پاسخ تمرین سری چهارم فیلتر و سنتز مدار

۱- تمرین ۵ از فصل ۵ کتاب طراحی شبکه های الکتریکی و الکترونیکی

الف- $F(s)=\dfrac{s+۵}{s^۲+۳s+۲}=\dfrac{s+۵}{(s+۱)(s+۲)}$ خاصیت یک در میان بودن ریشه های صورت و مخرج وجود ندارد پس سنتز نمی شود.

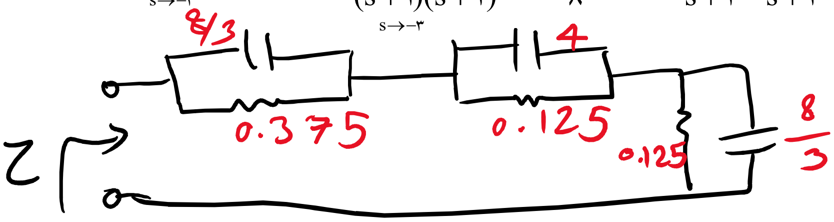
ب- $F(s)=\dfrac{s^۲+۴s+۳/۷۵}{s^۳+۶s^۲+۱۱s+۶}=\dfrac{(s+۱/۵)(s+۲/۵)}{(s+۱)(s+۲)(s+۳)}$ خواص اولیه را دارد.

سنتز RC : چون نزدیکترین ریشه قطب است، در این حالت تابع امپدانس است. Foster Impedance :

$$Z=\frac{s^۲+۴s+۳/۷۵}{s^۳+۶s^۲+۱۱s+۶}=\frac{(s+۱/۵)(s+۲/۵)}{(s+۱)(s+۲)(s+۳)}=\frac{A}{s+۱}+\frac{B}{s+۲}+\frac{C}{s+۳}$$

$$A=\lim_{s\to-۱}(s+۱)Z=\lim_{s\to-۱}\frac{(s+۱/۵)(s+۲/۵)}{(s+۲)(s+۳)}=-\frac{۳}{۸}\ ,\ B=\lim_{s\to-۲}(s+۲)Z=\lim_{s\to-۲}\frac{(s+۱/۵)(s+۲/۵)}{(s+۱)(s+۳)}=\frac{۱}{۴}$$

$$C=\lim_{s\to-۳}(s+۱)Z=\lim_{s\to-۳}\frac{(s+۱/۵)(s+۲/۵)}{(s+۱)(s+۲)}=\frac{۳}{۸}\to Z=\frac{\frac{۳}{۸}}{s+۱}+\frac{\frac{۱}{۴}}{s+۲}+\frac{\frac{۳}{۸}}{s+۳}=\frac{۱}{\frac{۸}{۳}s+\frac{۸}{۳}}+\frac{۱}{۴s+۸}+\frac{۱}{\frac{۸}{۳}s+۸}$$



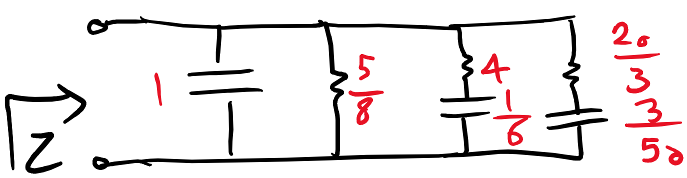
:Foster Admittance

$$Y=\frac{(s+۱)(s+۲)(s+۳)}{(s+۱/۵)(s+۲/۵)}\to Y_۱=\frac{Y}{s}=\frac{(s+۱)(s+۲)(s+۳)}{s(s+۱/۵)(s+۲/۵)}=۱+\frac{A}{s}+\frac{B}{s+۱/۵}+\frac{C}{s+۲/۵}$$

$$A=\lim_{s\to۰}(s)Z=\lim_{s\to۰}\frac{(s+۱)(s+۲)(s+۳)}{(s+۱/۵)(s+۲/۵)}=\frac{۸}{۵}\ ,\ B=\lim_{s\to-۱/۵}(s+۱/۵)Z=\lim_{s\to-۱/۵}\frac{(s+۱)(s+۲)(s+۳)}{s(s+۲/۵)}=\frac{۱}{۴}$$

