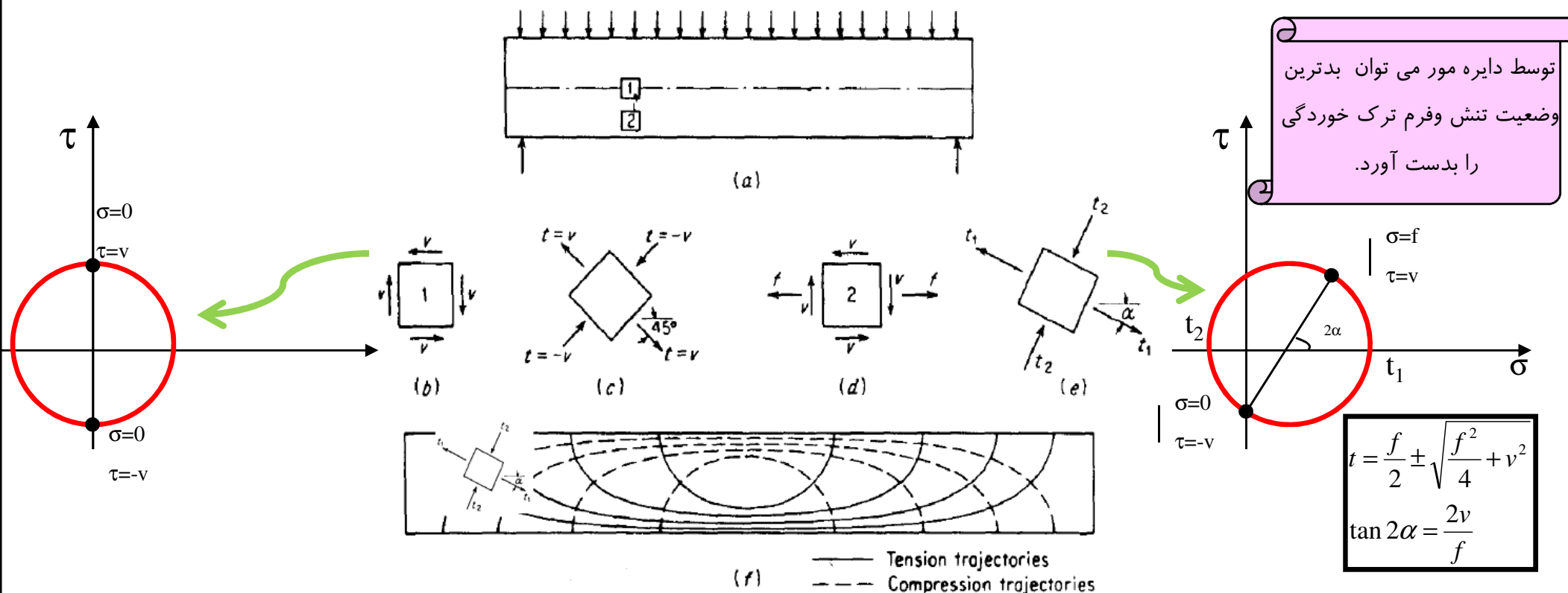
وجود چسبندگی مانع لغزش دو قطعه می شود. تنشهای ایجاد شده در محل فوق از نوع تنشهای برشی است

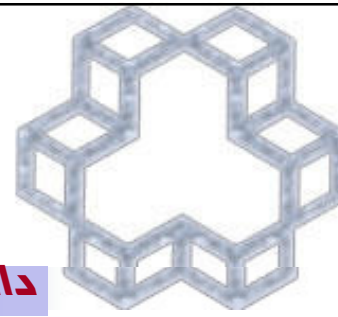




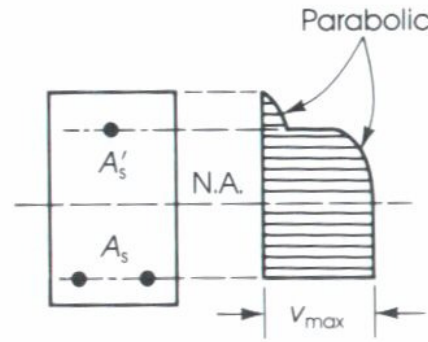
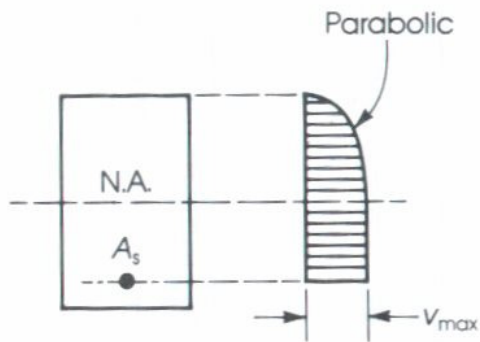
## رفتار ارتجاعی تیربتنی ترک نخورده

از آنجاکه مقدار تنشهای برشی  $v$  و خمشی  $f$  در طول و ارتفاع تیر متغیر می باشند، لذا مقدار و امتداد تنشهای اصلی  $t$  نیز از نقطه‌های به نقطه دیگر متفاوت است. همانطور که ملاحظه می گردد تنشهای کششی در یک تیر منحصر به تنشهای کششی ناشی از خمش نمی شود. برش خالص در محل محور خنثی و ترکیب تنش برشی و خمشی در نقاط دیگر سبب ایجاد تنشهای کششی با مقدار و امتدادهای مختلف می گردند. بر اساس میزان بزرگی نسبی هر یک در نقاط مختلف، تنشهای کششی حاصله می توانند سبب ترکهای مورب گردند. لذا باید فولاد مناسب در محلهای چنین ترکهایی تعبیه شود.

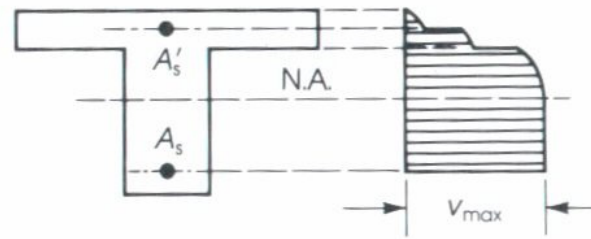
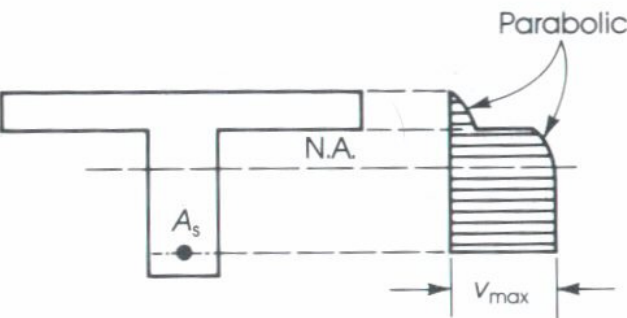


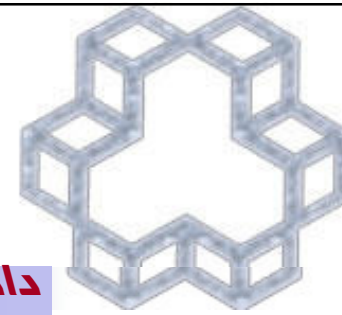


## رفتار ارتجاعی تیر بتن آرمه ترک نخورده

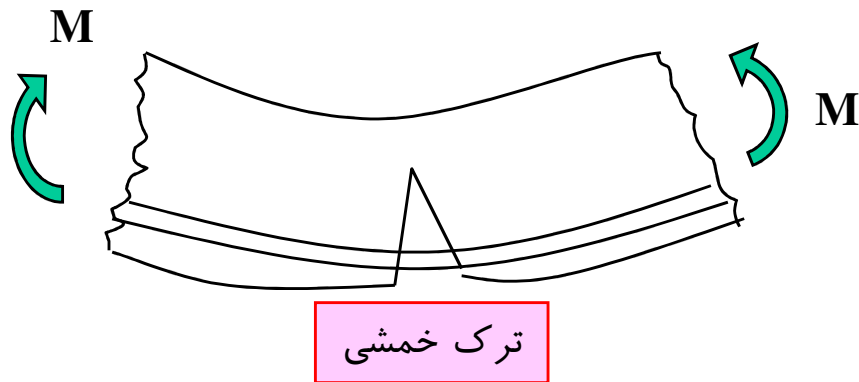


با وجود اینکه توزیع تنشهای برشی در مقاطع بتنی غیر مسلح نزدیک به توزیع الاستیک می باشد. توزیع واقعی آنها در مقاطع مسلح به سبب مدول برشی بالای فلز در مقایسه با بتن متفاوت است و لذا نمی توان از رابطه معمول مقاطع الاستیک استفاده نمود. البته تنش حداکثر که معمولاً در تار خنثی وجود دارد به مقدار نامعلومی از مقدار متوسط بزرگتر است.





## انواع ترکها در سازه های بتن آرمه

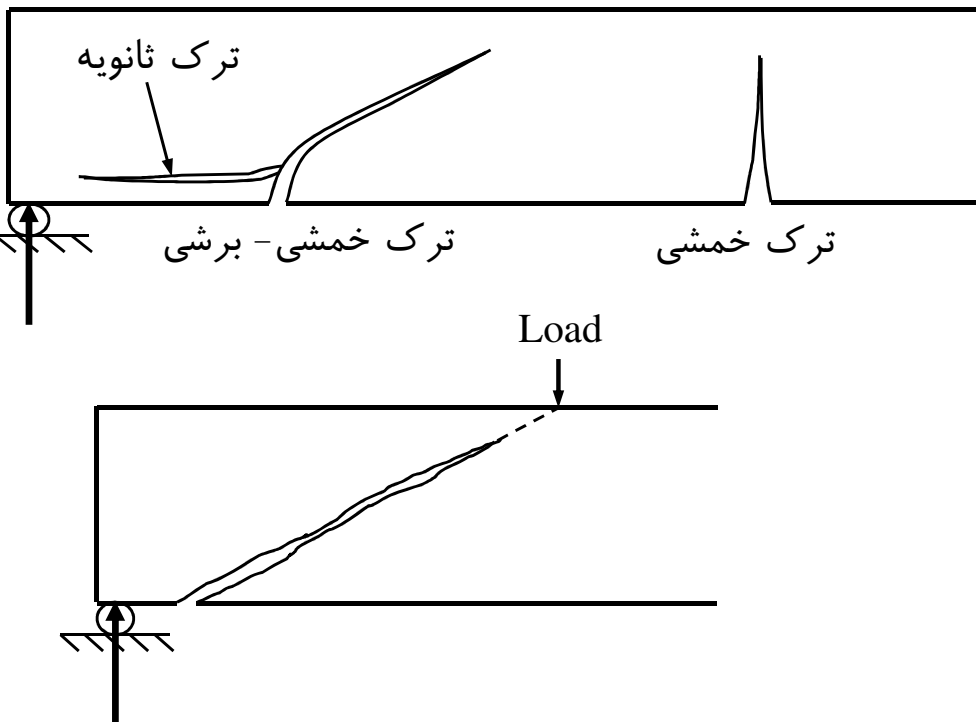


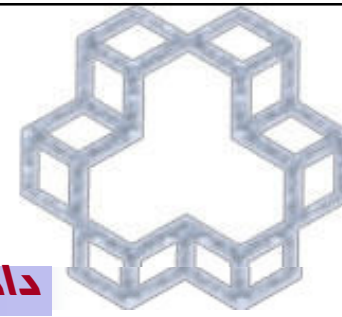
۱- ترک های خمشی: در ناحیه ای رخ می دهد که برش ناچیز بوده خمش نقش اصلی را ایفا می کند. (وسط تیر دو سر ساده).

