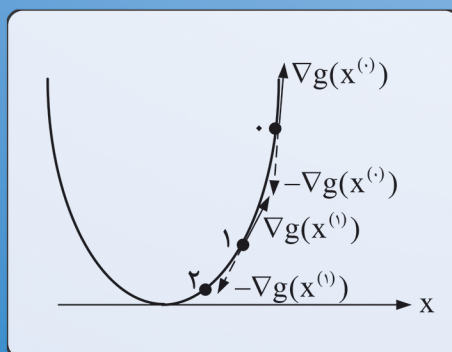
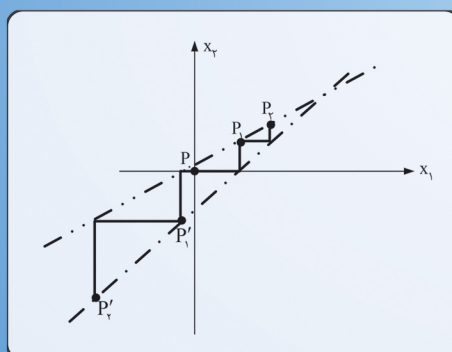
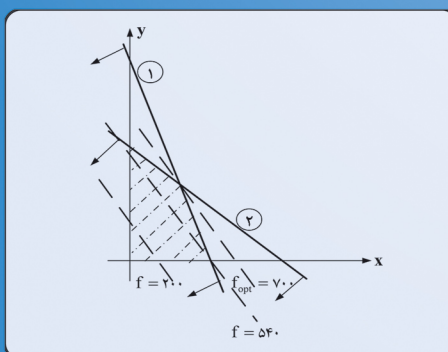
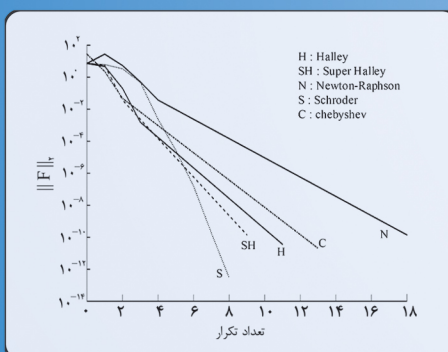




روش های محاسبات عددی



روش های محاسبات عددی

Numerical Analysis Methods

By : Rasool Dalirrooy Fard

از زمانی که بشر به ساخت اولین دستگاه محاسبه گر پرداخت، همواره به دنبال پیاده سازی همه نوع محاسبات روزمره، علمی و تحقیقاتی بود و چون این دستگاهها با نمونه ای از پارامترها سروکار دارند، لازم بود که داده های موجود در یک ساختار منظم به همراه الگوریتم های مشخص، طوری ترتیب یابند تا بتوان آن ها را بر روی این دستگاهها پیاده سازی کرد. حجم محدود حافظه این دستگاهها برای نمایش اعداد و عملیات ریاضی سبب شد که نتیجه پیاده سازی مذکور همواره با خطا همراه باشد. از این رو پژوهشگران، ریاضیدانان و برخی از فیزیکدانان در طی قرن بیستم الگوریتم های محاسبات عددی را به نحوی اصلاح کردند که از درجه دقت بالا و خطای پائین برخوردار باشند. همچنین با پیشرفت فناوری در زمینه ساخت دستگاه های محاسبه گر این کار از سرعت بسزایی برخوردار گردید. به ویژه افزایش حجم حافظه این دستگاهها، کارآمد بودن الگوریتم های محاسبات عددی را چشمگیر کرد.

