پاسخ تمرین سری سوم فیلتر و سنتز مدار

## ۱- تمرین ۱۱ از فصل ۳ کتاب طراحی شبکه های الکتریکی و الکترونیکی

ماتریس انتقال قبلا تعیین شده است که در آن یک صفر دوقلو و یک صفر در بینهایت وجود دارد. در مسئله ۵ حل شده در فصل ۳، ابتدا صفردر بینهایت استخراج شده بود و در اینجا ابتدا صفر دوقلو را استخراج می کنیم:

$$T=\frac{1}{1-0/5s^2}\begin{bmatrix}1+\frac{81}{410}s^2 & \frac{676}{410}s\\ 2s+0/1s^3 & 1+2/1s^2\end{bmatrix},\ A_1=\frac{1}{1+f_1s^2}\begin{bmatrix}1+a_1s^2 & b_1s\\ e_1s & 1+d_1s^2\end{bmatrix},\ f_1=-0/5\ ,\ x=2$$

$$T_1=1+\frac{81}{410}x\ ,\ T_3=2+0/1x\rightarrow T_1'=\frac{81}{410}\ ,\ T_3'=0/1\ ,\ T_1(2)=\frac{286}{205},\ T_3(2)=2/2$$

$$d_1=f_1+f_1^2\frac{T_1T_3}{T_1'T_3-T_3'T_1}=-0/5+0/25\frac{\frac{629/2}{205}}{\frac{89/1}{205}-\frac{28/6}{205}}=-0/5+0/25\frac{629/2}{60/5}=\frac{127/05}{60/5}=2/1$$

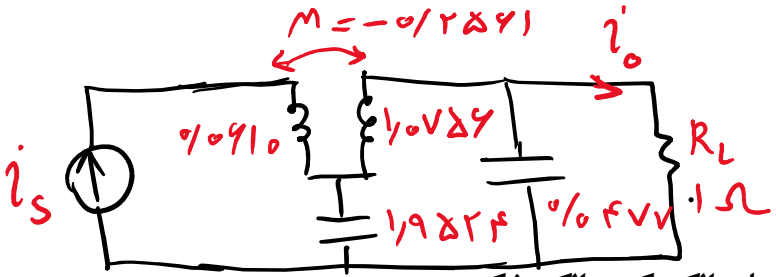
$$b_1=f_1^2\frac{T_1^2}{T_1'T_3-T_3'T_1}=0/25\frac{(\frac{286}{205})^2}{\frac{60/5}{205}}=\frac{20449}{12402/5}=1/6488\ ,\ a_1=\frac{f_1^2}{d_1}=\frac{0/25}{2/1}=0/1190$$

$$e_1=a_1\frac{T_3^2}{T_1'T_3-T_3'T_1}=\frac{0/25}{2/1}\frac{2/2^2}{\frac{60/5}{205}}=\frac{248/05}{127/05}=1/9524$$

$$Q_3=\frac{(1+a_1x)T_3(x)-e_1T_1(x)}{(1+f_1x)^2}=\frac{(1+0/1190x)(2+0/1x)-1/9524(1+\frac{81}{410}x)}{(1-0/5x)^2}=0/0477$$

$$T=\frac{1}{1-0/5s^2}\begin{bmatrix}1+0/1190s^2 & 1/6488s\\ 1/9524s & 1+2/1s^2\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1 & 0\\ 0/0477s & 1\end{bmatrix}$$

در روابط فوق فقط لازم بود $Q_3$ یا $Q_2$ محاسبه می شد. چون ماتریس دوم مربوط به صفر در بینهایت است و از قبل می دانیم که قطر اصلی باید یک باشد و یکی از اعضا قطر فرعی هم صفر خواهد بود. لذا اگر یکی از دو مقدار مذکور صفر می شد، باید دیگری محاسبه می شد و چون $Q_3$ صفر نشد، $Q_2$ محاسبه نگردید.