$$C=\lim_{s\to-۲/۵}(s+۲/۵)Z=\lim_{s\to-۲/۵}\frac{(s+۱)(s+۲)(s+۳)}{s(s+۱/۵)}=\frac{۳}{۲۰}\to Y=s+\frac{۸}{۵}+\frac{\frac{۱}{۴}s}{s+۱/۵}+\frac{\frac{۳}{۲۰}s}{s+۲/۵}\to$$

$$Y=s+\frac{۸}{۵}+\frac{۱}{۴+\frac{۶}{s}}+\frac{۱}{\frac{۲۰}{۳}+\frac{۵۰}{۳s}}$$



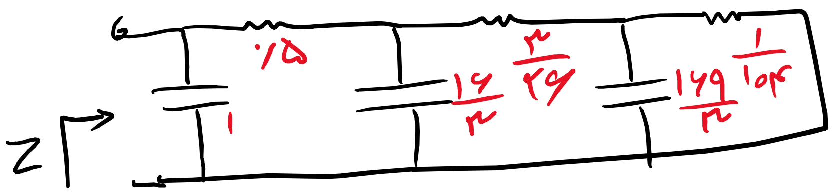
Cauer اول :

$$Z=\frac{s^۲+۴s+۳/۷۵}{s^۳+۶s^۲+۱۱s+۶}=k_۱s+\frac{۱}{y_۱}\ :\ k_۱=\lim_{s\to\infty}\frac{۱}{s}Z=۰\to Y=\frac{s^۳+۶s^۲+۱۱s+۶}{s^۲+۴s+۳/۷۵}=k_۱s+\frac{۱}{z_۱}\ :\ k_۱=\lim_{s\to\infty}\frac{۱}{s}Y=۱$$

$$z_۱=\frac{s^۲+۴s+۳/۷۵}{۲s^۲+۷/۲۵s+۶}=k_۲+\frac{۱}{y_۲}\ :\ k_۲=\lim_{s\to\infty}z_۱=۰/۵\to y_۲=\frac{۲s^۲+۷/۲۵s+۶}{۰/۳۷۵s+۰/۷۵}=k_۳s+\frac{۱}{z_۳}\ :\ k_۳=\lim_{s\to\infty}\frac{۱}{s}y_۳=\frac{۱۶}{۳}$$

$$z_۳=\frac{۰/۳۷۵s+۰/۷۵}{۳/۲۵s+۶}=k_۴+\frac{۱}{y_۴}\ :\ k_۴=\lim_{s\to\infty}z_۳=\frac{۳}{۲۶}\to y_۴=\frac{۳/۲۵s+۶}{\frac{۳}{۵۲}}=k_۵s+\frac{۱}{z_۵}\ :\ k_۵=\lim_{s\to\infty}\frac{۱}{s}y_۴=\frac{۱۶۹}{۳}\to$$

$$z_۵=\frac{۱}{۱۰۴}$$



Cauer دوم :

$$Z=\frac{s^۲+۴s+۳/۷۵}{s^۳+۶s^۲+۱۱s+۶}=\frac{k_۱}{s}+\frac{۱}{y_۱}\ :\ k_۱=\lim_{s\to۰}sZ=۰\to Y=\frac{s^۳+۶s^۲+۱۱s+۶}{s^۲+۴s+۳/۷۵}=\frac{k_۱}{s}+\frac{۱}{z_۱}\ :\ k_۱=\lim_{s\to۰}sY=۰$$

پس اولین عنصر مقاومت است.

$$Z=\frac{s^۲+۴s+۳/۷۵}{s^۳+۶s^۲+۱۱s+۶}=k_۱+\frac{۱}{y_۱}\ :\ k_۱=\lim_{s\to۰}Z=۰/۶۲۵\to y_۱=\frac{s^۳+۶s^۲+۱۱s+۶}{-۰/۶۲۵s^۳,....}$$