رسول دلیرروی فرد



انتشارات دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی

شابک : ۹۷۸-۶۰۰-۷۸۶۷-۵۲-۵



فهرست مطالب

پیشگفتار

۱

فصل ۱ مقدمه‌ای بر روش‌های عددی

۱-۱ معرفی محاسبات عددی ۳

۲-۱ تحلیل خطا ۵

۱-۲-۱ انواع خطا ۵

۲-۲-۱ رقم بامعنی ۷

۳-۱ انباشتگی خطا در محاسبات ۱۱

۱-۳-۱ انباشتگی خطا در چهار عمل اصلی ۱۱

۱-۱-۳-۱ انباشتگی خطا در جمع ۱۱

۲-۱-۳-۱ انباشتگی خطا در تفریق ۱۲

۳-۱-۳-۱ انباشتگی خطا در ضرب ۱۵

۴-۱-۳-۱ انباشتگی خطا در تقسیم ۱۶

۲-۳-۱ انباشتگی خطا در فرمول‌ها و توابع ۱۸

۱-۲-۳-۱ انباشتگی خطا در محاسبه فرمول‌ها ۱۸

۲-۲-۳-۱ انباشتگی خطا در محاسبه توابع ۱۹

۴-۱ پایداری و حساسیت در الگوریتم‌های عددی ۲۰

۵-۱ خلاصه ۲۲

۶-۱ مسائل ۲۳

۳۱

فصل ۲ تعیین ریشه معادلات

۱-۲ برآورد تقریبی ریشه‌ها ۳۳

۲-۲ مرتبه همگرایی ۴۲

۳-۲ روش‌های عددی حل معادلات غیرخطی (کلی) ۴۴

۱-۳-۲ روش تنصیف (دوبخشی) ۴۴

۱-۱-۳-۲ همگرایی و مرتبه آن ۴۵

۲-۳-۲ روش نقطه ثابت (تکرار ساده) ۴۶

۱-۲-۳-۲ همگرایی و مرتبه آن ۴۷

۳-۳-۲ روش Δ^2 ایتکن ۵۰

۱-۳-۳-۲ همگرایی و مرتبه آن ۵۱

۲-۳-۴ روش λ ۵۳

۲-۳-۵ روش نیوتن-رافسون ۵۵

۲-۳-۵-۱ روش نیوتن-رافسون معمولی ۵۵

۲-۳-۵-۲ روش نیوتن-رافسون اصلاح شده ۶۰

۲-۳-۵-۱-۲ همگرایی و مرتبه آن ۶۰

۲-۳-۶ روش‌های درون‌یابی خطی ۶۴

۲-۳-۶-۱ روش وتر (خط قاطع) و همگرایی و مرتبه آن ۶۵

۲-۳-۶-۲ روش نابجایی، همگرایی و مرتبه آن ۷۱

۲-۳-۶-۳ روش ریدر، همگرایی و مرتبه آن ۷۵

۲-۳-۷ روش مولر، همگرایی و مرتبه آن ۷۷

۲-۳-۸ روش برنت، همگرایی و مرتبه آن ۷۹

۲-۳-۹ روش رامانوجان ۸۰

۲-۴ روش‌های عددی حل معادلات غیرخطی (چندجمله‌ای‌ها) ۸۳

۲-۴-۱ روش نیوتن-رافسون ۸۸