## ۲- تمرین ۱۵ از فصل ٤ کتاب طراحی شبکه های الکتریکی و الکترونیکی

$$\alpha_L(1)=2=10\log(1+\varepsilon^2)\rightarrow\varepsilon^2=0/5849\ ,\ \alpha(\omega)\geq 30\text{dB}:\ 10000\times2\pi\leq\omega\leq20000\times2\pi$$

$$\Omega=\frac{-B\omega}{\omega^2-\omega_0^2}\rightarrow\omega^2+\frac{B}{\Omega}\omega-\omega_0^2=0\rightarrow-\omega_4,\omega_1$$

برای ریشه‌های معادله اخیر داریم : $\omega_2 > \omega_1$ و $\omega_0 = \sqrt{\omega_2\omega_1}$ , $(-\omega_2)\omega_1 = -\omega_0^2 \rightarrow \omega_2 - \omega_1 = \frac{B}{\Omega}$ , $-\omega_2 + \omega_1 = -\frac{B}{\Omega}$

یعنی واسطه هندسی دو فرکانس هم افت $\omega_1, \omega_2$ است، بطوریکه $\Omega$ فرکانس نظیر آن دو فرکانس $\omega_1, \omega_2$ در فیلتر LP معادل است.

اگر فرکانسهای ده و بیست کیلو هرتز را هم افت در نظر بگیریم، در این صورت داریم :

$$\omega_0 = \sqrt{\omega_2\omega_1} = \sqrt{10000\times 2\pi \times 20000\times 2\pi} = 2\sqrt{2}\pi\times 10^4$$

پس $\Omega$ فرکانسس است که در فیلتر LP معادل دارای افت ۳۰ دسیبل است. چون فیلتر چبی شف تمام قطب است و همه صفرهای آن در بینهایت هستند(تعداد آنها برابر درجه مخرج تابع تبدیل چبی شف است)، تعداد المانهای آن برابر درجه مخرج تابع تبدیل خواهد بود. بنابر این درجه مخرج تابع تبذیل چبی شف ۵ است.

$$\alpha_L(\Omega) = 10\log(1+\varepsilon^2 T_5^2(\Omega)) = 30 \rightarrow T_5(\Omega) = 41/328 \rightarrow \Omega = 1/4158$$

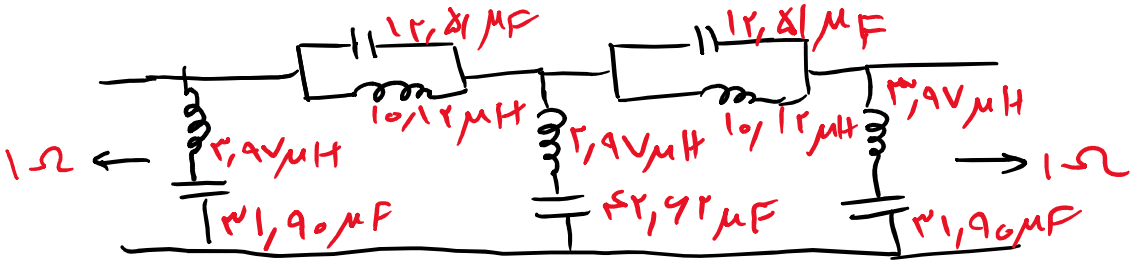
$$B = (\omega_2 - \omega_1)\Omega = (20000\times 2\pi - 10000\times 2\pi)1/4158 = 88957/34 \rightarrow S = \frac{88957/34 s}{s^2 + 78/9568\times 10^8}$$

ب- $$\Omega = \frac{-B\omega}{\omega^2 - \omega_0^2} = \pm 1 \rightarrow \omega_U = 328969/71 , \omega_L = 240012/37$$

