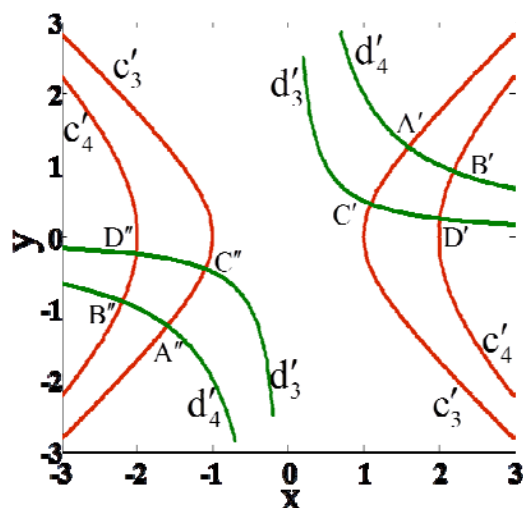




مثال ۳:

نگاشت دو خطی بیابید که نیم صفحه فوقانی Z را به درون دایره $|w|=1$ تبدیل کند.

این نگاشت مرز را در صفحه Z به مرز در صفحه w تبدیل می کند.

$$w = \frac{az+b}{cz+d} \quad z \rightarrow \infty \Rightarrow w = \frac{a}{c}$$

منظور از $z \rightarrow \infty$ ، مرز نیم صفحه فوقانی در بینهایت است.

برای اینکه نقطه مذکور روی دایره قرار گیرد، بایستی داشته باشیم:

$$\left| \frac{a}{c} \right| = 1 \Rightarrow \frac{a}{c} = e^{i\theta}$$

از طرفی، نگاشت مذکور، محور x را به محیط دایره $|w|=1$ تبدیل می کند.

زیرا محور x ها نیز مرز نیم صفحه فوقانی است.

$$w = \frac{az+b}{cz+d} = \frac{a}{c} \frac{z+\frac{b}{a}}{z+\frac{d}{c}} \Rightarrow |w| = \left| \frac{z+\frac{b}{a}}{z+\frac{d}{c}} \right| = 1$$

$$\left| z - \left(-\frac{b}{a} \right) \right| = \left| z - \left(-\frac{d}{c} \right) \right|$$

پس تمام نقاط روی محور x از دو نقطه زیر به یک فاصله باشند.

$$z = -\frac{b}{a}, z = -\frac{d}{c}$$

یعنی محور x عمود منصف خط واصل آن دو نقطه است.

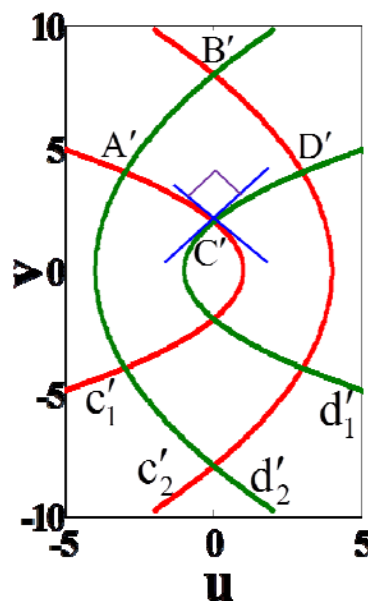
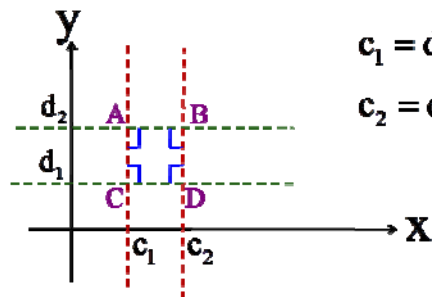
لذا دو نقطه مذکور مزدوج یکدیگرند.

نگاشت

مثال ۱: $w = z^2$

$$c_1 = d_1 = 1$$

$$c_2 = d_2 = 2$$

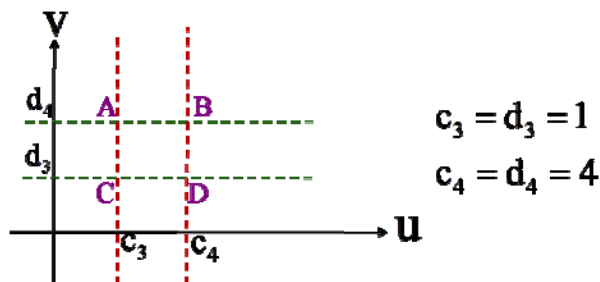


این نگاشت، مربع را در صفحه Z به چهار ضلعی منحنی الخط در صفحه w می نگارد.

بطوریکه زاویه ها ثابت می مانند.

مثال ۲: $w = z^2$

چه خمهایی در صفحه Z به خط در صفحه w تبدیل می شوند؟



$$-\frac{b}{a} = \lambda, \quad -\frac{d}{c} = \bar{\lambda} \Rightarrow w = e^{i\theta} \frac{z - \lambda}{z - \bar{\lambda}}$$

تصویر $z = \lambda$ مبدأ دایره $|w| = 1$ است.

پس $z = \lambda$ بایستی در بالای صفحه z باشد.

زیرا مبدأ دایره درون دایره قرار دارد.