

## حل امتحان پایان ترم مدارهای الکتریکی ۲ ۹۲/۱۰/۱۵

۱- این شبکه یک ژیراتور است.

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cdot & 2 \\ -2 & \cdot \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} V_1 \\ I_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cdot & -2 \\ -0/5 & \cdot \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_2 \\ -I_2 \end{bmatrix} \rightarrow T = \begin{bmatrix} \cdot & -2 \\ -0/5 & \cdot \end{bmatrix}$$

$$T^r = \begin{bmatrix} \cdot & -2 \\ -0/5 & \cdot \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cdot & -2 \\ -0/5 & \cdot \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = I \Rightarrow T_t = T^m = \begin{cases} I : m \text{ even} \\ T : m \text{ odd} \end{cases}$$

الف- در حالت  $m$  یک عدد زوج است، شبکه کل معادل یک سیم یا ترانسفورماتور با نسبت  $1:1$  است و در غیر این صورت معادل همان شبکه اصلی یعنی ژیراتور خواهد بود.

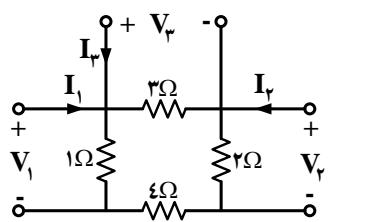
ب- برای  $m$  زوج، فرمهای امپدانسی و ادمیتانسی وجود ندارد. زیرا هیچگونه ارتباطی بین جریان و ولتاژ وجود ندارد. بلکه فقط ارتباط بین جریانها و یا فقط ولتاژها را در شبکه کل داریم.

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ I_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_2 \\ -I_2 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} V_1 \\ -I_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_2 \\ I_2 \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} V_1 \\ I_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cdot & 1 \\ -1 & \cdot \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ V_2 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} I_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ I_1 \end{bmatrix}$$

برای  $m$  فرد، فرمهای ترکیبی وجود ندارد.

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ I_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cdot & -2 \\ -0/5 & \cdot \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_2 \\ -I_2 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} V_1 \\ -I_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cdot & -2 \\ -0/5 & \cdot \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_2 \\ I_2 \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cdot & 2 \\ -2 & \cdot \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cdot & -0/5 \\ 0/5 & \cdot \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix}$$

پ- شبکه کل در هر صورت متقابله است. زیرا  $D = A$ . در صورتی که  $m$  زوج باشد، شبکه کل متقابله خواهد بود.



$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ V_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ I_1 \end{bmatrix}$$

$$a_{11} = \frac{I_1}{V_1} \Big|_{V_2=I_1=0} = \frac{-1}{3+4} = \frac{-1}{7} \quad a_{21} = \frac{I_2}{V_1} \Big|_{V_2=I_1=0} = \frac{1}{3+4} \parallel 2 = \frac{1}{14} \quad a_{31} = \frac{V_2}{V_1} \Big|_{V_2=I_1=0} = \frac{-3}{3+4} = \frac{-3}{7}$$

$$a_{12} = \frac{I_1}{I_2} \Big|_{V_1=V_2=0} = \frac{-3}{3+4} = \frac{-3}{7} \quad a_{22} = \frac{I_2}{I_1} \Big|_{V_1=V_2=0} = \frac{3}{3+4} = \frac{3}{7} \quad a_{32} = \frac{V_2}{I_1} \Big|_{V_1=V_2=0} = 4 \parallel 3 = \frac{12}{7}$$

$$a_{13} = \frac{I_1}{V_2} \Big|_{V_1=I_1=0} = \frac{-1}{3+4} = \frac{-1}{7} \quad a_{23} = \frac{I_2}{V_2} \Big|_{V_1=I_1=0} = \frac{1}{3+4} = \frac{1}{14} \quad a_{33} = \frac{V_2}{V_2} \Big|_{V_1=I_1=0} = 1 = \frac{-3}{3+4} = \frac{-3}{7}$$

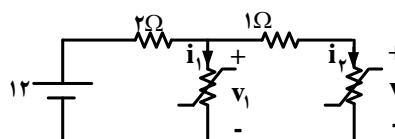
$$a_{21} = a_{12} = -a_{11} = -\frac{1}{7} \quad a_{31} = a_{22} = \frac{1}{14} \quad a_{32} = a_{13} = -\frac{1}{7}$$

چون شبکه هم پاسخ است، می‌توان برخی از پارامترها را با استفاده از نتایج این قضیه بدون محاسبه مستقیم آن تعیین نمود.