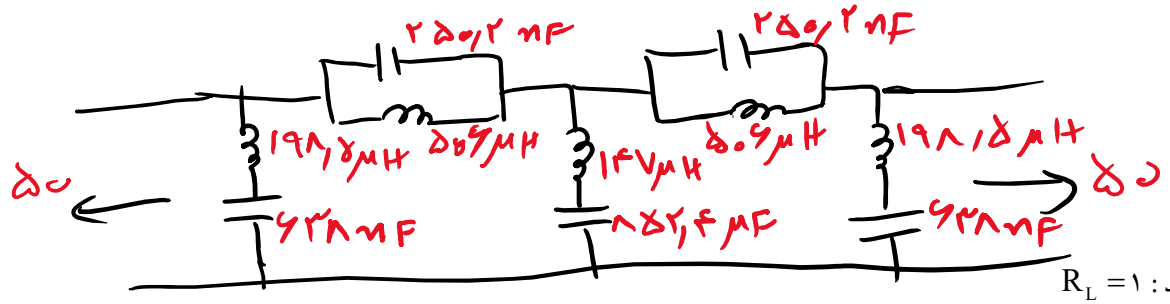
$$\Omega_\infty = 0 \xrightarrow{\Omega = \frac{-B\omega}{\omega^2-\omega_0^2}} \omega_{\infty i} = \begin{cases} 88857/6588 \\ -88857/6588 \end{cases}$$

هر کدام از صفرهای انتقال ۵ عدد است.

ج- $$LS = \frac{LBs}{s^2+\omega_0^2} = \frac{1}{\frac{s}{LB} + \frac{\omega_0^2}{LBs}} \quad , \quad CS = \frac{CBs}{s^2+\omega_0^2} = \frac{1}{\frac{s}{CB} + \frac{\omega_0^2}{CBs}}$$




اکنون سلفها را در ۵۰ ضرب و خازنها را بر ۵۰ تقسیم می کنیم.




۳- فرض کنید : $R_L = 1$

$$F(s) = \frac{5(1-0/9s^2)}{5+15s+18s^2+9s^3} , \quad F_0 = F(0) = 1 \rightarrow G_{11} = \frac{1}{A+B} = F(s) \rightarrow A+B = \frac{5+15s+18s^2+9s^3}{5-4/5s^2} \Rightarrow$$

$$A=\frac{۵+۱۸s^۲}{۵-۴/۵s^۲}=\frac{۱+۳/۶s^۲}{۱-۰/۹s^۲}\ ,\ B=\frac{۱۵s+۹s^۳}{۵-۴/۵s^۲}=\frac{۳s+۱/۸s^۳}{۱-۰/۹s^۲}\ ,\ Y_{in}(s)=\frac{as^۳+bs^۲+cs+d}{۵+۱۵s+۱۸s^۲+۹s^۳}$$

$$Y_{in}(s)+Y_{in}(-s)=۲G_{۲۱}(s)G_{۲۱}(-s)\rightarrow$$

$$\frac{as^۳+bs^۲+cs+d}{۵+۱۵s+۱۸s^۲+۹s^۳}+\frac{-as^۳+bs^۲-cs+d}{۵-۱۵s+۱۸s^۲-۹s^۳}=۲\frac{۵(۱-۰/۹s^۲)}{۵+۱۵s+۱۸s^۲+۹s^۳}\frac{۵(۱-۰/۹s^۲)}{۵-۱۵s+۱۸s^۲-۹s^۳}\rightarrow$$

$$\begin{cases}-۱۸a=۰\\-۳۰a+۳۶b-۱۸c=۴۰/۵\\۱۰b-۳۰c+۳۶d=-۹۰\\۱۰d=۵۰\end{cases}\rightarrow a=۰,d=۵,\begin{cases}۳۶b-۱۸c=۴۰/۵\\b-۳c=-۲۷\end{cases}\rightarrow\begin{cases}b=۶/۷۵\\c=۱۱/۲۵\end{cases}$$

$$Y_{in}(s)=\frac{۶/۷۵s^۲+۱۱/۲۵s+۵}{۵+۱۵s+۱۸s^۲+۹s^۳}\rightarrow\frac{Y_{in}(s)}{G_{۲۱}(s)}=\frac{۶/۷۵s^۲+۱۱/۲۵s+۵}{۵(۱-۰/۹s^۲)}=C+D\rightarrow$$