۲-۴-۲ روش بیرستو ۹۰

۲-۴-۳ روش QD ۹۳

۲-۴-۴ روش Graeffe ۹۶

۲-۴-۵ روش لژر ۹۸

۲-۵ خلاصه ۹۹

۲-۶ مسائل ۱۰۶

۱۳۷

فصل ۳ تفاضل‌ها، درون‌یابی، برون‌یابی و مشتق‌گیری عددی

۳-۱ تفاضل‌ها ۱۳۹

۳-۱-۱ تفاضل مستقیم Δ ۱۳۹

۳-۱-۲ تفاضل معکوس ∇ ۱۴۰

۳-۱-۳ تفاضل مرکزی δ ۱۴۰

۳-۲ ارتباط میان اپراتورهای تفاضل و مشتق ۱۴۲

۳-۲-۱ ارتباط میان اپراتور تفاضل مستقیم با مشتق ۱۴۲

۳-۲-۲ ارتباط میان اپراتور تفاضل معکوس با مشتق ۱۴۳

۳-۲-۳ ارتباط میان اپراتور تفاضل مرکزی با مشتق ۱۴۴

- ۳-۳ درونیابی و برونیابی ۱۴۶
- ۳-۳-۱ روش مستقیم نیوتن ۱۴۸
- ۳-۳-۲ روش معکوس نیوتن ۱۵۰
- ۳-۳-۳ روش استرلینگ ۱۵۱
- ۳-۳-۴ روش بسل ۱۵۲
- ۳-۳-۵ روش اورت ۱۵۴
- ۳-۳-۶ روش لاگرانژ ۱۵۴
- ۳-۳-۷ روش نویل ۱۵۷
- ۳-۳-۸ روش گوس ۱۵۹
- ۳-۳-۹ روش تکراری ایتکن ۱۶۲
- ۳-۳-۱۰ روش هرمیت ۱۶۵
- ۳-۳-۱۱ روش اسپلاین ۱۶۷
- ۳-۳-۱۱-۱ روش اسپلاین خطی ۱۶۸
- ۳-۳-۱۱-۲ روش اسپلاین درجه ۲ ۱۷۰
- ۳-۳-۱۱-۳ روش اسپلاین مکعبی ۱۷۲
- ۳-۳-۱۲ روش درونیابی کسری ۱۷۹
- ۳-۳-۱۳ روش درونیابی معکوس ۱۸۱
- ۳-۳-۱۴ روش درونیابی چندبعدی ۱۸۳
- ۳-۳-۱۴-۱ درونیابی دوخطی ۱۸۴
- ۳-۳-۱۴-۲ روش درونیابی بی‌کران ۱۸۵
- ۳-۳-۱۴-۳ بسط درونیابی دوخطی ۱۸۸
- ۳-۴ روش‌های مشتق‌گیری عددی و کاربردهای آن ۱۹۰
- ۳-۴-۱ مشتق‌گیری عددی بر اساس روش‌های درونیابی ۱۹۱
- ۳-۴-۲ مشتق‌گیری عددی بر اساس بسط تیلور ۱۹۵
- ۳-۴-۳ مشتق‌گیری عددی با استفاده از اپراتورهای تفاضل ۱۹۹
- ۳-۴-۴ مشتق‌گیری عددی بر اساس روش ضرایب نامعین ۲۰۱
- ۳-۴-۵ مشتق‌گیری عددی بر اساس روش برونیابی ریچاردسون ۲۰۲
- ۳-۴-۶ تقریب عددی مشتقات نسبی ۲۰۴
- ۳-۴-۷ تعیین نقاط اکسترمم و عطف در یک جدول از داده‌های یک تابع ۲۰۶