۲- ترکهای خمش-برشی: با ترک خوردگی خمشی شروع شده، اما چرخیده و مایل می گردند. عمود بر تنشهای اصلی کششی گسترش می یابند. تنش برشی و خمشی در گسترش ترک نقش ایفا می کنند.

۳- ترکهای ثانویه: موازی فولاد طولی می باشند که نتیجه عمل نیروی جدایش و عمل داوول است که تنشهای برشی را در طول ترک منتقل می کند.

۴- ترکهای برشی جان: در منطقه جان بدون حضور ترکهای خمشی ایجاد می شوند. به ندرت چنین ترکهایی در تیرهای غیر پیش تنیده بوقوع می پیوندند.



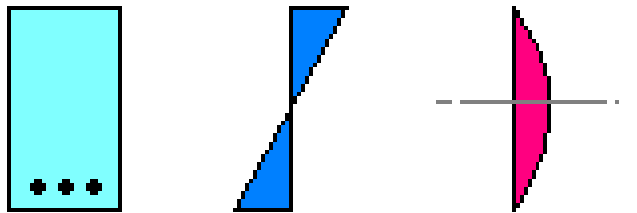


## مقاومت برشی بدون تسلیح برشی تیر

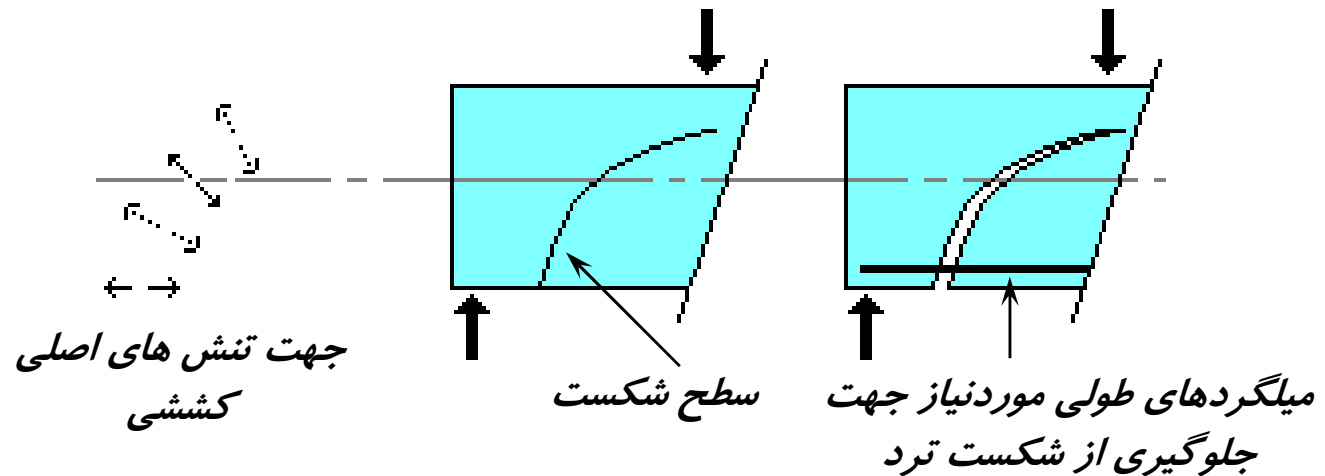
برش همواره با خمش روی می دهد و این دو برهم  
تأثیر گذار می باشند

چنانچه در فصل سوم دیدیم وجود میلگردهای افقی مانع  
گسترش ترکهای قائم ناشی از خمش می گردد. ترکیب  
تنشهای برش با خمش در مقطع سبب تغییر جهت تنشهای  
اصلی کششی و لذا باعث ایجاد ترکهای قطری می شود.

در زیر مقطعی مسلح و ترک نخورده  
را ملاحظه می کنید.

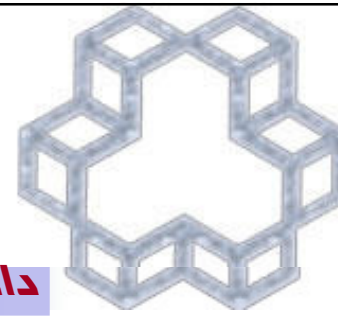


توزیع تنش های  
تنش های برشی  
توزیع تنش های  
خمشی  
مقطع ترک نخورده



همانطور که ملاحظه می کنید سطح شکست منحنی می باشد





## ترکهای قطری در تیرهای بتن مسلح

نسبت  $V$  و  $M$  در طول تیر در مقدار و امتداد تنشهای کششی قطری اثر می گذارد

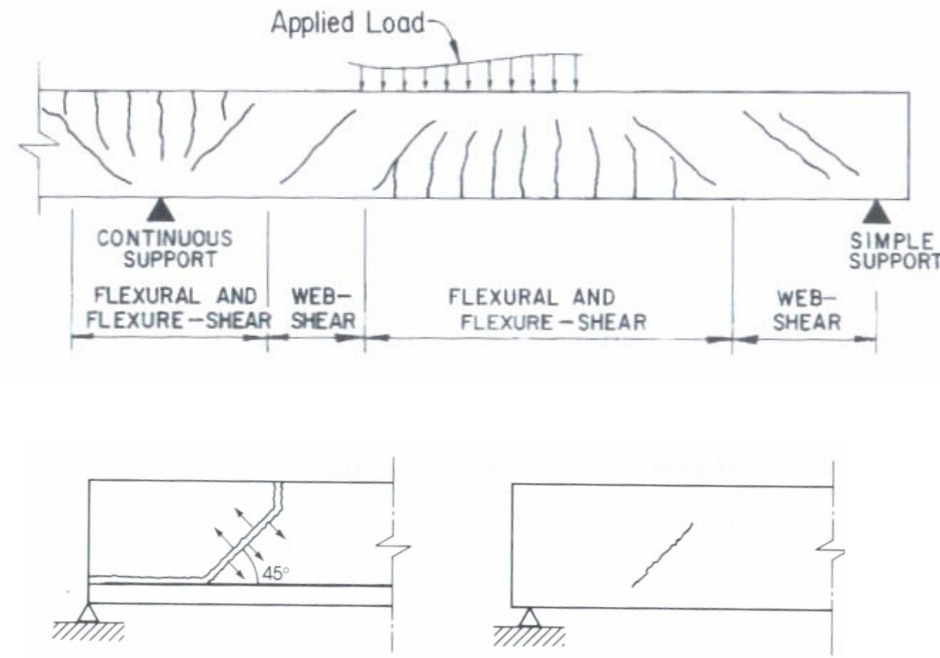
چنانچه ملاحظه شد تنشهای کششی در یک تیر محدود به تنشهای کششی ناشی از خمش نمی گردند. برش خالص (روی محور خنثی) و یا ترکیب برش و خمش در تمام نقاط مقطع تیر تنشهای کششی با مقدار و امتداد مختلف ایجاد می کنند. به ترکهای اخیر ترک قطری اطلاق می گردد.

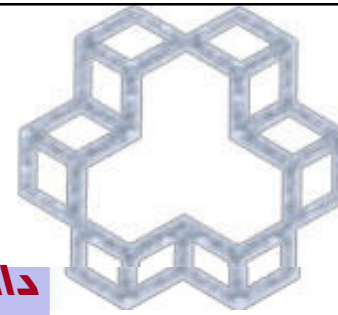
دو نوع ترک قطری در تیرهای بتنی بوقوع می پیوندد: ترک برشی جان و ترک خمشی-برشی :

ترک برشی جان از یک نقطه داخلی در عضو وقتی که تنشهای کششی اصلی از مقاومت کششی بتن تجاوز نمایند شروع می شوند.

ترکهای خمشی-برشی از یک ترک خوردگی خمشی آغاز می گردند. اگر تیر مسلح نباشد این ترکها به سرعت باعث خرابی می گردند. ولی چنانچه تیر مسلح به آرماتور خمشی باشد، میلگردها مانع گسترش ترک می گردند و لذا به جهت آنکه تیر بار بیشتری را می تواند تحمل نماید، کاهش سطح مقاوم نیز سبب می شود که تنشهای برشی افزایش یابد. سپس تنشهای برشی در بالای ترک متمرکز شده و سبب گسترش و ایجاد ترک مایل می گردند. هنگامیکه ترکیب تنشهای برشی و کششی از مقاومت کششی بتن تجاوز کنند، ترک خمشی-برشی توسعه می یابد.

وقتیکه ترک قطری در یک عضو بتنی غیر پیش تنیده اتفاق می افتد، عموماً از نوع خمشی-برشی است. ترک برشی جان عموماً نزدیک تکیه گاه اعضاء خمشی عمیق با جان لاغر و یا نزدیک نقطه عطف یا قطع و وصل طول مهاري آرماتور در تیرهای یکسره، اتفاق می افتد.





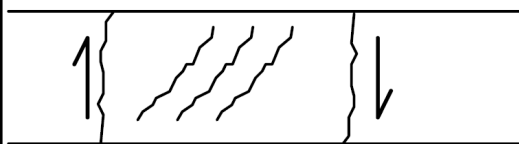
## ترکهای برشی در جان (V بزرگ - M کوچک)

$$v_{ave} = \frac{V}{bd}$$

در محل فوق به علت عدم وجود ترکهای خمشی، تنش برشی متوسط در مقطع را می توان از رابطه مقابل برداشت نمود.

توزیع دقیق تنش در مقطع به علت عدم همگن بودن مقطع بدرستی معلوم نیست. ولی باید دانست که مقدار آن بزرگتر از مقدار متوسط فوق است و در محدوده تار خنثی به وقوع می پیوندد. تنشهای کششی اصلی با مقداری مساوی تنش برشی ماکزیمم و زاویه 45 درجه وارد شده و وقتی مقدار آن به مقاومت کششی بتن برسد ترک در محدوده تار خنثی اتفاق می افتد. آزمایشات مبین ایجاد ترک قطری در محدوده فوق در تنش متوسط  $v_{cr} = \frac{V_{cr}}{bd} = 0.3\sqrt{f'_c}$  می باشند.

