۱-

$$\alpha(۰/۴) \le ۰/۵ \rightarrow ۱۰\log(۱+\varepsilon^{۲}\mathrm{H}(۰/۴)) \le ۰/۵ \rightarrow \varepsilon^{۲}\mathrm{H}(۰/۴) \le ۱۰^{۰/۰۵}-۱ \quad \boxed{۱}$$

$$\alpha(۰/۷۵) \le ۱ \rightarrow ۱۰\log(۱+\varepsilon^{۲}\mathrm{H}(۰/۷۵)) \le ۱ \rightarrow \varepsilon^{۲}\mathrm{H}(۰/۷۵) \le ۱۰^{۰/۱}-۱ \quad \boxed{۲}$$

$$\alpha(۴) \ge ۲۵ \rightarrow ۱۰\log(۱+\varepsilon^{۲}\mathrm{H}(۴)) \ge ۲۵ \rightarrow \varepsilon^{۲}\mathrm{H}(۴) \ge ۱۰^{۲/۵}-۱ \quad \boxed{۳}$$

$$\frac{\boxed{۳}}{\boxed{۱}} \rightarrow \frac{\mathrm{H}(۴)}{\mathrm{H}(۰/۴)} \ge \frac{۱۰^{۲/۵}-۱}{۱۰^{۰/۰۵}-۱} \rightarrow \frac{\mathrm{ch}^{۲}(\mathrm{N}\,\mathrm{ch}^{-۱}(۴))}{\cos^{۲}(\mathrm{N}\cos^{-۱}(۰/۴))} \ge \frac{۱۰^{۲/۵}-۱}{۱۰^{۰/۰۵}-۱} \simeq ۲۵۸۳/۴ \Rightarrow \mathrm{N} \ge ۳ \quad \boxed{۴}$$

$$\frac{\boxed{۳}}{\boxed{۱}} \rightarrow \frac{\mathrm{H}(۴)}{\mathrm{H}(۰/۷۵)} \ge \frac{۱۰^{۲/۵}-۱}{۱۰^{۰/۱}-۱} \rightarrow \frac{\mathrm{ch}^{۲}(\mathrm{N}\,\mathrm{ch}^{-۱}(۴))}{\cos^{۲}(\mathrm{N}\cos^{-۱}(۰/۷۵))} \ge \frac{۱۰^{۲/۵}-۱}{۱۰^{۰/۱}-۱} \simeq ۱۲۱۷/۴ \Rightarrow \mathrm{N} \ge ۲ \quad \boxed{۵} \xrightarrow{\boxed{۴}} \boxed{\mathrm{N} \ge ۳}$$

$$\begin{cases} \boxed{۱} \xrightarrow{\mathrm{N}=۳} \varepsilon^{۲}\cos^{۲}(۳\cos^{-۱}(۰/۴)) \le ۱۰^{۰/۰۵}-۱ \rightarrow \varepsilon^{۲} \le ۰/۱۳۶۹ \\ \boxed{۲} \xrightarrow{\mathrm{N}=۳} \varepsilon^{۲}\cos^{۲}(۳\cos^{-۱}(۰/۷۵)) \le ۱۰^{۰/۱}-۱ \rightarrow \varepsilon^{۲} \le ۰/۸۱۸۳ \Rightarrow ۰/۰۰۵۳ \le \varepsilon^{۲} \le ۰/۱۳۶۹ \\ \boxed{۳} \xrightarrow{\mathrm{N}=۳} \varepsilon^{۲}\mathrm{ch}^{۲}(۳\mathrm{ch}^{-۱}(۴)) \ge ۱۰^{۲/۵}-۱ \rightarrow \varepsilon^{۲} \ge ۰/۰۰۵۳ \end{cases}$$

$$\alpha(۱) = ۱۰\log(۱+\varepsilon^{۲}) \rightarrow \boxed{۰/۰۲۲۹ \le \alpha(۱) \le ۰/۵۵۷۲}$$

چون فیلتر چبی شف در باند عبور دارای نوسانات یکسان است و درجه فیلتر ۳ می باشد، در این باند در نقطه‌ای به ماکزیمم خود می رسد. ابتدا باید این نقطه را بررسی کنیم :

$$\mathrm{H} = \mathrm{T}_{۳}^{۲}(\omega) \rightarrow \mathrm{H}' = ۲\mathrm{T}_{۳}\mathrm{T}_{۳}{}' = ۰ \;,\; \mathrm{T}_{۳} = \cos(۳\cos^{-۱}(\omega)) = ۴\omega^{۳} - ۳\omega \rightarrow \mathrm{T}_{۳}{}' = ۱۲\omega^{۲} - ۳ = ۰ \rightarrow \omega = ۰/۵$$

چون این فرکانس بعد از ۰/۴ است، اشکالی بوجود نمی آید ولی اگر کمتر از ان بود، ماکزیمم ریپل نمی توانست برابر ۰/۵۵۷۲ باشد و باید ماکزیمم را برابر ۰/۵ می‌گرفتیم.

