# تمرین سری ۱

۱) سری فوریه توابع زیر را به دست آورید.

a) $\sin x \quad ۰ < x < ۲\pi$

b) $x^۲ \quad -\pi < x < \pi$

c) $x^۲ \quad ۰ < x < ۲\pi$

d) $\sin x \quad ۰ < x < ۱$

۲) با استفاده از سری فوریه قسمت b تساوی زیر را اثبات کنید.

$$\frac{\pi^۲}{۶} = ۱ + \frac{۱}{۲^۲} + \frac{۱}{۳^۲} + \frac{۱}{۴^۲} + \cdots$$

۳) تابع $f(x)$ به صورت زیر تعریف شده است.

$$f(x) = \sum_{n=۱}^{\infty} \frac{\sin nx}{n^۲}$$

حاصل انتگرال زیر را بیابید.

$$\int_۰^{\pi} f(x) \sin^۳ x \, dx$$

۴) تبدیل فوریه تابع مقابل را به دست آورید و بازه متغیر a را تعیین کنید.

$$f(x) = e^{-a|x|}$$

**۵) انتگرال فوریه تابع زیر را محاسبه کنید.**

$$f(x) = \begin{cases} |\sin x| \;.\; |x| \le \pi \\ \cdot \;.\; |x| \ge \pi \end{cases}$$

**و با استفاده از آن تساوی زیر را اثبات کنید.**

$$\int_{\cdot}^{\infty} \frac{\cos \lambda\pi + ۱}{۱ - \lambda^{۲}} \cos(\frac{\pi\lambda}{۲}) d\lambda = \frac{\pi}{۲}$$

**۶) تبدیل فوریه کسینوسی تابع ذیل را به دست آورید.**

$$x^{p-۱} \quad . \cdot < p < ۱$$

## امتیازی:

**۱)مجموع سری مثلثاتی زیر را به دست آورید.**

$$\sum_{n=\cdot}^{\infty} \frac{\sin(۲n + ۱)x}{۲n + ۱}$$

**و نشان دهید برابر است با:**

$$\begin{cases} \dfrac{\pi}{۴} \;.\; \cdot < x < \pi \\ \dfrac{-\pi}{۴} \;.\; -\pi < x < \cdot \end{cases}$$

**۲)برای سری فوریه با زبان برنامه نویسی دلخواه کدی بنویسید و یکی از توابع b,c,d سوال یک را تا جمله سوم رسم کنید.**