$$C=\frac{۱۱/۲۵s}{۵(۱-۰/۹s^۲)}=\frac{۲/۲۵s}{۱-۰/۹s^۲},D=\frac{۶/۷۵s^۲+۵}{۵(۱-۰/۹s^۲)}=\frac{۱+۱/۳۵s^۲}{۱-۰/۹s^۲}\rightarrow T=\frac{۱}{۱-۰/۹s^۲}\begin{bmatrix}۱+۳/۶s^۲ & ۳s+۱/۸s^۳\\ ۲/۲۵s & ۱+۱/۳۵s^۲\end{bmatrix}$$

تابع تبدیل یک صفر دوقلو و یک صفر در بینهایت دارد. مسئله می تواند دو جواب داشته باشد. تعیین یک جواب کافی است.

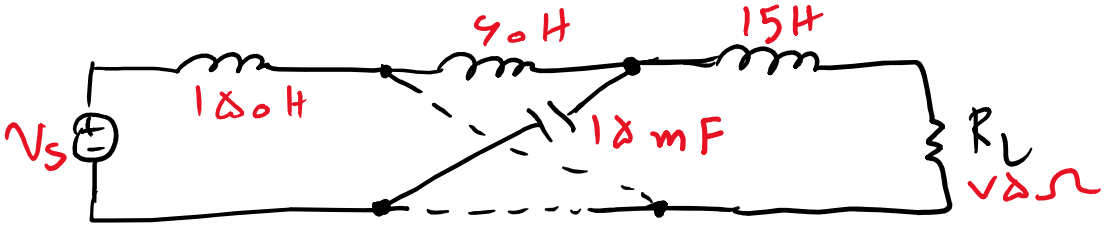
جواب اول : ابتدا صفر در بینهایت را جدا می کنیم.

$$A_۱=\begin{bmatrix}۱ & b_۱s\\ e_۱s & ۱\end{bmatrix}\rightarrow A_۱^{-۱}=\begin{bmatrix}۱ & -b_۱s\\ -e_۱s & ۱\end{bmatrix}\rightarrow A_۱^{-۱}T=\begin{bmatrix}۱ & -b_۱s\\ -e_۱s & ۱\end{bmatrix}\frac{۱}{۱-۰/۹s^۲}\begin{bmatrix}۱+۳/۶s^۲ & ۳s+۱/۸s^۳\\ ۲/۲۵s & ۱+۱/۳۵s^۲\end{bmatrix}$$

$$A_۱^{-۱}T=\frac{۱}{۱-۰/۹s^۲}\begin{bmatrix}۱+(۳/۶-۲/۲۵b_۱)s^۲ & (۳-b_۱)s+(۱/۸-۱/۳۵b_۱)s^۳\\ (۲/۲۵-e_۱)s-۳/۶e_۱s^۳ & ۱+(۱/۳۵-۳e_۱)s^۲-۱/۸e_۱s^۴\end{bmatrix}\rightarrow ۱/۸-۱/۳۵b_۱=۰$$

$$,-۳/۶e_۱=۰,-۱/۸e_۱=۰\rightarrow e_۱=۰,b_۱=\frac{۴}{۳}\Rightarrow T=\begin{bmatrix}۱ & \frac{۴}{۳}s\\ ۰ & ۱\end{bmatrix}\frac{۱}{۱-۰/۹s^۲}\begin{bmatrix}۱+۰/۶s^۲ & \frac{۵}{۳}s\\ ۲/۲۵s & ۱+۱/۳۵s^۲\end{bmatrix}$$

همه سلفها را در ۷۵ ضرب و همه خازنها را بر ۷۵ تقسیم می کنیم.