۳-۵ خلاصه ۲۰۷

۳-۶ مسائل ۲۱۷

۲۵۷ فصل ۴ حل عددی معادلات دیفرانسیل معمولی و با مشتقات جزئی

۴-۱ روش‌های تک گامی ۲۶۰

۴-۱-۱ روش بسط تیلور ۲۶۱

۴-۱-۲ روش پیکارد ۲۶۲

۴-۱-۳ روش‌های اویلر ۲۶۴

۴-۱-۳-۱ روش اویلر ساده ۲۶۴

۴-۱-۳-۲ روش اویلر پیشگو-تصحیح کننده (اویلر اصلاح شده) ۲۶۶

۴-۱-۳-۳ روش اویلر نقطه وسط ۲۶۷

۴-۱-۳-۴ روش اویلر بازگشتی ۲۶۸

۴-۱-۳ روش‌های رانگ-کوتا ۲۶۹

۴-۱-۴-۱ روش رانگ-کوتا مرتبه ۲ ۲۶۹

۴-۱-۴-۲ روش رانگ-کوتا مرتبه ۳ ۲۷۲

۴-۱-۴-۳ روش رانگ-کوتا مرتبه ۴ ۲۷۴

۴-۱-۴-۴ روش رانگ-کوتا مراتب بالاتر ۲۷۷

۴-۱-۴-۵ روش رانگ-کوتا تطبیقی ۲۷۹

۴-۲ روش‌های چند گامی ۲۸۴

۴-۲-۱ روش آدامز-بشفورت ۲۸۵

۴-۲-۲ روش آدامز-مولتن ۲۸۸

۴-۳ روش‌های پیش‌بینی-تصحیح ۲۹۰

۴-۳-۱ روش میلن ۲۹۰

۴-۳-۲ روش سیمسون ۲۹۱

۴-۴ بر اساس اپراتورهای تفاضل ۲۹۱

۴-۵ حل عددی دستگاه معادلات دیفرانسیل ۲۹۳

۴-۶ همگرایی و پایداری ۲۹۵

۴-۶-۱ همگرایی ۲۹۵

۴-۶-۲ پایداری ۲۹۸

۴-۷ معادلات دیفرانسیل سخت ۳۰۱

- ۸-۴ حل عددی معادلات با مشتقات جزئی ۳۰۶
- ۱-۸-۴ روش اختلاف محدود برای مسائل بیضوی ۳۰۷
- ۲-۸-۴ روش اختلاف محدود برای معادله سهموی ۳۱۱
- ۳-۸-۴ روش اختلاف محدود برای معادله هذلولوی ۳۱۹
- ۹-۴ خلاصه ۳۲۲
- ۱۰-۴ مسائل ۳۲۴

۳۴۳

فصل ۵ انتگرال‌گیری عددی

- ۱-۵ قاعده و دقت روابط انتگرال‌گیری عددی در حالت کلی ۳۴۵
- ۲-۵ روش ذوزنقه‌ای ۳۴۶
- ۱-۲-۵ روش ذوزنقه‌ای ساده ۳۴۶
- ۲-۲-۵ روش ذوزنقه‌ای مرکب ۳۴۸
- ۳-۲-۵ روش ذوزنقه‌ای بازگشتی ۳۵۰
- ۴-۲-۵ روش ذوزنقه‌ای اصلاح‌شده ۳۵۱
- ۳-۵ روش سیمسون ۳۵۲
- ۱-۳-۵ روش سیمسون ساده ۳۵۲
- ۲-۳-۵ روش سیمسون مرکب ۳۵۳
- ۳-۳-۵ روش سیمسون اصلاح‌شده ۳۵۴
- ۴-۵ روش نقطه میانی ۳۵۴
- ۱-۴-۵ روش نقطه میانی ساده ۳۵۵
- ۲-۴-۵ روش نقطه میانی مرکب ۳۵۵
- ۵-۵ روش رامبرگ ۳۵۷
- ۶-۵ روش‌های نیوتن-کاتس ۳۵۹
- ۱-۶-۵ روش نیوتن-کاتس بسته ۳۵۹
- ۲-۶-۵ روش نیوتن-کاتس باز ۳۶۰
- ۷-۵ روش‌های انتگرال‌گیری گوس ۳۶۰
- ۱-۷-۵ روش انتگرال‌گیری گوس-لژاندر ۳۶۲
- ۲-۷-۵ روش انتگرال‌گیری گوس-چبی‌شف ۳۶۴
- ۳-۷-۵ روش انتگرال‌گیری گوس-هرمیت ۳۶۶
- ۴-۷-۵ روش انتگرال‌گیری گوس-لژر ۳۶۷