است. زیرا در نبود دهنۀ ۳، این پارامترها همان پارامترهای  $y_{11}, y_{12}, y_{21}$  هستند.

$a_{22} = -a_{33}$  است. زیرا در نبود دهنۀ ۱، این پارامترها همان پارامترهای  $g_{22}, g_{23}, g_{32}$  هستند.

$a_{31} = -a_{13}$  است. زیرا در نبود دهنۀ ۲، این پارامترها همان پارامترهای  $g_{11}, g_{13}, g_{31}$  هستند.



$$\frac{12-V_1}{2} = i_1 + i_2, \quad \frac{V_1-V_2}{1} = i_2$$

-۳

$$\begin{aligned}
 & \left\{ \begin{array}{l} v_i + v_r + \cdot / 5v_i = 0 \\ v_r + v_r - v_i = 0 \end{array} \right. \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} f_i = v_i + v_r + \cdot / 5v_i - 0 = 0 \\ f_r = v_r + v_r - v_i = 0 \end{array} \right. \rightarrow J = \begin{bmatrix} \cdot / 5 + 2v_i & 2v_r \\ -1 & 1 + 2v_r \end{bmatrix} \\
 & v_i^{(0)} = 1/5, v_r^{(0)} = \cdot / 5 \quad J^{(0)} = \begin{bmatrix} 3/5 & 1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} \rightarrow (J^{(0)})^{-1} = \frac{1}{8} \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 3/5 \end{bmatrix} \quad F^{(0)} = \begin{bmatrix} -2/75 \\ -\cdot / 75 \end{bmatrix} \\
 & \rightarrow \Delta v^{(0)} = -\frac{1}{8} \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 3/5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -2/75 \\ -\cdot / 75 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cdot / 59375 \\ \cdot / 671875 \end{bmatrix} \rightarrow v_i^{(0)} = 2 / 9375, v_r^{(0)} = 1 / 171875 \\
 & F^{(0)} = \begin{bmatrix} \cdot / 18040 \\ \cdot / 4514 \end{bmatrix} \quad J^{(0)} = \begin{bmatrix} 4/6875 & 2/34375 \\ -1 & 3/34375 \end{bmatrix} \rightarrow (J^{(0)})^{-1} = \begin{bmatrix} \cdot / 1856 & -\cdot / 1301 \\ \cdot / 555 & \cdot / 2602 \end{bmatrix} \\
 & \Delta v^{(0)} = - \begin{bmatrix} \cdot / 1856 & -\cdot / 1301 \\ \cdot / 555 & \cdot / 2602 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cdot / 18040 \\ \cdot / 4514 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\cdot / 905 \\ -\cdot / 1621 \end{bmatrix} \rightarrow v_i^{(0)} = 2 / 0033, v_r^{(0)} = 1 / 0098
 \end{aligned}$$

۴- الف- این شبکه متقابل است ولی متقارن نیست.

$$T_i = \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow |T_i| = 1, A \neq D$$