جواب دوم : ابتدا صفر دوقلو را جدا می کنیم.

$$T=\frac{۱}{۱-۰/۹s^۲}\begin{bmatrix}۱+۳/۶s^۲ & ۳s+۱/۸s^۳\\ ۲/۲۵s & ۱+۱/۳۵s^۲\end{bmatrix}\ ,\ A_۱=\frac{۱}{۱+f_۱s^۲}\begin{bmatrix}۱+a_۱s^۲ & b_۱s\\ e_۱s & ۱+d_۱s^۲\end{bmatrix}\ ,\ f_۱=-۰/۹\ ,\ x=\frac{۱۰}{۹}$$

$$T_1 = 1 + 3/6x \ , \ T_2 = 2/25 \rightarrow T_1' = 3/6 \ , \ T_2' = 0 \ , \ T_1(\frac{10}{9}) = 5, \ T_2(\frac{10}{9}) = 2/25$$

$$d_1 = f_1 + f_1^2 \frac{T_1 T_2}{T_1' T_2 - T_2' T_1} = -0/9 + 0/81 \frac{11/25}{8/1} = -0/9 + 0/81 \frac{5}{3/6} = 0/225$$

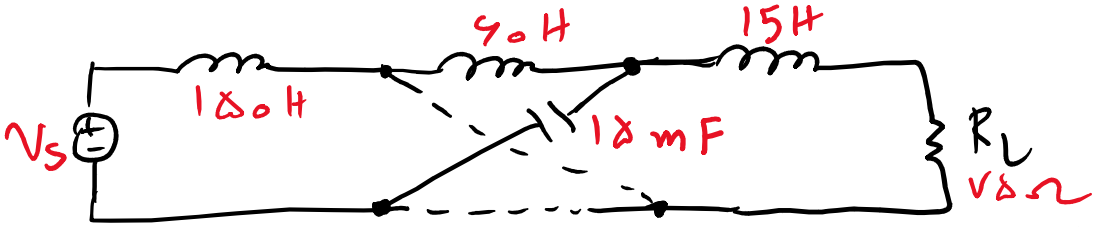
$$b_1 = f_1^2 \frac{T_1^2}{T_1' T_2 - T_2' T_1} = 0/81 \frac{(5)^2}{8/1} = 2/5 \ , a_1 = \frac{f_1^2}{d_1} = \frac{0/81}{0/225} = 3/6 , e_1 = a_1 \frac{T_2^2}{T_1' T_2 - T_2' T_1} = 3/6 \frac{2/25^2}{8/1} = 2/25$$

$$Q_2 = \frac{(1 + a_1 x) T_2(x) - e_1 T_1(x)}{(1 + f_1 x)^2} = \frac{(1 + 3/6x)(2/25) - 2/25(1 + 3/6x)}{(1 - 0/9x)^2} = 0$$

$$Q_1 = \frac{(1 + d_1 x) T_1(x) - b_1 T_2(x)}{(1 + f_1 x)^2} = \frac{(1 + 0/225x)(3 + 1/8x) - 2/5(1 + 1/35x)}{(1 - 0/9x)^2} = 0/5$$

$$T = \frac{1}{1 - 0/9s^2} \begin{bmatrix} 1 + 3/6s^2 & 2/5s \\ 2/25s & 1 + 0/225s^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0/5s \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

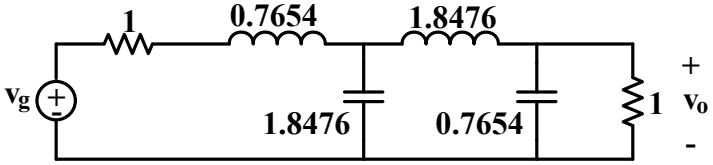
در اینجا استثنا" جواب دوم با جواب اول یکسان است.