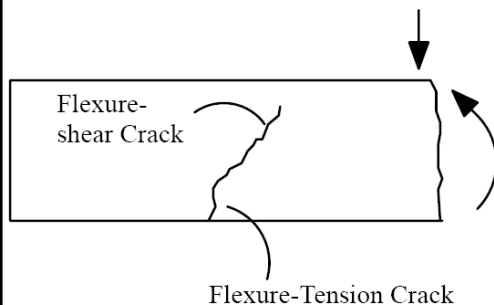
$$v_{cr} = \frac{V_{cr}}{bd} = 0.3\sqrt{f'_c}$$

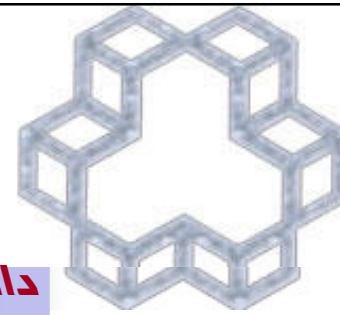


## ترکهای برشی - خمشی (V بزرگ - M بزرگ)

ترک با ترکی از نوع خمشی آغاز می گردد. به علت کاهش سطح مقاوم موثر برشی بتن، تنش برشی متوسط بزرگتر از مقدار تنش برشی جان می باشد. این مقدار کاهش سطح به علت عدم پیشبینی طول ترک خمشی قابل محاسبه نمی باشد. وجود تنش اضافی خمشی و ترکیب آن با برش نیز میزان افزایش تنشهای قطری کششی را مضاعف می کند. آزمایشهای متعدد مبین میزان تنش یکنواخت معادل  $v_{cr} = \frac{V_{cr}}{bd} = 0.15\sqrt{f'_c}$  برای تشکیل چنین ترکهایی است. چنانچه ملاحظه می گردد وجود لنگر خمشی سبب کاهش 50 درصدی مقاومت برشی شده است.

$$v_{cr} = \frac{V_{cr}}{bd} = 0.15\sqrt{f'_c}$$





## اثر میزان آرماتور طولی در مقاومت برشی

$$\frac{v}{f} = \frac{k_1 \frac{V}{bd}}{k_2 \frac{M}{bd^2/6}} k \frac{Vd}{M}$$

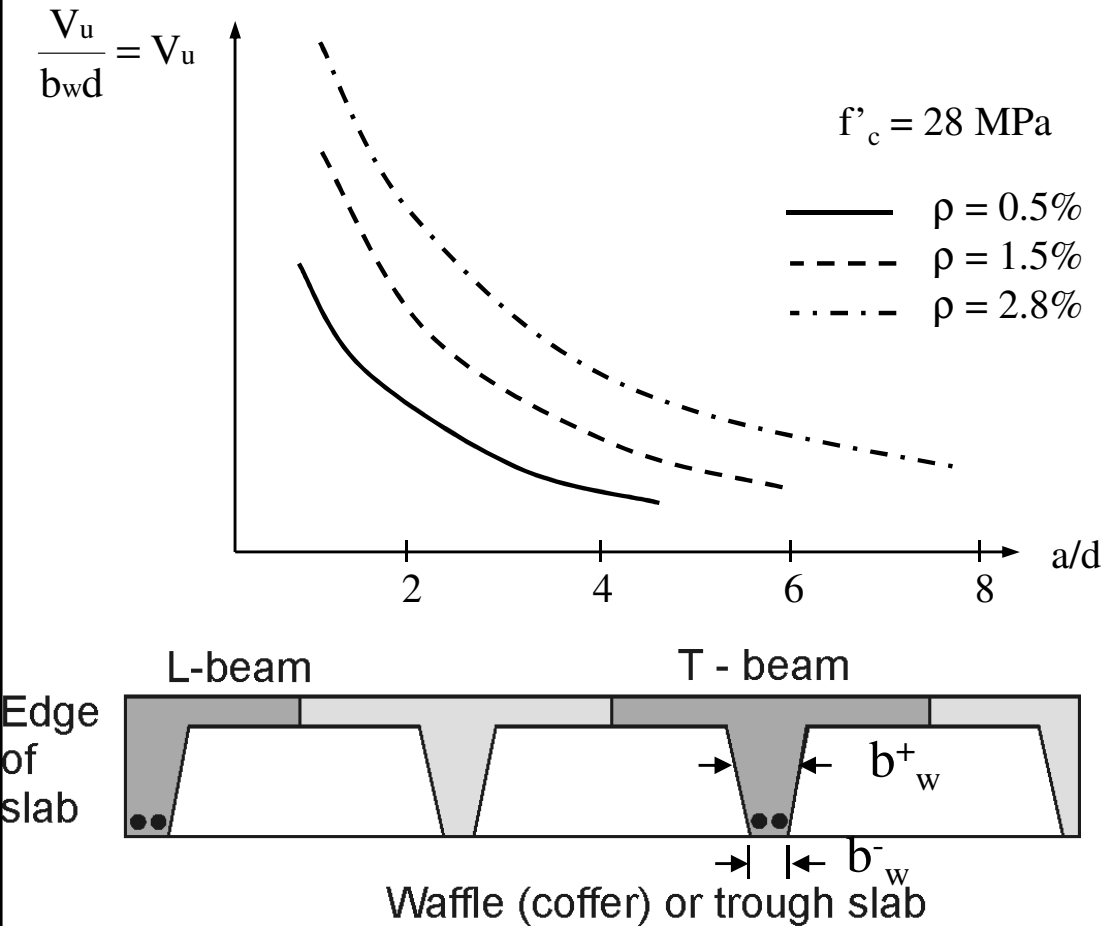
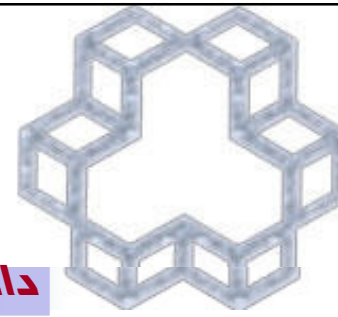
از مقایسه دو مود ایجاد ترک قطری ملاحظه می گردد که نسبت  $V$  و  $M$  یا دقیق تر نسبت تنشهای برشی  $v$  و خمشی  $f$  نقش اساسی در پیدایش نوع ترک برشی دارد. نسبت دو تنش فوق را می توان چنین نشان داد:

در حالیکه لنگر کم و نیروی برشی زیاد باشد تنش برشی یک ترک برشی جان را پدید می آورد و وقتی لنگر زیاد گردد ترک برشی-خمشی پدید می آید. در عمل شکست برشی یک حالت بینابینی دو حالت فوق می باشد. نتایج آزمایشگاهی مبین استفاده از رابطه ذیل برای پوشش هر دو مود شکست برشی است.

$$v_{cr} = \frac{V_{cr}}{b_w d} = 0.15 \sqrt{f'_c} + 17.5 \frac{\rho V_u d}{M_u} \leq 0.3 \sqrt{f'_c} \quad \text{and} \quad \frac{V_{ud}}{M_u} \leq 1$$

علاوه بر این مورد نسبت فولاد مقطع نیز در فرم ترک قطری مؤثر می باشد. بدین صورت که: “وقتی  $\rho$  افزایش می یابد، عمق ترک کششی کاهش یافته و در نتیجه سطح مقاوم در برابر برش افزایش می یابد”

بسیاری از تست های ACI-ASCE این مورد را تصدیق کرده است .



بهترین پیشنهادات که هرگز استفاده نشده اند:

- Zutty's equations:

$$\frac{V_c}{b_w d} = 59 \left( \frac{f'_c \rho_w d}{a} \right)^{1/3} * \underbrace{\left( \frac{2.5d}{a} \right)}_{a/d < 2.5}$$

- MacGregor and Gergely:

$$V_{cr} = (0.8 + 120\rho) \sqrt{f'_c}$$

- Higai (Japan):

$$V_c = 0.2(f'_c)^{1/3} \left( 0.75 + 1.4 \left( \frac{d}{a} \right) \right) \left( \sqrt{\rho} + \frac{1}{d^{0.25}} - 1 \right)$$

Units:  $f'_c$  in (Mpa),  $d$  in (in),  $\rho$  in %

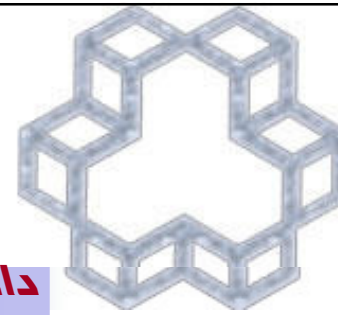
Valid for:  $a/d > 3$ ,  $0.25\% < \rho < 4.5\%$

$7 \text{ cm} < d < 1.1 \text{ m}$ ,

$12 \text{ MPa} < f'_c < 66 \text{ MPa}$

جهت کلیت بخشیدن به رابطه اخیر در مقاطع T و I شکل باید از عرض جان جهت محاسبه  $\rho$  و  $b_w$  استفاده شود. در مقاطع با جان متغیر چنانچه تحت لنگر مثبت باشد، از میزان متوسط عرض جان و چنانچه تحت لنگر منفی باشد از حداقل عرض جان استفاده شود.





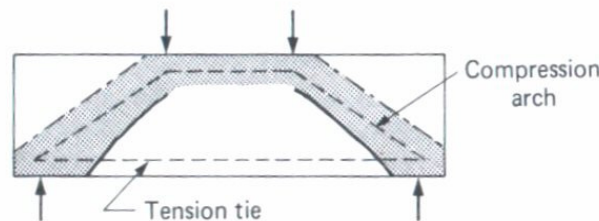
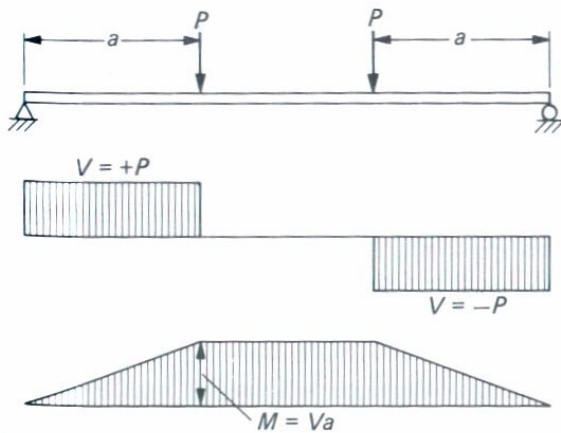
## رفتار تیرهای بتن آرمه ترک خورده تحت اثر برش

چنانچه ملاحظه گردید تشکیل ترکهای مورب بستگی به نسبت تنشهای خمشی به برشی دارد. در تیر دو سر ساده مقابل نسبت فوق را می توان به فاصله  $a$  که دهانه برش خوانده می شود و در آن برش ثابت است ربط داد. در حالت کلی که میزان برش در تیر تغییر می کند عبارت ذیل نشاندهنده دهانه برش است.

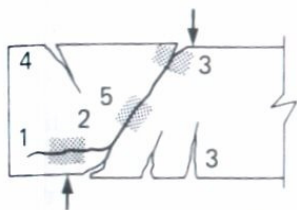
$$a = \frac{M}{V}$$

$$\frac{f}{v} = k \frac{M}{Vd} = k \left( \frac{a}{d} \right)$$

لذا نسبت تنش ها را می توان چنین نشان داد:



(a) Arch action



1. Anchorage failure
2. Bearing failure
3. Flexure failure
4. & 5. Arch-rib failure

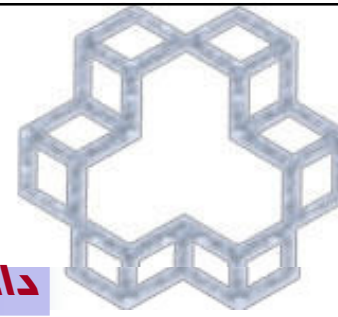
(b) Types of failure

نتایج آزمایشگاهی مبین تاثیر اساسی نسبت فوق بر رفتار مقاومت برشی تیر است. بطوریکه بر اساس نسبت فوق مکانیزم گسیختگی را می توان در یکی از چهار گروه زیر دسته بندی نمود.