- ۵-۷-۵ روش انتگرال گیری گوس- لوباتو ۳۶۸
- ۵-۷-۶ روش انتگرال گیری گوس- رادو ۳۶۹
- ۵-۷-۷ روش انتگرال گیری گوس- ژاکوبی ۳۷۰
- ۵-۸ روش انتگرال گیری عددی با استفاده از درون یابی (اپراتورهای تفاضل) ۳۷۰
- ۵-۹ انتگرال های ناویژه و نامعین ۳۷۲
- ۵-۱۰ محاسبه عددی انتگرال های چندگانه ۳۷۴
- ۵-۱۱ خلاصه ۳۷۷
- ۵-۱۲ مسائل ۳۷۷
- ۳۹۹ فصل ۶ حل عددی دستگاه معادلات خطی
- ۶-۱ مقدمه ۴۰۱
- ۶-۲ روش های مستقیم ۴۰۲
- ۶-۲-۱ روش حذفی گوس ۴۰۲
- ۶-۲-۱-۱ محورگیری جزئی ۴۰۵
- ۶-۲-۱-۲ محورگیری کلی ۴۰۵
- ۶-۲-۲ روش حذفی گوس- جردن ۴۰۶
- ۶-۲-۲-۱ تعیین جواب با استفاده از روش حذفی گوس- جردن ۴۰۶
- ۶-۲-۲-۲ بحث و بررسی در وجود و جواب یک دستگاه n معادله و m مجهول ۴۰۹
- ۶-۲-۳ بر اساس ماتریس معکوس ۴۱۳
- ۶-۲-۴ روش کرامر ۴۱۴
- ۶-۲-۵ با استفاده از تجزیه LU ۴۱۵
- ۶-۲-۶ با استفاده از تجزیه QR ۴۱۶
- ۶-۳ روش های تکرار ۴۱۷
- ۶-۳-۱ روش تکرار ژاکوبی ۴۱۷
- ۶-۳-۲ روش گوس- سیدل ۴۱۸
- ۶-۳-۳ روش SOR ۴۲۱
- ۶-۳-۴ روش گرادیان مزدوج ۴۲۲
- ۶-۳-۵ شرط همگرایی و نرخ آن برای روش های تکرار ۴۲۵
- ۶-۴ معادلات بد وضع ۴۳۲