$$\mathrm{N} = ۳ \;,\; \alpha(۱) = ۰/۰۲۲۹ = ۱۰\log(۱+\varepsilon^{۲}) \rightarrow \varepsilon^{۲} = ۰/۰۰۵۳ \rightarrow \varepsilon = ۰/۰۷۲۸$$

$$a = \mathrm{sh}[\frac{۱}{\mathrm{N}}\mathrm{sh}^{-۱}(\frac{۱}{\varepsilon})] = ۱/۳۴۳۷ \;,\; b = \mathrm{ch}[\frac{۱}{\mathrm{N}}\mathrm{sh}^{-۱}(\frac{۱}{\varepsilon})] = ۱/۶۷۵۰$$

$$p_k = -a\sin[(۲k-۱)\frac{\pi}{۶}] + jb\cos[(۲k-۱)\frac{\pi}{۶}] \rightarrow p_{۱,۳} = -۰/۶۷۱۹ \pm ۱/۴۵۰۶j \;,\; p_{۲} = -۱/۳۴۳۷$$

$$\mathrm{F(s)} = \frac{\mathrm{K}}{(s+۱/۳۴۳۷)(s^{۲}+۱/۳۴۳۷s+۲/۵۵۵۶)} \;,\; |\mathrm{F}|^{۲} = \frac{۱}{۱+۰/۰۰۵۳\mathrm{T}_{۳}^{۲}(\frac{s}{j})} \;,\; \lim_{s\to\infty}|\mathrm{F(s)}|^{۲} = \lim_{s\to\infty}\mathrm{F(s)F(-s)}$$

$$\frac{۱}{۰/۰۰۵۳[۲^{۳-۱}(\frac{s}{j})^{۳}]^{۲}} = \frac{\mathrm{K}}{s^{۳}}\frac{\mathrm{K}}{-s^{۳}} \rightarrow \mathrm{K} = ۶/۸۶۸۰ \Rightarrow \boxed{\mathrm{F(s)} = \frac{۳/۴۳۴}{(s+۱/۳۴۳۷)(s^{۲}+۱/۳۴۳۷s+۲/۵۵۵۶)}}$$

۲- تمرین ۵۲ از فصل ۲ کتاب طراحی شبکه های الکتریکی و الکترونیکی

چون درجه تماس ۲ است، سه مجهول خواهیم داشت. همچنین داریم :

$$\text{pole of } \mathrm{F(s)} : -۱ \rightarrow \text{Factor} : ۱+s \Rightarrow \text{pole of } \mathrm{F(-s)} : ۱ \rightarrow \text{Factor} : ۱-s \Rightarrow$$

$$\text{Factor of } |\mathrm{F}|^{۲} : ۱-s^{۲} \text{ or } ۱+\omega^{۲} \Rightarrow |\mathrm{F}|^{۲} = \frac{(۲-\omega^{۲})^{۲}}{(۱+\omega^{۲})(a+b\omega^{۲}+c\omega^{۴})}$$

مشخصه مربع دامنه تابع تبدیل فیلتر باتروورث درجه ۲ با $\varepsilon = ۱$ برابر است با : $|G|^۲ = \dfrac{۱}{۱+\omega^۴}$

$$\frac{(۲-\omega^۲)^۲}{(۱+\omega^۲)(a+b\omega^۲+c\omega^۴)} \overset{\omega=۰}{\equiv} \frac{۱}{۱+\omega^۴} \ , \ \omega^۲ = x \to \frac{(۲-x)^۲}{(۱+x)(a+bx+cx^۲)} \overset{x=۰}{\equiv} \frac{۱}{۱+x^۲} \to$$

$$(۱+x)(a+bx+cx^۲) \overset{x=۰}{\equiv} (۲-x)^۲(۱+x^۲) \to \begin{cases} a = ۴ \\ a+b = -۴ \to b = -۸ \\ b+c = ۱+۴ \to c = ۱۳ \end{cases}$$

$$|F|^۲ = \frac{(۲-\omega^۲)^۲}{(۱+\omega^۲)(۴-۸\omega^۲+۱۳\omega^۴)} \to |F|^۲ = \frac{(۲+s^۲)^۲}{(۱-s^۲)(۴+۸s^۲+۱۳s^۴)} = \frac{(۲+s^۲)^۲}{۱۳(۱-s^۲)(\frac{۴}{۱۳}+\frac{۸}{۱۳}s^۲+s^۴)}$$

با توجه به تمرین ۷ فصل ۱ می توان بدون تعیین ریشه‌های چندجمله‌ای درجه ۴ فوق تجزیه ان را به صورت دو فاکتور درجه ۲ بدست آورد که کیکی دارای ریشه‌های واقع در LHP و دیگری دارای ریشه‌های واقع در RHP است :

$$s^۴ + \frac{۸}{۱۳}s^۲ + \frac{۴}{۱۳} = (s^۲ + a_۰ s + b_۰)(s^۲ - a_۰ s + b_۰) \to a = \frac{۸}{۱۳} \ , \ b = \frac{۴}{۱۳} \ , \ b_۰ = \frac{۲}{\sqrt{۱۳}} \simeq ۰/۵۵۵ \ , \ -a_۰^۲ + ۲b_۰ = \frac{۸}{۱۳} \to$$

$$a_۰ = \sqrt{\frac{۴}{\sqrt{۱۳}} - \frac{۸}{۱۳}} \simeq ۰/۷۰۳$$

$$F(s) = \frac{K(۲+s^۲)}{(۱+s)(s^۲+۰/۷۰۳s+۰/۵۵۵)} \ , \ \lim_{s\to\infty}|F(s)|^2 = \lim_{s\to\infty}F(s)F(-s) \to \frac{s^۴}{-۱۳s^۶} = \frac{Ks^۲}{s^۳}\frac{Ks^۲}{-s^۳} \to K = \frac{۱}{\sqrt{۱۳}}$$