پاسخ تمرین سری اول فیلتر و سنتز مدار

۱- قسمت الف تمرین ۱۶ از فصل ۱ کتاب طراحی شبکه های الکتریکی و الکترونیکی

$$F(s)=\frac{s^2+3s+a}{(s+2)^2}$$

شرایط لازم PR : ۱- اختلاف ماکزیمم درجه صورت و مخرج ۰ (حداکثر ۱) است. ۲- اختلاف می نیمم درجه صورت و مخرج ۰ (حداکثر ۱) است. ۳- تمام ضرایب صورت و مخرج نامنفی باشد. پس : $a\geq 0$ ۴- چون صورت و مخرج درجه ۲ است ، نمی تواند ریشه تکراری موهومی محض داشته باشد.

قضیه ۱-۶ :

۱- به ازای s حقیقی، تابع فوق حقیقی باشد. پس : $\forall a\in R$

۲- بایستی $p(s)=s^2+3s+a+(s+2)^2$ هرویتز باشد. $p(s)=2s^2+7s+4+a$

شرایط لازم هرویتز : ۱- تمام ترمها وجود داشته باشد. $4+a\neq 0$ ۲- تمام ضرایب مثبت یا منفی باشند. $4+a>0$

چون p درجه ۲ است، با برقراری شرایط لازم، این چندجمله ای هرویتز خواهد بود.

ادامه قضیه PR : ۳-

$$M_1M_2-N_1N_2\geq 0\rightarrow[(a+s^2)(4+s^2)+(3s)(4s)]_{s=j\omega}\geq 0\rightarrow[(a-\omega^2)(4-\omega^2)+12\omega^2]\geq 0$$

$$\omega^4+(8-a)\omega^2+4a\geq 0\rightarrow\begin{cases}8-a\geq 0,\ 4a\geq 0\rightarrow 0\leq a\leq 8\\ \Delta=(8-a)^2-16a\leq 0\end{cases}$$

البته در حالت دلتا منفی بودن باید ضریب نمای ۴ هم مثبت باشد که هست. در این وضعیت داریم :

$$a^2-32a+64\leq 0\rightarrow 16-8\sqrt{3}\leq a\leq 16+8\sqrt{3}$$

با توجه به شرایط قبل از بررسی بند ۳ قضیه ۱-۶ ، پاسخ شامل دو بخش خواهد بود که یکی از آنها مورد اخیر و دیگری برابر است با :

$$0\leq a\leq 8$$

پس : $0\leq a\leq 16+8\sqrt{3}$

۲- قسمت چ تمرین ۱۹ از فصل ۱ کتاب طراحی شبکه های الکتریکی و الکترونیکی

$$F(s)=\frac{2s^3+s^2+4s+1}{s^3+3s^2+3s+1}$$

شرایط لازم PR : ۱- اختلاف ماکزیمم درجه صورت و مخرج ۰ (حداکثر ۱) است. ۲- اختلاف می نیمم درجه صورت و مخرج ۰ (حداکثر ۱) است. ۳- تمام ضرایب صورت و مخرج نامنفی باشدکه برقرار است. ۴- برای داشتن ریشه تکراری موهومی محض در صورت و مخرج؛ باید حداقل درجه ۴ باشد که اینجا وجود ندارد.

قضیه ۱-۶ :

۱- به ازای s حقیقی، تابع فوق حقیقی باشد که هست.

۲- بایستی $p(s)=2s^3+s^2+4s+1+(s^3+3s^2+3s+1)$ هرویتز باشد. $p(s)=3s^3+4s^2+7s+2$

شرایط لازم هرویتز : ۱- تمام ترمها وجود داشته باشد که دارد. ۲- تمام ضرایب مثبت یا منفی باشند که مثبت هستند.

قضیه هرویتز :

$$T=\frac{۳s^۳+۷s}{۴s^۲+۲}=\frac{۳}{۴}s+\frac{۱}{T_۱}\rightarrow T_۱=\frac{۴s^۲+۲}{۵/۵s}=\frac{۴}{۵/۵}s+\frac{۱}{T_۲}\rightarrow T_۲=\frac{۵/۵}{۲}s\rightarrow \frac{۳}{۴},\frac{۴}{۵/۵},\frac{۵/۵}{۲}>۰$$

درجه p هم ۳ است . پس هرویتز است.

ادامه قضیه PR : ۳-

$$M_۱M_۲-N_۱N_۲\geq ۰\rightarrow[(۱+s^۲)(۱+۳s^۲)+-s(۴+۲s^۲)s(۳+s^۲)]_{s=j\omega}\geq ۰\rightarrow$$

$$[(۱-\omega^۲)(۱-۳\omega^۲)+\omega^۲(۴-۲\omega^۲)s(۳-\omega^۲)]\geq ۰\rightarrow ۲\omega^۶-۷\omega^۴+۸\omega^۲+۱\geq ۰\rightarrow$$

$$۲\omega^۲(\omega^۲-\frac{۷}{۴})^۲+\frac{۱۵}{۸}\omega^۲+۱\geq ۰$$

رابطه فوق همواره برقرار است ولی می توان با یک نرم‌افزار مثل Matlab و رسم منحنی عبارت سمت چپ، به این نکته که این تابع همواره مثبت است دست یافت.