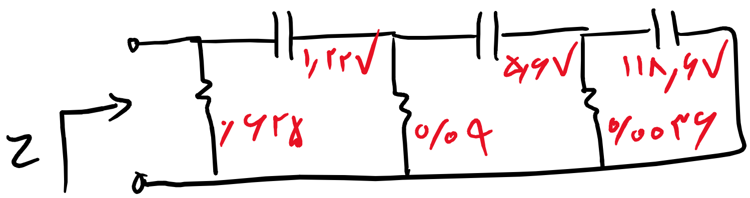
چون ضریب منفی شد، باید از Y شروع کرد.

$$Y=\frac{s^۳+۶s^۲+۱۱s+۶}{s^۲+۴s+۳/۷۵}=k_۱+\frac{۱}{z_۱}\ :\ k_۱=\lim_{s\to۰}Y=۱/۶\to z_۱=\frac{s^۲+۴s+۳/۷۵}{s(s^۲+۴/۴s+۴/۶)}=\frac{k_۲}{s}+\frac{۱}{y_۲}\ :$$

$$k_۲=\lim_{s\to۰}z_۱=\frac{۷۵}{۹۲}\to y_۲=\frac{s(s^۲+۴/۴s+۴/۶)}{\frac{۱۷}{۹۲}s^۲+\frac{۱۹}{۴۶}s}=\frac{s^۲+۴/۴s+۴/۶}{\frac{۱۷}{۹۲}s+\frac{۱۹}{۴۶}}=k_۳+\frac{۱}{z_۳}\ :\ k_۱=\lim_{s\to۰}y_۲=\frac{۲۱۱/۶}{۱۹}$$

$$z_۳=\frac{\frac{۱۷}{۹۲}s+\frac{۱۹}{۴۶}}{s(s+\frac{۴۴/۵}{۱۹})}=\frac{k_۴}{s}+\frac{۱}{y_۴}\ :k_۴=\lim_{s\to۰}z_۳=\frac{۳۶۱}{۲۰۴۷}\to y_۴=\frac{s+\frac{۴۴/۵}{۱۹}}{\frac{۱۷/۲۵}{۲۰۴۷}}=k_۵+\frac{۱}{z_۵}\ :\ k_۱=\lim_{s\to۰}y_۴=\frac{۹۱۰۹۱/۵}{۳۲۷/۷۵}$$

$$z_۵=\frac{\frac{۱۷/۲۵}{۲۰۴۷}}{s}$$



۲- تمرین ۱۱ از فصل ۵ کتاب طراحی شبکه های الکتریکی و الکترونیکی

الف-

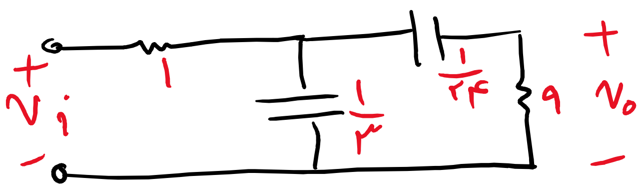
$$F(s)=\frac{2s}{s^2+6s+8}=\frac{2s}{(s+2)(s+4)}\rightarrow z_{11}=\frac{(s+2)(s+4)}{s(s+3)}=k_1s+\frac{1}{y}\ :\ k_1=\lim_{s\to\infty}\frac{1}{s}z_{11}=0\rightarrow$$

$$y=\frac{s(s+3)}{(s+2)(s+4)}=k_1s+\frac{1}{y}\ :\ k_1=\lim_{s\to\infty}\frac{1}{s}y=0$$

پس اولین عنصر مقاومت است.

$$z_{11}=\frac{(s+2)(s+4)}{s(s+3)}=k_1+\frac{1}{y}\ :\ k_1=\lim_{s\to\infty}z_{11}=1\rightarrow y=\frac{s(s+3)}{3s+8}=k_2s+y_1\ :\ k_2=\lim_{s\to\infty}\frac{1}{s}y=\frac{1}{3}\rightarrow$$

$$y_1=\frac{\frac{1}{3}s}{3s+8}=\frac{k_3}{s}+\frac{1}{z_2}\ :\ k_3=\lim_{s\to 0}sy_1=0\rightarrow z_1=\frac{9s+24}{s}=\frac{k_3}{s}+\frac{1}{y_2}\ :\ k_3=\lim_{s\to 0}sz_1=24\rightarrow y_2=\frac{1}{9}$$

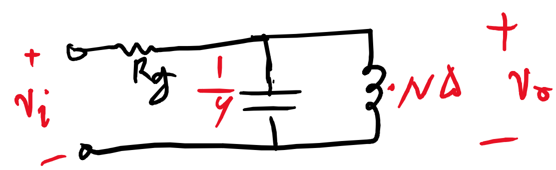


البته می توان مثلا با تابع $y_{22}=\frac{(s+2)(s+4)}{s+3}$ طراحی کرد.