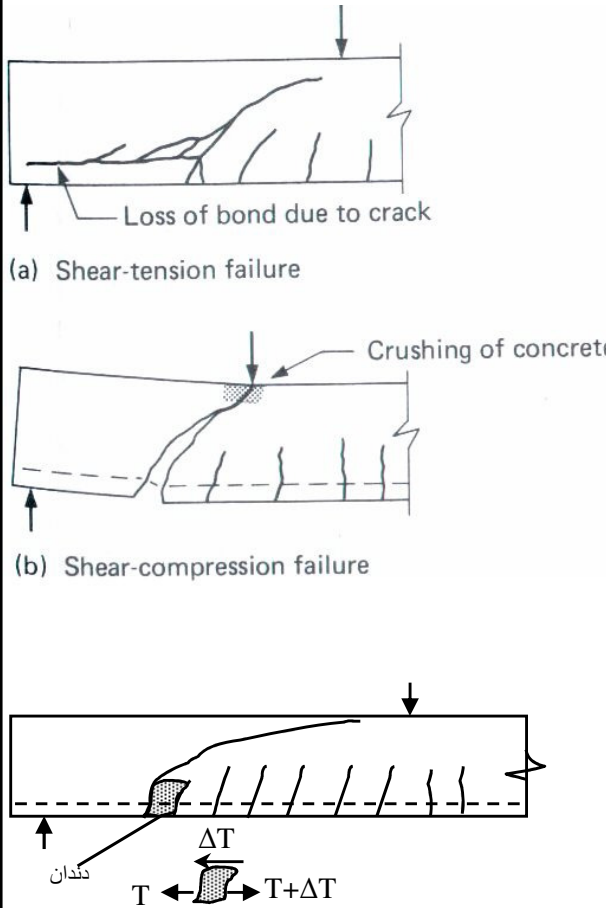
۱- تیرهای عمیق  $a/d < 1$  :

پس از ترک خوردگی قطری تیر مطابق شکل مقابل مشابه قوس فشاری مهار شده توسط میلگرد کششی عمل می کند. و لذا باز توزیع نیروهای برشی سبب مقاومت بیشتر تیر در برابر نیروهای متناظر به تشکیل ترکهای قطری است. در این حالت ترکها در ناحیه فشاری متوقف شده و تیر می تواند بارهای بزرگتری از بار اولیه تحمل نماید. در این حال خرابی ناگهانی اتفاق نمی افتد.

گسیختگی در تیر به شکلهای مختلف از شماره 1 تا 5 است. (هاشورها نشان دهنده خورد شدگی فشاری بتن است)



## رفتار تیرهای بتن آرمه ترک خورده تحت اثر برش



۲- تیرهای کوتاه  $1.0 < a/d < 2.5$  :

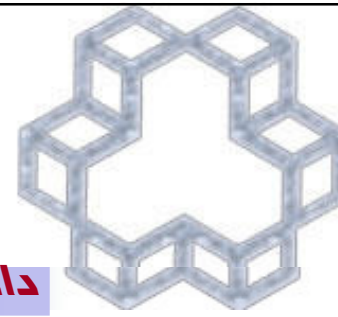
در این تیرها نیز مقاومت برشی بیشتر از مقاومت ترک خوردگی قطری است. مطابق شکل مقابل پس از ایجاد ترک خمشی - برشی با افزایش بار ترک به ناحیه فشاری نفوذ نموده و همزمان بصورت یک ترک ثانویه به سمت آرماتور کششی انتشار می یابد. سر انجام گسیختگی به یکی از دو صورت زیر رخ می دهد. الف) گسیختگی برشی-کششی که ناشی از لغزش آرماتور کششی است. ب) گسیختگی برشی-فشاری که ناشی از کاهش بیشتر سطح بتن فشاری به علت نفوذ بیشتر ترک قطری در ناحیه فشاری نسبت به ترک خمشی بوده و لذا خرد شدن بتن در نزدیک وجه فشاری است.

۳- تیرهای معمولی  $2.5 < a/d < 6$

در این حالت مقاومت برشی معادل مقاومت ترک خوردگی قطری است. پس از ایجاد ترکهای خمشی قائم ترکها در اثر وجود برش مایل می گردند که به آنها ترک خمشی-برشی گویند. با افزایش بار وارده ریشه دندانهای بین ترکها طاقت تحمل نیروی کششی میلگرد را نداشته و شکسته می شوند.

۴- تیرهای بلند  $a/d > 6$

گسیختگی در این تیرها ناشی از خمش است و بندرت ترکهای خمشی-برشی به وقوع می پیوندد. پس از تشکیل ترکها، سریعاً به نواحی فشاری مقطع گسترش یافته و تیر به دو تکه بطور ناگهانی تقسیم می شود. بدین علت آیین نامه ها توصیه می کنند حتی اگر محاسبات نشان دهنده عدم نیاز تیر به آرماتور برشی باشد، حداقل آرماتور جان برای ممانعت از گسترش ترکهای برشی و افزایش شکل پذیری در تیر قرار داده شود



## مولفه های مقاومت برشی تیرهای بتن آرمه بدون تسلیح جان

در حالیکه ترکهای خمشی به علت وجود میلگردهای طولی اثر کمی بر مقاومت تیر دارند، ایجاد ترکهای قطری در تیرهای بدون تسلیح جان می تواند سبب خرابی ناگهانی تیر گردند.

پس از تشکیل ترک خمشی میزان برش ناحیه فشاری  $v_{cz}$  از  $(V/bd)$  به  $(V/by)$  افزایش می یابد.

عوامل تاثیر گذار در مقاومت برشی بتن:

$V_a$  : نیروی حاصل از درگیر شدن دانه های بتن.

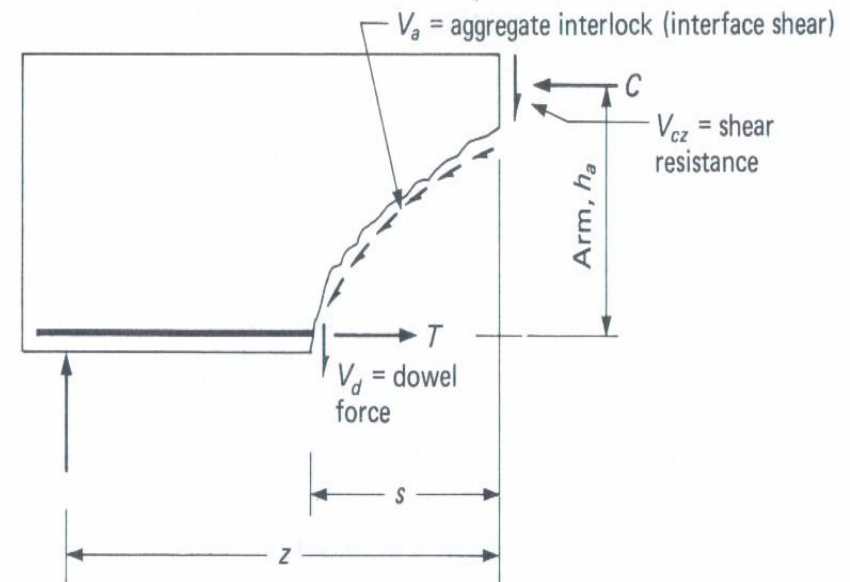
$V_{cz}$  : ظرفیت برشی بتن در قسمت ترک نخورده.

$V_d$  : نیروی تحمل شده توسط میلگردهای کششی.

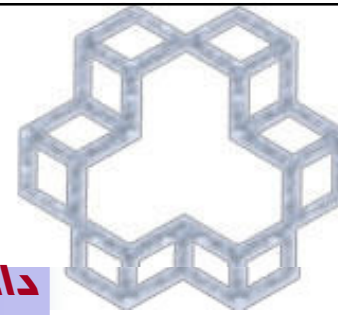
$V_a =$  (33 to 40 %) قفل و بست سنگدانه ها

$V_{cz} =$  (20 to 40 %) برش در بخش فشاری

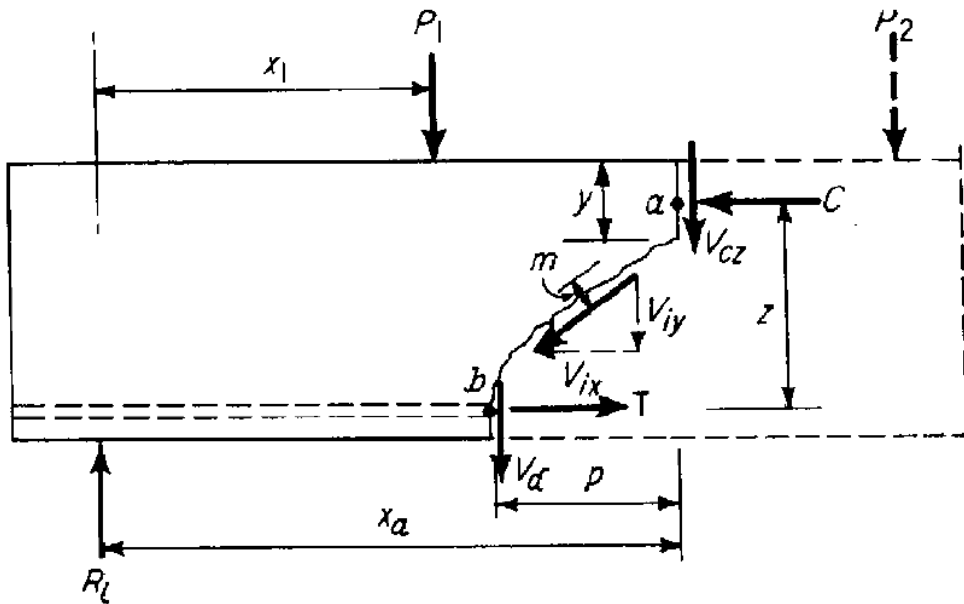
$V_d =$  (15 to 25 %) اثر داوول اطراف میلگردهای مقطع



$$مجموع\ مقاومت\ برشی\ مقطع\ (بدون\ تسلیح\ برشی\ مقطع) = V_{cz} + V_a + V_d$$



## رفتار برشی تیرهای بتن آرمه بدون تسلیح جان



مودهای خرابی

۱- سیلان میلگرد کششی در اثر لنگر بزرگتر در  $a$  نسبت به لنگر طراحی در  $b$

۲- شکست برشی-فشاری بتن ترک نخورده در ناحیه فشاری به علت ترکیب تنشهای برشی و فشاری

۳- لغزش آرماتور کششی به علت کاهش چسبندگی در اثر ترک شکافتگی در امتداد طول میلگرد.

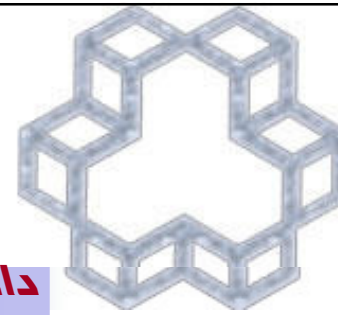
تشکیل ترکهای قطری توزیع مجدد نیروها و تنشهای داخلی را به شکل ذیل در پی دارد.