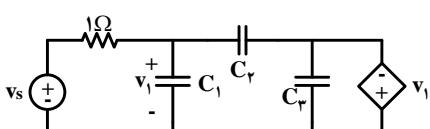
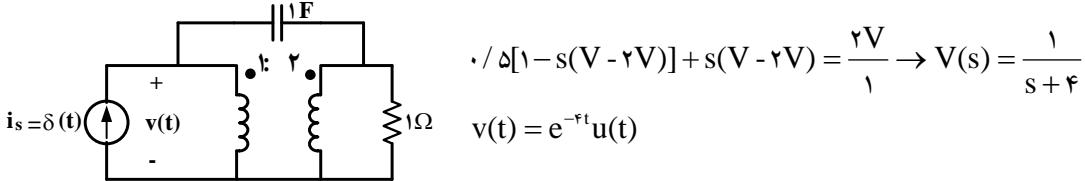
-ب-

$$Z_{ii} = \sqrt{\frac{AB}{CD}} = 2\sqrt{3}, \quad Z_{ir} = \sqrt{\frac{BD}{AC}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

-پ-

$$T = \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & R \\ 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & 4R+3 \\ 1 & R+1 \end{bmatrix} \quad A = D \rightarrow 4 = R + 1 \Rightarrow R = 3, \quad Z_i = \sqrt{\frac{B}{C}} = \sqrt{15}$$

-د-



۶- الف- یک حلقه خازنی و ۳ عنصر ذخیره کننده انرژی داریم و چون ولتاژ یک خازن (متغیر حالت) به ولتاژ خازن دیگر (متغیر حالت) وابسته است، پس فقط یک متغیر حالت مستقل وجود دارد و آن را همان  $V$  در نظر می‌گیریم.

$$\frac{V_s - V_1}{1} = C_1 V'_1 + C_r (V_1 - (-V_1))' \rightarrow V'_1 = \frac{-1}{C_1 + 2C_r} V_1 + \frac{1}{C_1 + 2C_r} V_s$$

$$A = \frac{-1}{C_1 + 2C_r} \rightarrow |sI - A| = |s - \frac{-1}{C_1 + 2C_r}| = s + \frac{1}{C_1 + 2C_r} = \frac{-1}{3} \Rightarrow C_1 + 2C_r = 3$$

-ب-

$$V'_1 = \frac{-1}{C_1 + 2C_r} V_1 + \frac{1}{C_1 + 2C_r} V_s \rightarrow sV_1 - V_1(\cdot) = \frac{-1}{3} V_1 + \frac{1}{3} s \rightarrow V_1(s) = \frac{3sV_1(\cdot) + 1}{3s(s + \frac{1}{3})} = \frac{A}{s} + \frac{B}{s + \frac{1}{3}}$$

-پ-

$$B = v_1(\cdot) - 1 = 0 \Rightarrow v_1(\cdot) = 1 \rightarrow v_{C_1}(\cdot) = 1, \quad v_{C_2}(\cdot) = 2, \quad v_{C_3}(\cdot) = -1$$

- در روش حلقه، قطر اصلی ماتریس امپدانس برابر مجموع امپدانسهای موجود در هر حلقه است. لذا بخش حقیقی آن مثبت خواهد بود. همچنین بقیه اعضاء ماتریس امپدانس برابر مجموع امپدانسهای مشترک بین دو حلقه است. لذا بخش حقیقی آن کمتر از بخش حقیقی هر یک از حلقه‌هایی است که این اشتراک را دارند. این موارد برای شبکه‌های RLC برقرار است که در آن مقدار عناصر مثبت می‌باشد. پس  $Z_{in2}$  (عضو اول قطر اصلی منفی است) و  $Z_{in3}$  (بخش حقیقی مشترک بین دو حلقه از بخش حقیقی حلقه اول بزرگتر است) را نمی‌توان به عنوان ماتریس امپدانس شبکه RLC دانست.

- فرکانس اصلی منبع ۵۰ هرتز است. لذا شبکه الکتریکی، فقط فرکانس‌های ۲۵۰ و ۱۵۰ هرتز را عبور می‌دهد.

$$\begin{aligned} y(t) &= 900 \times \frac{1}{3} \cos(300\pi t - \operatorname{tg}^{-1}(3)) + 900 \times \frac{1}{5} \cos(500\pi t - \operatorname{tg}^{-1}(5)) \\ &= 100 \cos(300\pi t - 71/57^\circ) + 36 \cos(500\pi t - 78/69^\circ) \end{aligned}$$