

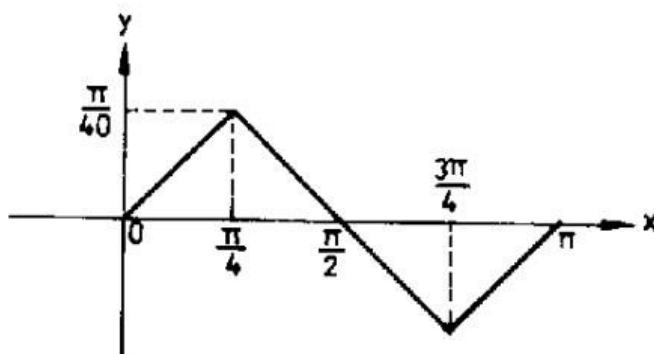
تمرین سری پنجم ریاضیات مهندسی

۱- معادله $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0$ را با روش ضربی (جداسازی متغیرها) حل کنید.

۲- معادله $\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} = 2(x+y)u$ را با روش کلی حل کنید.

۳- مسئله موج را در حالتی حل کنید که $\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = c^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$ و $\frac{\partial u}{\partial t}(x, 0) = 0$ و انحراف

اولیه برابر باشد با:



$$u(x, 0) = \begin{cases} \frac{x}{10} ; & 0 \leq x \leq \frac{\pi}{4} \\ \frac{1}{10} \left(-x + \frac{\pi}{2}\right) ; & \frac{\pi}{4} \leq x \leq \frac{3\pi}{4} \\ \frac{1}{10} (x - \pi) ; & \frac{3\pi}{4} \leq x \leq \pi \end{cases}$$

۴- با توجه به تغییر متغیر $v = x$ و $z = xy$ معادله $x \frac{\partial u}{\partial x \partial y} = y \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial u}{\partial y}$ را حل کنید.

۵- مسئله ارتعاش را در حالتی حل کنید که انحراف در روی مرز ناحیه صفر و سرعت اولیه و انحراف اولیه آن به صورت داده شده باشند.

$$u(x, 0) = 3 \sin x \quad , \quad \frac{\partial u}{\partial t}(x, 0) = 0 \quad , \quad 0 \leq x \leq \pi$$

۶- معادله زیر را با روش دالامبر و تغییر متغیر $v = x + 2t$ و $z = x - 2t$ حل کنید.

$$u_{tt} = 4u_{xx} \quad , \quad 0 < x < \pi \quad , \quad t > 0$$

$$u(x, 0) = 0 \quad , \quad u_t(x, 0) = x + 1 \quad , \quad 0 \leq x \leq \pi$$