با افزایش عرض ترک قطری و ترکهای شکافتگی در امتداد میلگردهای طولی مقدار  $V_d$  و  $V_a$  کاهش یافته و می توان میزان نیروی کششی میلگرد را در نقطه  $b$  با لنگر گیری نسبت به نقطه  $a$  معادل دانست با:

$$(T_s)_b \approx \frac{(M_{ext})_a}{z}$$

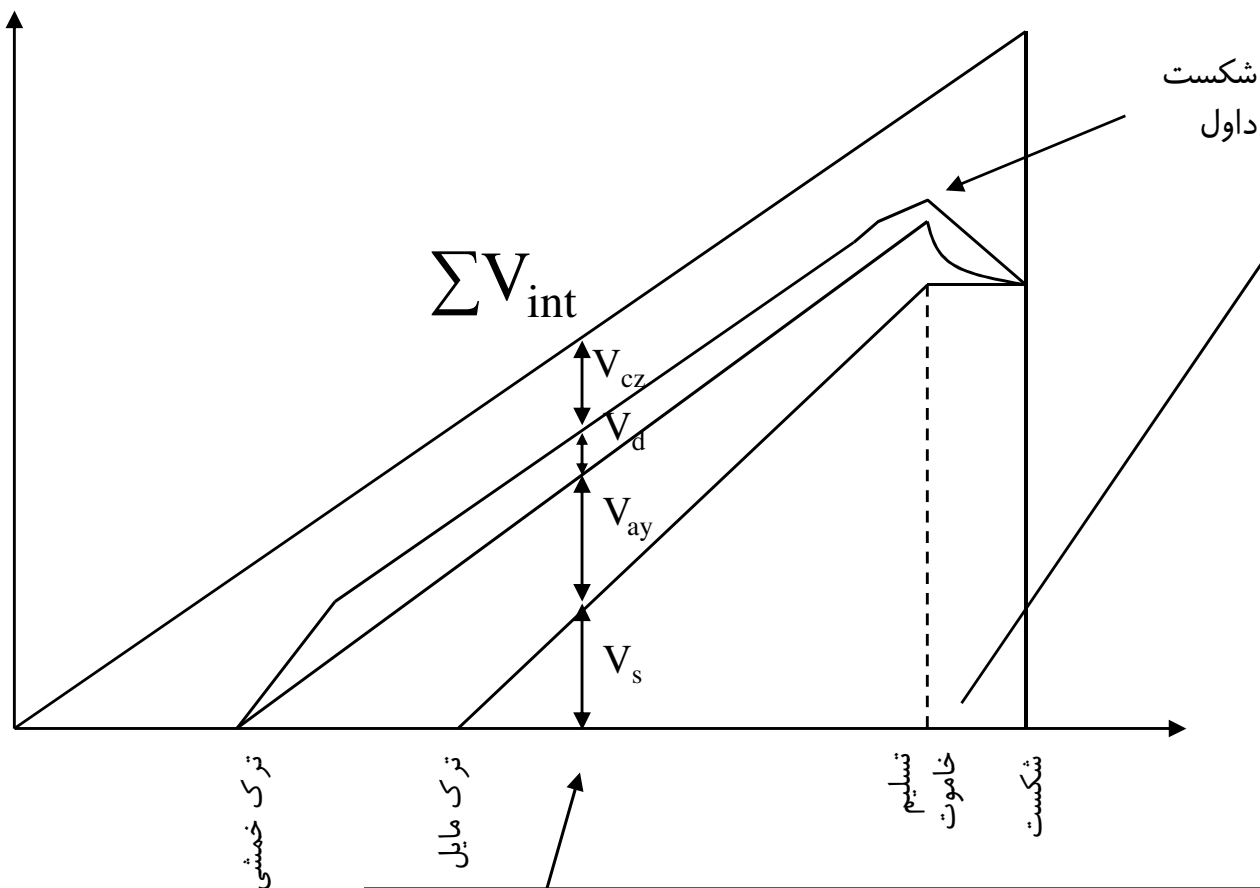
ملاحظه می گردد که وجود ترک قطری سبب افزایش نیروی میلگرد در نقطه  $b$  با توجه به بیشتر بودن لنگر در نقطه  $a$  در مقایسه با  $b$  می گردد. در این حال تنش برشی و فشاری نیز در ناحیه ترک نخورده فشاری به علت کاهش سطح بخش فشاری افزایش می یابد.





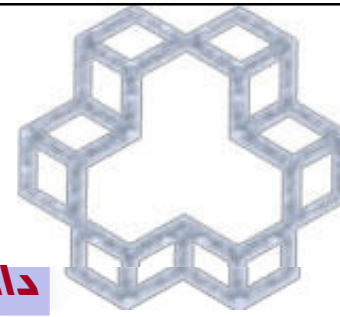
## رفتار برشی تیرهای بتن آرمه با تسلیح جان

پخش برشهای داخلی در تیر  
با فولاد جان



با جاری شدن خاموتها سهم آنها ثابت شده لیکن به علت افزایش عرض ترکهای قطری و شکافت طولی قشر پوششی بتن  $V_d$  و  $V_{ay}$  کاهش می یابد و لذا بتن تحت فشار تحت اضافه بار قرار گرفته و خرابی ناگهان حادث می شود.

با تشکیل ترک مایل برش تحمل شده توسط خاموتها بصورت خطی افزایش می یابد و سه مولفه دیگر ثابت هستند.



## مقاومت برشی تیرهای بتن آرمه با تسلیح جان

از آنجا که شکست برشی تیرهای بتنی ناگهانی و شکننده است لذا سعی بر آن است که با تامین کافی و مناسب آرماتورهای جان مود شکست خمشی قبل از شکست برشی حاکم بر رفتار تیر باشد.

### بررسی تاثیر ترک

۱. قبل از ایجاد ترک برشی تاثیر ندارد. (تنش ها بی تاثیر هستند)

۲. بعد از ایجاد ترک برشی

✓ ایجاد مقاومت برشی در تقاطع ترک

✓ جلوگیری از انتشار ترک برشی

✓ محبوس کردن میلگردهای طولی

✓ مقاومت در برابر افت چسبندگی فولاد و بتن- ایجاد شکاف اطراف میلگرد- افزایش اثر داول

✓ افزایش قفل و بست سنگدانه ها توسط کنترل ترک های ریز

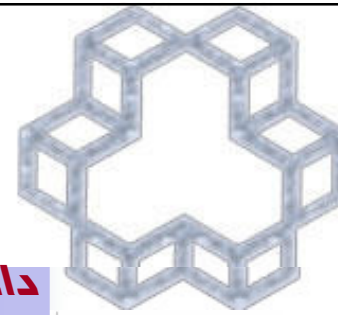
۳- Behavior of members with shear reinforcement is somewhat unpredictable-

Current design procedures are based on:

✓ آنالیزهای منطقی

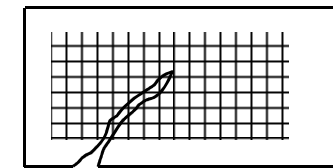
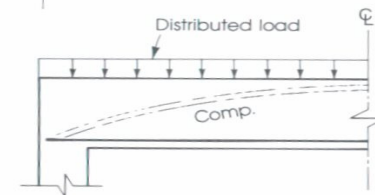
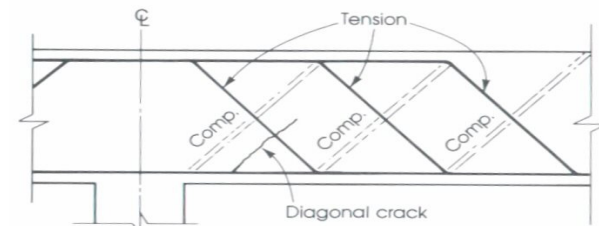
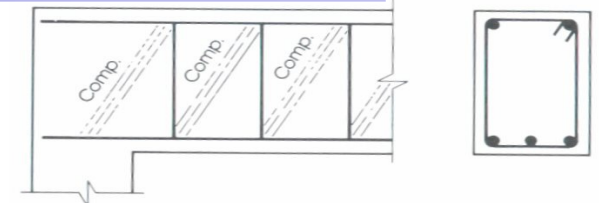
✓ نتایج آزمایشگاهی

✓ موافق با نتایج طرح های قبلی



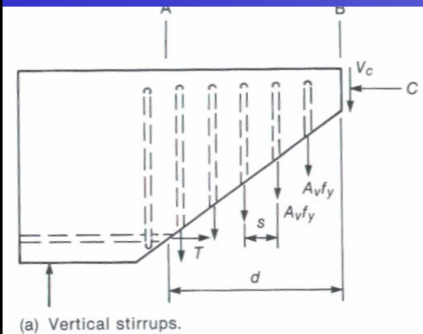
## انواع فولاد برشی

خاموت-عمود بر محور عضو  
(حداقل نیروی کار-مصرف فولاد بالا)  
میلگردهای مایل  
(نیروی کار موردنیاز بالا-مصرف ماده کم)

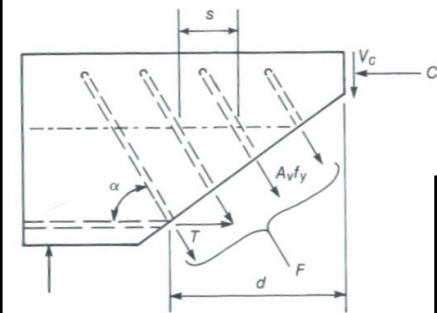


Welded Wire Fabric (WWF)

شبکه توری  
× شبکه های توری عملکرد  
بهتری نسبت به خاموت های  
معمولی دارند.



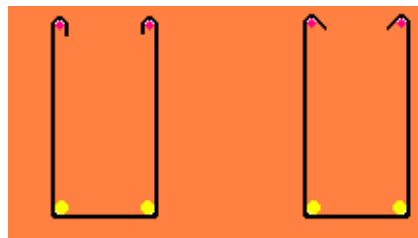
(a) Vertical stirrups.



(b) Inclined stirrups.

خاموت ها جهت تحمل مولفه قائم نیروی معادل برش در خرپای  
فضایی مورد استفاده قرار می گیرند.

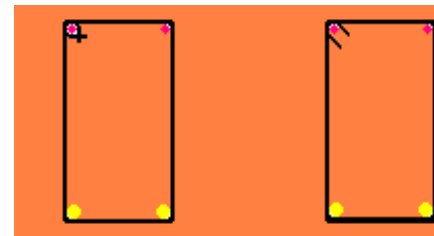
خاموت ها به دو صورت زیر دور میلگرد های  
طولی بسته می شوند:



180°

135°

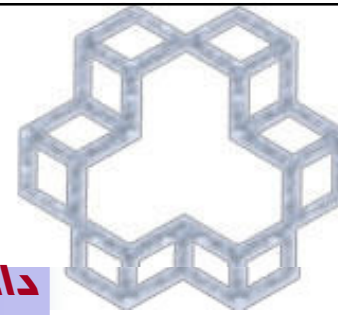
خاموت باز



180°

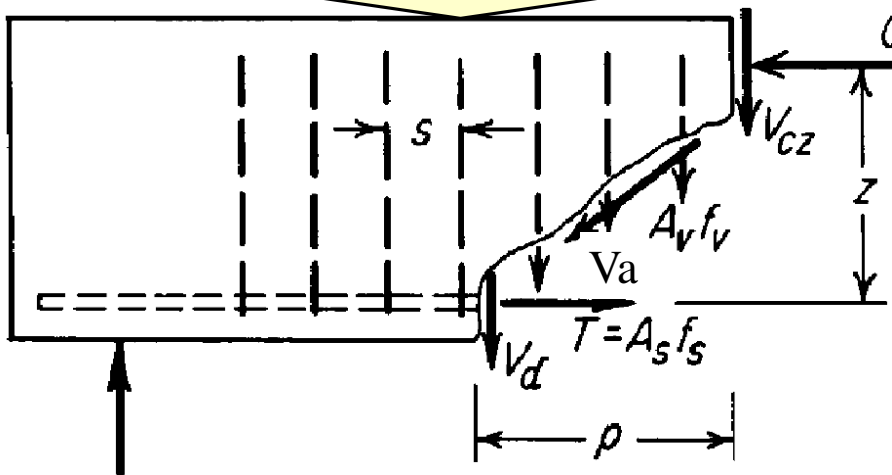
135°

خاموت بسته



نمایش نیروهای وارد بر ترک قطری و خاموت های قائم در تیر

## تیر با خاموت قائم



$$V_N = \text{مجموع نیروی برشی داخلی} = V_{cz} + \sum A_v f_v + V_d + V_{ay}$$

$V_{cz}$  = نیروی قائم داخلی در قسمت ترک نخورده بتن

$V_d$  = نیروی ایجاد در محل قطع میلگردهای طولی، اثر داوول

$V_{ay}$  = مؤلفه قائم نیروی ایجاد شده به علت قفل و بست سنگدانه ها

$\sum A_v f_v$  = نیروی عمودی خاموت ها

اگر تصویر افقی ترک را "p" و فاصله بین خاموت ها را "s" بنامیم در آن صورت تعداد خاموت ها که توسط ترک قطع می شوند برابر است با:  $n = p/s$