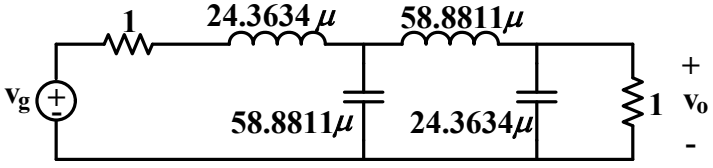

**۴- تمرین ۷۹ از فصل ٤ کتاب طراحی شبکه های الکتریکی و الکترونیکی**

تابع تبدیل و مدار نرمالیزه LP چنین هستند :

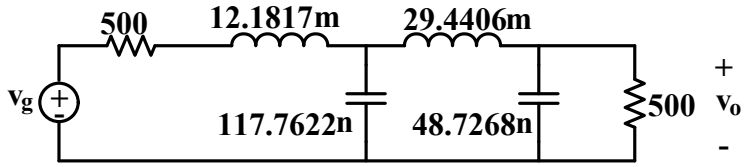
$$F_L(S) = \frac{1}{(S^2 + 0/7654S + 1)(S^2 + 1/8476S + 1)}$$



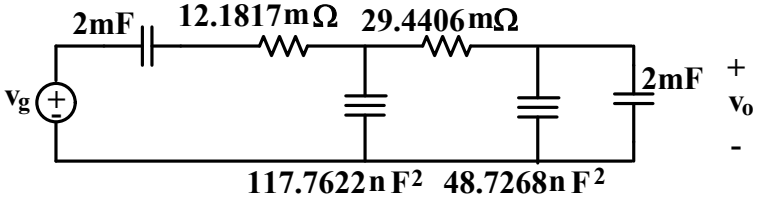

$$S = \frac{s}{B} \ : \ B = 5000 \times 2\pi = 10000\pi$$



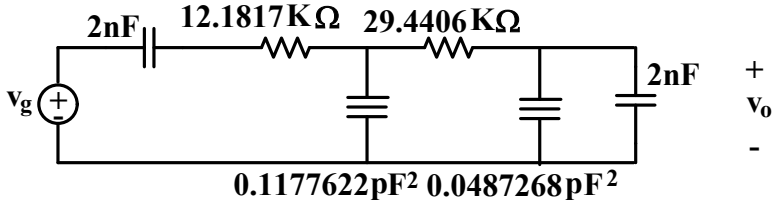
همه سلفها را در ۵۰۰ ضرب و همه خازنها را بر ۵۰۰ تقسیم می‌کنیم.



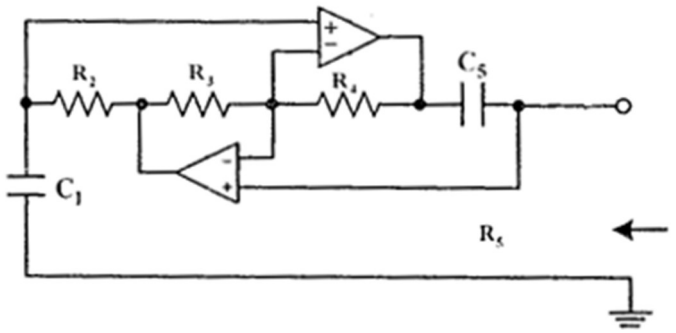

همه امپدانسها را در $\frac{1}{s}$ ضرب می‌کنیم :




در مدار آخر، مقاومتها بسیار کوچک و خازنها بسیار بزرگ هستند. چون سوال در این مورد مطلبی نگفته است، به دلخواه همه امپدانسها را در ۱۰۰۰۰۰۰ ضرب می‌کنیم :




برای FDNR از مدار زیر استفاده می‌کنیم :




برای FDNR با ظرفیت $0.1177622pF^2$ داریم :

$$D=\frac{R_۲R_۴C_۱C_۵}{R_۳}=۰/۱۱۷۷۶۲۲\times۱۰^{-۱۲}\ ,\ R_۳=R_۲=R_۴=۷/۵\,K\Omega\rightarrow C_۱=C_۵=۳/۹۶\,nF$$

برای FDNR با ظرفیت $0.0487268pF^2$ داریم :

$$D=\frac{R_۲R_۴C_۱C_۵}{R_۳}=۰/۰۴۸۷۲۶۸\times۱۰^{-۱۲}\ ,\ R_۳=R_۲=R_۴=۷/۵\,K\Omega\rightarrow C_۱=C_۵=۲/۵۵\,nF$$