۴۳۴ ۵-۶ خلاصه

۴۳۵ ۶-۶ مسائل

۴۵۱

فصل ۷ ماتریس و حل عددی آن

۴۵۳ ۱-۷ جمع، تفریق، ضرب و ترانهاده ماتریس‌ها

۴۵۳ ۲-۷ نرم بردار و ماتریس

۴۵۵ ۳-۷ تجزیه ماتریس‌ها

۴۵۵ ۱-۳-۷ تجزیه LU

۴۵۵ ۱-۱-۳-۷ تجزیه LU با استفاده از روش حذفی گوس

۴۵۶ ۲-۱-۳-۷ روش دولیتل

۴۵۹ ۳-۱-۳-۷ روش کروت

۴۶۰ ۴-۱-۳-۷ روش چولسکی

۴۶۱ ۲-۳-۷ تجزیه QR

۴۶۱ ۱-۲-۳-۷ فرآیند گرام اشمیت

۴۶۳ ۲-۲-۳-۷ روش هوس هولدر

۴۶۵ ۴-۷ دترمینان

۴۶۶ ۱-۴-۷ محاسبه دترمینان بر اساس تجزیه LU

۴۶۶ ۲-۴-۷ محاسبه دترمینان بر اساس تجزیه QR

۴۶۷ ۵-۷ معکوس یک ماتریس و عدد شرطی آن

۴۶۷ ۱-۵-۷ محاسبه معکوس یک ماتریس با روش حذفی گوس- جردن

۴۶۸ ۲-۵-۷ محاسبه معکوس یک ماتریس بر اساس تجزیه LU

۴۶۹ ۳-۵-۷ محاسبه معکوس یک ماتریس بر اساس تجزیه QR

۴۷۰ ۴-۵-۷ عدد شرطی

۴۷۱ ۶-۷ مقدار ویژه و بردار ویژه

۴۷۴ ۱-۶-۷ تعیین بردارهای ویژه بر اساس روش حذفی گوس- جردن

۴۷۷ ۲-۶-۷ روش توانی

۴۸۰ ۳-۶-۷ استفاده از اثر ماتریس در تعیین مقدار ویژه

۴۸۰ ۴-۶-۷ روش لوریر- فادیو

۴۸۱ ۵-۶-۷ تعیین مقادیر ویژه با استفاده از روش تجزیه LU

۴۸۳ ۶-۶-۷ تعیین مقادیر ویژه با استفاده از روش تجزیه QR

- ۷-۶-۷ تعیین مقادیر ویژه با استفاده از درون‌یابی ۴۸۶
- ۷-۶-۸ تعیین مقادیر ویژه با استفاده از روش کاهش ویلاند ۴۸۷
- ۷-۶-۹ تعیین مقادیر ویژه با استفاده از روش جردن (روش دانیلوسکی) ۴۸۹
- ۷-۶-۱۰ روش نسبت ریلی در تعیین مقادیر ویژه و بردارهای ویژه ۴۹۱
- ۷-۶-۱۱ روش هوس‌هولدر ۴۹۳
- ۷-۷ خلاصه ۵۰۰
- ۷-۸ مسائل ۵۰۱
- ۵۱۱ فصل ۸ حل عددی دستگاه معادلات غیرخطی
- ۸-۱ برآورد تقریبی ریشه‌ها ۵۱۳
- ۸-۲ روش تکرار (نقطه ثابت) ۵۱۴
- ۸-۳ روش نیوتن-رافسون ۵۱۷
- ۸-۴ روش شبه نیوتن ۵۱۹
- ۸-۵ روش برویدن ۵۲۰
- ۸-۶ روش تندترین شیب ۵۲۳
- ۸-۷ روش‌های هالی و روش اسپرودر ۵۲۶
- ۸-۷-۱ روش‌های هالی ۵۲۶
- ۸-۷-۲ روش اسپرودر ۵۲۷
- ۸-۸ روش هموتوپی ۵۳۳
- ۸-۹ خلاصه ۵۳۶
- ۸-۱۰ مسائل ۵۳۷
- ۵۴۷ فصل ۹ برازش خم
- ۹-۱ برازش خم چیست؟ ۵۴۹
- ۹-۲ برازش حداقل مربعات (خطی) ۵۵۰
- ۹-۳ برازش حداقل مربعات وزن داده‌شده (خطی) ۵۵۲
- ۹-۴ برازش غیرخطی ۵۵۴
- ۹-۴-۱ روش خطی سازی ۵۵۵
- ۹-۴-۲ روش گوس-نیوتن ۵۵۶
- ۹-۴-۳ روش مستقیم LS غیرخطی ۵۵۸
- ۹-۵ برازش مجموعه‌ای از توابع نمایی ۵۵۹

۶-۹ برآزش با توابع عمود بر هم ۵۶۱

۱-۶-۹ توابع عمود بر هم ۵۶۱

۲-۶-۹ برآزش بر اساس توابع عمود بر هم ۵۶۳

۷-۹ خلاصه ۵۶۵

۸-۹ مسائل ۵۶۶

۵۷۵

فصل ۱۰ برنامه‌ریزی خطی و غیرخطی

۱-۱۰ برنامه‌ریزی خطی و غیرخطی چیست؟ ۵۷۷

۲-۱۰ ماکزیمم کردن تابع هدف در برنامه‌ریزی خطی ۵۷۹

۳-۱۰ مینیمم کردن تابع هدف در برنامه‌ریزی خطی ۵۹۰

۴-۱۰ دوگان یک مسئله در برنامه‌ریزی خطی ۵۹۳

۵-۱۰ برنامه‌ریزی غیرخطی ۵۹۶

۱-۵-۱۰ روش ضرایب لاگرانژ ۵۹۷

۲-۵-۱۰ شرایط لازم و کافی نقاط اکسترمم یک تابع ۶۰۳

۶-۱۰ خلاصه ۶۰۷

۷-۱۰ مسائل ۶۰۸

۶۲۷

پیوست الف ریشه چندجمله‌ای‌های درجه ۳

الف-۱ نوع ریشه‌ها ۶۲۹

الف-۲ تعیین مقدار ریشه‌ها ۶۲۹

الف-۲-۱ فرمول کلی ۶۲۹

الف-۲-۲ روش‌های مثلثاتی و هیپربولیک ۶۳۰

الف-۲-۳ روش کاردانو ۶۳۱

۶۳۳

پیوست ب ریشه چندجمله‌ای‌های درجه ۴

ب-۱ نوع ریشه‌ها ۶۳۵

ب-۲ تعیین مقدار ریشه‌ها ۶۳۶

۶۳۹

پیوست پ تقسیم مصنوعی

پ-۱ تقسیم مصنوعی معمولی ۶۴۱

پ-۲ تقسیم مصنوعی توسعه‌یافته ۶۴۲

پ-۳ تقسیم مصنوعی غیر واحد ۶۴۳

۶۴۵

مراجع