و نیرویی که توسط خاموت ها تحمل می شود برابر با  $V_s = n A_v f_s$

که در آستانه شکست:  $f_s = f_y$  :  $V_s = n A_v f_y$

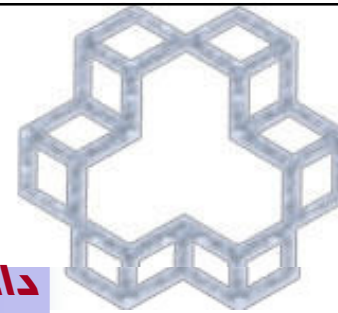
همچنین در جهت اطمینان نیروی ناشی از داوول و قفل و بست سنگدانه ها را در نظر نمی گیریم و به نوعی می توان گفت تمام این عوامل را در  $V_{cr}$  خلاصه می کنیم.

$$V_r = V_{cr} + V_s = V_{cr} + n A_v f_y$$

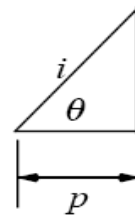
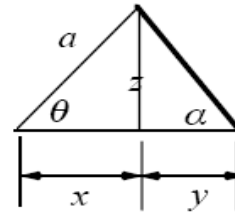
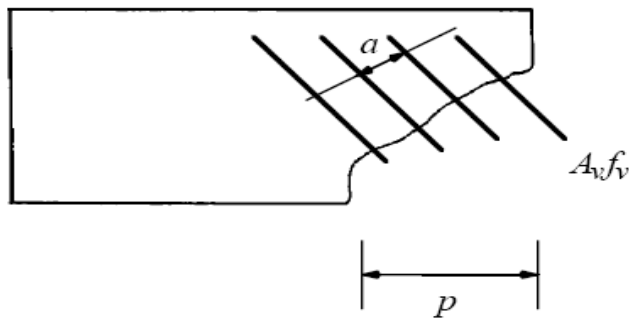
تنها سوال باقی مانده این است که: تصویر افقی ترک چیست؟ آزمایشات نشان می دهد که  $p=d$  تقریب بسیار خوبی است، بنابراین:

$$p/s = d/s \text{ or } V_s = n A_v f_y = d/s A_v f_y$$





## تیر با خاموت مایل



$$\tan \theta = \frac{z}{x} \rightarrow x = \frac{z}{\tan \theta}$$

$$\tan \alpha = \frac{z}{y} \rightarrow y = \frac{z}{\tan \alpha}$$

$$S = x + y = \frac{z}{\tan \theta} + \frac{z}{\tan \alpha}$$

$$z = S \left( \frac{1}{\tan \theta} + \frac{1}{\tan \alpha} \right)$$

$$\sin \theta = \frac{z}{a} \rightarrow z = a \sin \theta$$

$$a = \frac{S}{\sin \theta \left( \frac{1}{\tan \theta} + \frac{1}{\tan \alpha} \right)}$$

$$n = \frac{i}{a} \text{ \& \ } \cos \theta = \frac{p}{i} \rightarrow n = \frac{p}{a \cos \theta}$$

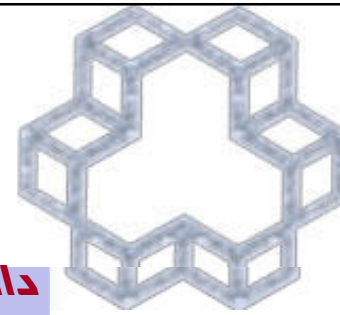
$$n = \frac{p}{\cos \theta} \frac{\sin \theta \left( \frac{1}{\tan \theta} + \frac{1}{\tan \alpha} \right)}{S} = \frac{p}{S} \tan \theta \left( \frac{1}{\tan \theta} + \frac{1}{\tan \alpha} \right) = \frac{p}{S} \left( 1 + \frac{\tan \theta}{\tan \alpha} \right)$$

$$\text{if } \theta = 45^\circ \rightarrow \tan(45) = 1 \rightarrow n = \frac{p}{S} \left( 1 + \frac{1}{\tan \alpha} \right)$$

$$V_s = n A_s f_y \sin \alpha < 4V_c$$

$$V_s = A_s f_y \sin \alpha \left[ \frac{p}{S} \left( 1 + \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} \right) \right] = A_s f_y \frac{d}{S} (\sin \alpha + \cos \alpha)$$

اگرچه خاموتهای مایل برای بار فزاینده یک جهتته بهینه است ولی به جهت تغییر نیروی برشی در بارهای رفت و برگشتی مثل زلزله موثر نمی باشند چراکه ممکن است در جهت تغییر بارگذاری ترکهای مایل در امتداد آنها اتفاق افتد.



## روش آیین نامه بتن ایران

- بر طبق آیین نامه، اگر  $V_u$  تلاش برشی نهایی ناشی از بارهای ضربیدار و  $V_r$  مقاومت برشی نهایی مقطع باشد کفایت تیر در برابر نیروهای برشی وقتی حاصل است که:
- نیروی برشی نهایی مقاوم مقطع  $V_r$  با استفاده از رابطه زیر محاسبه می شود:

$$V_r = V_c + V_s$$

## نیروی برشی تامین شده توسط بتن

۹-۱۲-۳-۱-۱- در این رابطه  $V_c$  نیروی برشی تامین شده توسط بتن و  $V_s$  نیروی برشی تامین شده توسط آرماتورهای برشی است. این مقاومتها نیروی برشی مقاوم نهایی بتن و نیروی برشی مقاوم نهایی آرماتور نامیده می شود.

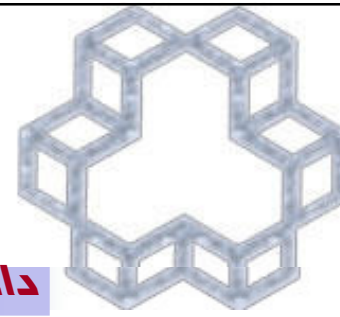
$$V_c = v_c b_w d \quad ; \quad v_c = 0.2 \phi_c \sqrt{f'_c}$$

۹-۱۲-۳-۲-۱- برای اعضاییکه تحت اثر برش و خمش قرار دارند استفاده از رابطه دقیق تر ذیل نیز مجاز می باشد.

در صورتیکه  $V_u d / M_u$  از یک تجاوز کند مقدار آن مساوی 1 در نظر گرفت

$$v_{cr} = \frac{V_{cr}}{b_w d} = 0.19 \phi_c \sqrt{f'_c} + 12 \frac{\rho_w V_u d}{M_u} \leq 0.35 \phi_c \sqrt{f'_c}$$

$M_u$  لنگر خمشی است که همزمان با نیروی برشی نهایی  $V_u$  بر مقطع اثر می کند.



## مقاومت برشی تامین شده توسط بتن در اعضاء تحت نیروی محوری

روابط مربوط به محاسبه آرماتورهای برشی و سایر ضوابط مربوط به حداقل آرماتور برشی، حداکثر نیروی برشی آرماتور و حداکثر فواصل آرماتورهای برشی کاملاً شبیه اعضای خمشی است. فقط باید روابط مربوط به محاسبه سهم مقاومت برشی بتن را تغییر داد.

$$M_m = M_u - N_u \frac{4h - d}{8} \quad (7-12)$$

۹-۱۲-۳-۲ در صورتیکه یک عضو خمشی تحت نیروی محوری فشاری ضریبدار  $N_u$  قرار گیرد، لنگر خمشی  $M_u$  در رابطه ۹-۱۲-۳-۲-۱ باید توسط رابطه مقابل جایگزین شود. در این حال لازم نیست مقدار  $V_u d / M_u$  به واحد محدود گردد.

$$V_c = 0.35 \phi_c \sqrt{f_c} \sqrt{1 + \frac{N_u}{3A_g}} b_w d \quad (8-12)$$

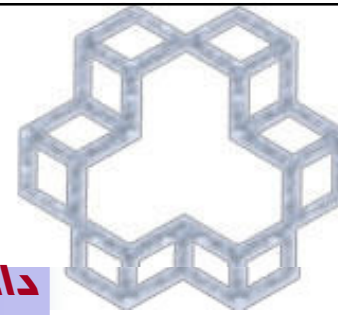
در هر حال مقدار محاسبه شده نباید از مقدار مقابل (رابطه ۸-۱۲) بزرگتر اختیار شود. چنانچه  $M_m$  در رابطه (۷-۱۲) منفی گردد  $V_c$  از رابطه (۸-۱۲) محاسبه می شود.

$$V_c = 0.2 \phi_c \sqrt{f_c} \left( 1 + \frac{N_u}{12A_g} \right) b_w d$$

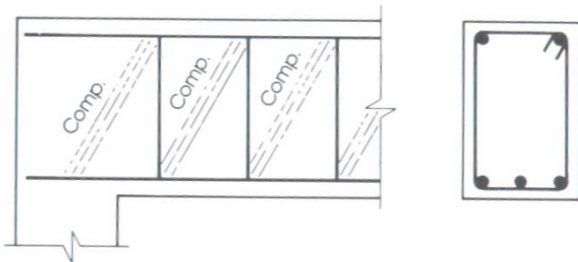
۹-۱۲-۳-۱-۲- بجای رابطه های بالا می توان از رابطه ساده مقابل برای اعضای که تحت فشار محوری قرار دارند استفاده نمود.

$$V_c = 0.2 \phi_c \sqrt{f_c} \left( 1 + \frac{N_u}{3A_g} \right) b_w d$$

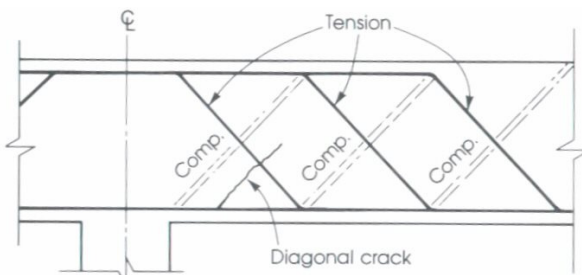
برای اعضای تحت کشش باید از رابطه مقابل بهره گرفت.  
(در این رابطه  $N_u$  منفی است.)



## مقاومت تامین شده توسط آرماتورها



خاموت عمود بر محور عضو  
(حداقل نیروی کار-مصرف فولاد بالا)



میلگردهای مایل  
(نیروی کار موردنیاز بالا-مصرف ماده کم)

۹-۱۲-۴-۱-آرماتورهای برشی می توانند شامل انواع ذیل باشند:

الف- خاموتهای عمود بر محور عضو

$$V_s = \phi_s A_v f_y \frac{d}{s} \leq 4V_c$$

ب- شبکه جوش شده از سیمهایی که عمود بر محور عضو قرار دارند

ج-خاموتهای با زاویه 45 درجه یا بیشتر نسبت به میلگردهای کششی طولی بنحوی که ترکهای قطری احتمالی را قطع کنند.

$$V_s = \phi_s A_v f_y (\sin \alpha + \cos \alpha) \frac{d}{s} \leq 4V_c$$

ت- میلگردهای طولی خم شده به قطر حداکثر 36 میلیمتر، تحت زاویه 30 درجه یا بیشتر نسبت به میلگردهای کششی طولی که ترکهای قطری احتمالی را قطع می کنند.

$$V_s = \phi_s A_v f_y \sin \alpha \leq 1.5v_c b_w d$$

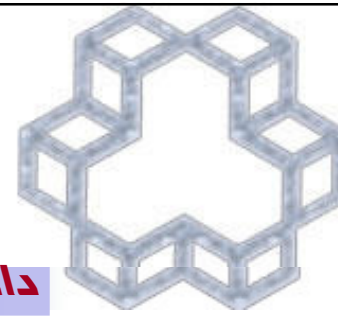
ث- ترکیبی از خاموتها و میلگردهای طولی خم شده. در این حال نیروی برشی مقاوم نهایی برای مجموع VS محاسبه شده برای هر یک می باشد.

ج- ماریچها

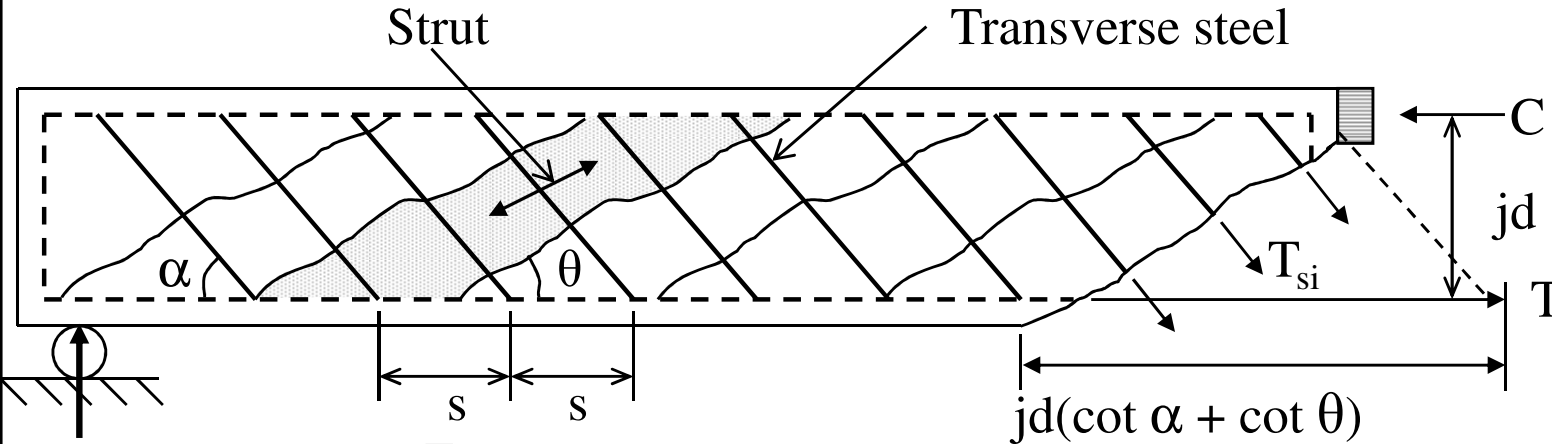
۹-۱۲-۴-۳-حداکثر تنش برشی سهم خاموت های قائم در هیچ حالت نباید بیشتر از مقادیر  $0.5\sqrt{f'_c}$  یا 3 مگاپاسکال در نظر گرفته شود.

۹-۱۲-۶-۱-مقاومت مشخصه آرماتورهای برشی نباید از ۴۰۰ مگاپاسکال بیشتر باشد





## تشابه خرپایی



$V_s$  اعضا قطری  
 خرپا  
 اعضا افقی  
 خرپا

فشار در المان فشاری بتن  
 کشش در خاموت های مایل  
 فشار در بتن بالا  
 کشش در میلگرد مقطع

این مورد توسط Morsch در اوایل سال 1900 بدست آمده

در جهت اطمینان، فرض شده که تمام برش توسط خاموت های مایل تحمل می شود.

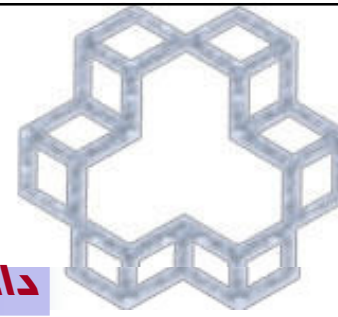
$$\sum F_y = 0 \quad V_s - (\sum T_{si}) \sin \alpha = 0$$

$$V_s = T_s \sin \alpha = A_v f_y \left( \frac{jd(\cot \alpha + \cot \theta)}{s} \right) \sin \alpha$$

زاویه ترک با خاموت مایل

$$V_s = \frac{A_v f_y d}{s}$$

در صورت استفاده از خاموت قائم :  $\alpha = 90^\circ$   
 فرض 1: تقریباً ترک قطری با زاویه 45 روی می دهد:  $\theta = 45^\circ$   
 فرض 2:  $jd \approx d$



## حداقل آرماتوربرشی

۱-۲-۳-۶-۱۲-۹ در تمامی اعضای خمشی بتن آرمه ای که در آنها نیروی برشی نهایی  $V_u$  از نصف نیروی برشی مقاوم نهایی بتن  $V_c$  تجاوز کند باید آرماتور برشی به کار برده شود. مقدار آرماتور برشی نباید از مقدار زیر کمتر گرفته شود.

$$V_u \geq \frac{1}{2} V_c \rightarrow \frac{A_v}{s} = 0.35 \frac{b_w}{f_y}$$

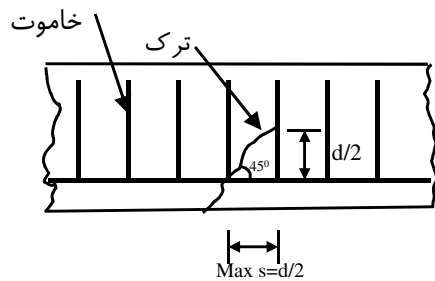
۱-۲-۳-۶-۱۲-۹ در موارد زیر می توان بند بالا را نادیده گرفت:

الف- دالها و شالوده ها

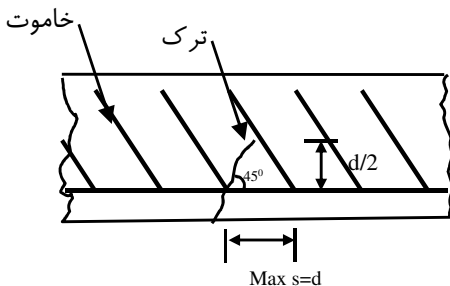
ب- سقفهای ساخته شده با سیستم تیرچه های بتنی

پ- تیرهای با ارتفاع کمتر از ۲۵۰ میلیمتر

ت- تیرهایی که به صورت یکپارچه با دال ریخته شده و ارتفاع کل آنها کمتر از دو و نیم برابر ضخامت دال، نصف پهنای جان و ۶۰۰ میلیمتر باشد.



خاموت عمودی

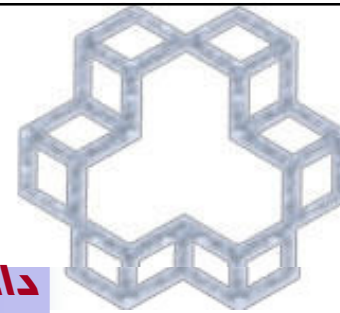


خاموت مایل

۱-۲-۳-۶-۱۲-۹ فاصله بین خاموت های برشی عمود بر محور عضو نباید از  $d/2$  بیشتر باشد.

۱-۲-۳-۶-۱۲-۹ فاصله بین خاموتهای مایل و یا میلگردهای طولی خم شده باید چنان باشد که هر خط  $45^\circ$  درجه ای که از وسط مقطع،  $d/2$ ، در جهت عکس العمل پطرف میلگردهای کششی طولی رسم شود، حداقل به وسیله یک ردیف از آرماتورهای برشی قطع شود.

۱-۲-۳-۶-۱۲-۹ در صورتیکه نیروی برشی مقاوم  $V_s$  بیشتر از  $2v_c b_w d$  باشد حداکثر فواصل داده شده در بندهای ۱،۲-۳-۶-۱۲-۹ باید به نصف تقلیل داده شوند.



نتایج آزمایشات نشان می دهد برای جلوگیری از یک شکست ترد در اثر ترک قطری لازم است حداقل فولادی معادل مقدار فوق در مقطع قرارداد.

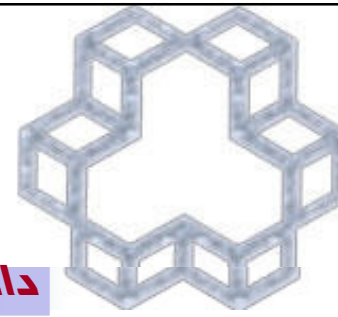
این میزان فولاد متناظر به میزان انتقال تنش برشی 0.35 مگا پاسکال می باشد.

البته ACI از سال 2002 به بعد رابطه دقیق تری را بکار می برد

که در مقررات ملی ساختمان مبحث 9 از ضرب  $\sqrt{f'_c}$  در رابطه بالا به دست می آید.

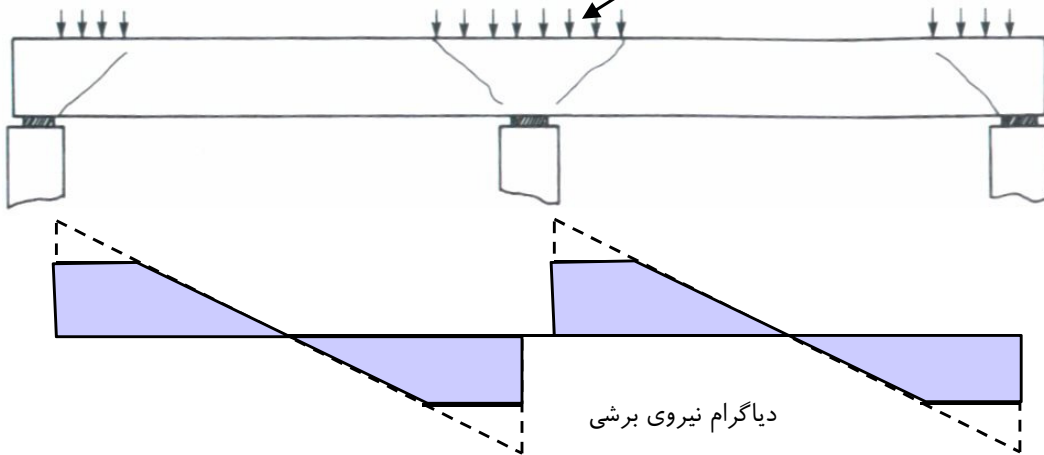
( به علت آنکه این میزان با افزایش بتن مقاوم تر افزایش می یابد. )

$$\frac{A_v}{s} = 0.35 \frac{b_w}{f_y}$$



## محل بحرانی کنترل برش

نیروهای این بخش به صورت فشاری مستقیماً به تکیه گاه منتقل می شوند.



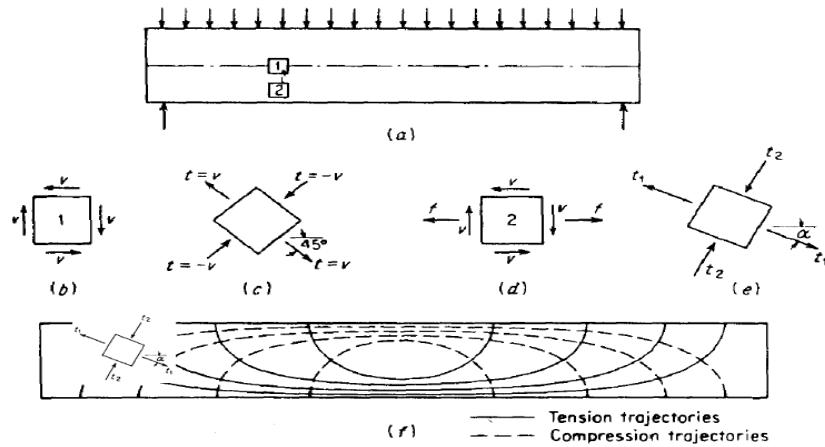
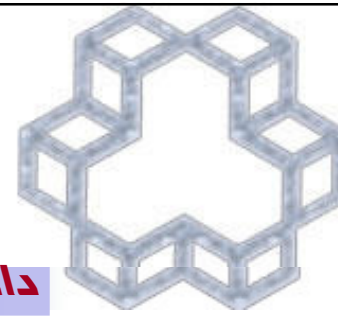
به دلیلی که در بالا به آن اشاره شده، تمام مقاطعی که در فاصله  $d$  از لبه ستون قرار دارند، برای برش موجود در فاصله  $d$  طراحی می گردند.

$V_u$  (به فاصله  $d$  از بر تکیه گاه) ← برش مورد استفاده در طراحی

**بدین شرط:**

1. در فاصله  $d$  از لبه تکیه گاه نیروی متمرکز وجود نداشته باشد.
2. نیروی عکس العمل تکیه گاهی فشاری باشد. (عکس العمل تکیه گاه در امتداد برش اعمال شده در نواحی انتهایی عضو ایجاد فشار کند.)

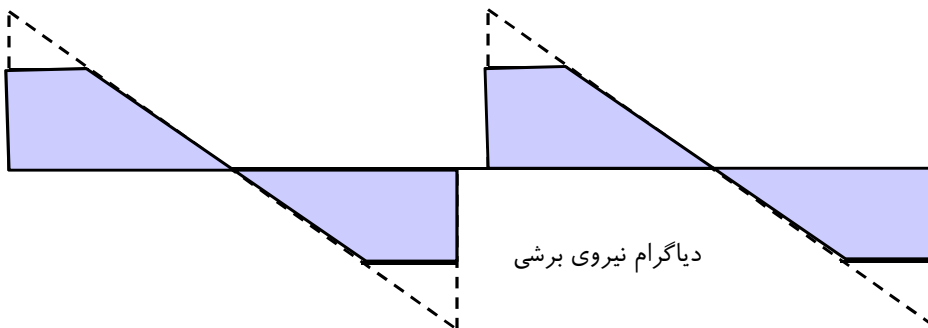
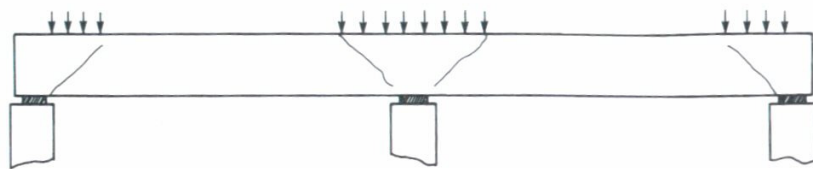


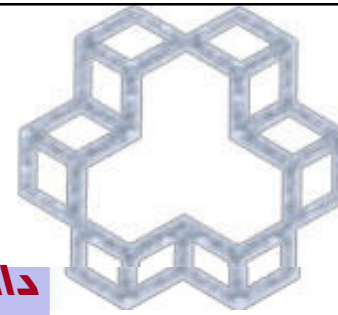


در صورتیکه واکنش تکیه گاهی اثر فشاری در تیر داشته باشد باعث بهبود مقاومت برشی می شود.

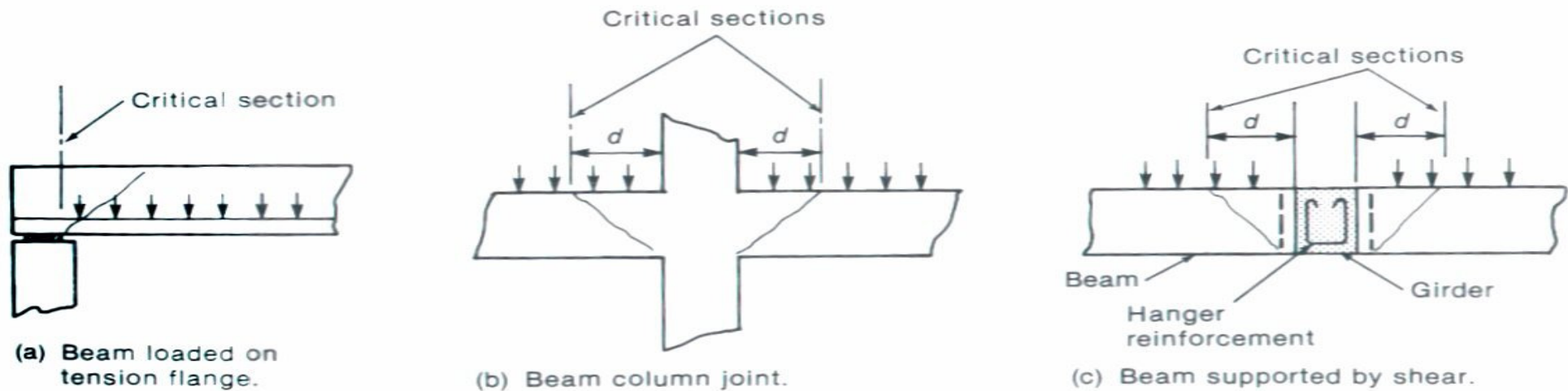
با توجه به دایره مور، برش مولفه ای کششی دارد، که این فشار مقداری از اثر کشش در تیر را که باعث برش می شود خنثی می کند.

به همین دلیل همه مقاطعی را که در فاصله ای کمتر از  $d$  از بر تکیه گاه قرار دارند می توان برای  $V_{uld}$  (که مقداری کمتر است) طراحی کرد.

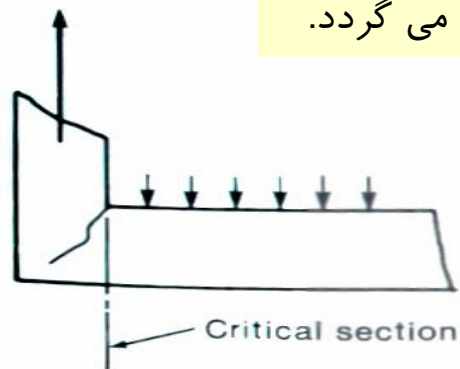




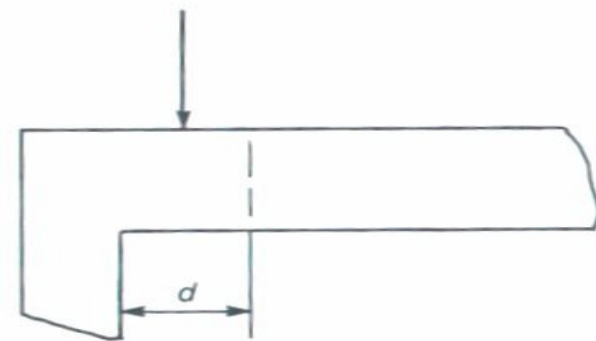
## مقطع بحرانی کنترل برش



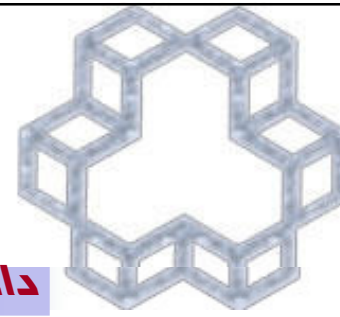
فشار وارده از تکیه گاه باعث بسته شدن ترک های تیر در روی تکیه گاه می گردد.



(d) Beam supported by tension force.



(e) Beam with concentrated load close to support.



## فرآیند طراحی برای برش

- (1) Calculate  $V_u$
- (2) Calculate  $V_c$
- (3) Check is  $V_u \geq \frac{1}{2}V_c \rightarrow \begin{cases} \text{If yes, add web reinforcement (go to 4)} \\ \text{If no, done.} \end{cases}$
- (4) If  $\frac{1}{2}V_c \leq V_u \leq V_c$ , provide minimum shear reinforcement

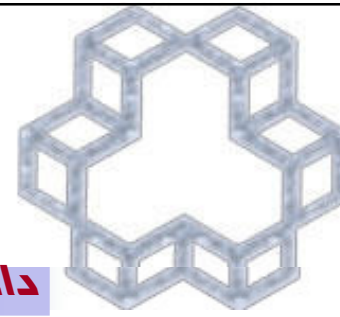
$$\frac{A_{v(\min)}}{s} = 0.35 \frac{b_w}{f_y} \quad \text{Also:} \quad s_{\max} \leq \frac{d}{2} \leq 600mm$$

- (5) If  $V_u \geq V_c$ ,  $\rightarrow$  calculate  $V_s$  (req'd)

$$V_s = V_u - V_c \leq 4V_c$$

$$V_u(\max) = 4V_c + V_c = 5V_c \quad \leftarrow$$

ظرفیت نهایی برشی مقطع



(6) Solve for required stirrup spacing(strength)

Assume  $\Phi 8$ ,  $\Phi 10$ , or  $\Phi 12$  stirrups

$$\frac{A_v}{s} \geq \frac{V_s}{f_{yd}d}$$

(7) Check minimum steel requirement

$$s_{\max} = \frac{A_v f_y}{0.35 b_w}$$

(8) Check maximum spacing requirement

$$\text{If } V_s \leq 2v_c b_w d \rightarrow s_{\max} \leq \frac{d}{2} \leq 600\text{mm}$$

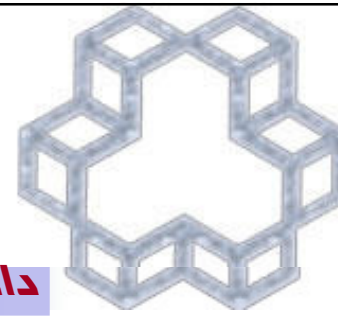
$$\text{If } V_s \geq 2v_c b_w d \rightarrow s_{\max} \leq \frac{d}{4} \leq 300\text{mm}$$

Note : If  $V_s \geq 4v_c b_w d$  (illegal)

(9) Use smallest spacing from steps 6,7,8

Note: A practical limit to minimum stirrup spacing is 100 mm





$$V_c + 0.8 \phi_c \sqrt{f'_c} b_w d$$

$\underbrace{\hspace{10em}}$   
 $4V_c$

$$V_c + 0.4 \phi_c \sqrt{f'_c} b_w d$$

$\underbrace{\hspace{10em}}$   
 $2V_c$

$$V_c + \frac{A_{v \min} f_{yd}}{s}$$

$$0.5 V_c$$

مقطع عرضی کافی نیست

$$s \leq \frac{A_v f_{yd} d}{V_u - V_c}$$

$$\leq d/4$$

$$\leq 300 \text{ mm}$$

$$s \leq \frac{A_v f_{yd} d}{V_u - V_c}$$

$$\leq d/2$$

$$\leq 600 \text{ mm}$$

$$s \leq \frac{A_v f_y}{0.35 b_w}$$

با حداقل  $\leq d/2$   
 خاموت  $\leq 600 \text{ mm}$

عدم نیاز به خاموت

پیش تنیده ← → غیر پیش تنیده

نکته: در مقررات ملی ایران مبحث ۹ برای در نظر گرفتن نامساعدترین شرایط استفاده از پوش را در صورت تحقق شرایط زیر الزامی میداند:

۱. شدت بار زنده حداقل ۵ کیلونیوتن بر متر مربع باشد.
۲. نسبت بار زنده به مرده حداقل ۱.۵ باشد.