ب-

$$F(s)=\frac{2s}{s^2+6s+8}=\frac{\frac{2s}{s^2+8}}{1+\frac{6s}{s^2+8}}\rightarrow z_{11}=\frac{6s}{s^2+8}=k_1s+\frac{1}{y}\ :\ k_1=\lim_{s\to\infty}\frac{1}{s}z_{11}=0\rightarrow y=\frac{s^2+8}{6s}=k_1s+y_1$$

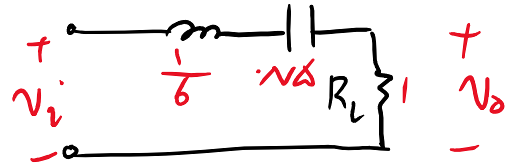
$$k_1=\lim_{s\to\infty}\frac{1}{s}y=\frac{1}{6}\rightarrow y_1=\frac{\frac{4}{3}}{s}$$



ج-

$$F(s)=\frac{2s}{s^2+6s+8}=\frac{\frac{2s}{s^2+8}}{1+\frac{6s}{s^2+8}}\rightarrow y_{22}=\frac{6s}{s^2+8}=k_1s+\frac{1}{z}\ :\ k_1=\lim_{s\to\infty}\frac{1}{s}y_{22}=0\rightarrow z=\frac{s^2+8}{6s}=k_1s+z_1$$

$$k_1=\lim_{s\to\infty}\frac{1}{s}z=\frac{1}{6}\rightarrow z_1=\frac{\frac{4}{3}}{s}$$



د-

$$\rho(s)\rho(\text{-}s)=۱-\frac{۴}{R_L}F(s)F(\text{-}s)\rightarrow\rho(s)\rho(\text{-}s)=۱-۸\frac{ks}{s^۲+۶s+۸}\frac{-ks}{s^۲-۶s+۸}=\frac{(s^۲+۸)^۲-۳۶s^۲+۸k^۲s^۲}{(s^۲+۶s+۸)(s^۲-۶s+۸)}$$

$$\rho(s)\rho(\text{-}s)=\frac{s^۴+(۸k^۲-۲۰)s^۲+۶۴}{(s^۲+۶s+۸)(s^۲-۶s+۸)}=\frac{(s^۲+\sqrt{۳۶-۸k^۲}s+۸)(s^۲-\sqrt{۳۶-۸k^۲}s+۸)}{(s^۲+۶s+۸)(s^۲-۶s+۸)}\rightarrow$$

$$\rho(s)=\frac{k_۱(s^۲+\sqrt{۳۶-۸k^۲}s+۸)}{s^۲+۶s+۸}\ ,\ \Delta=(۸k^۲-۲۰)^۲-۲۵۶=(۸k^۲-۳۶)(۸k^۲-۴)<۰\rightarrow ۰/۵<k^۲<۴/۵$$

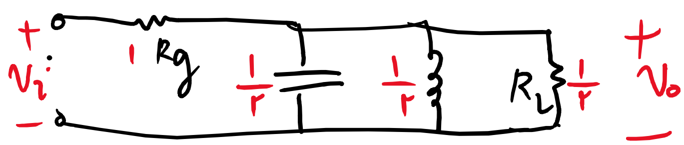
$$\lim_{s\to\infty}|\rho|^۲=\lim_{s\to\infty}\rho(s)\rho(\text{-}s)\rightarrow\frac{s^۴}{s^۴}=\frac{k_۱s^۲}{s^۲}\frac{k_۱s^۲}{s^۲}\rightarrow k_۱=۱\Rightarrow\rho(s)=\frac{s^۲+\sqrt{۳۶-۸k^۲}s+۸}{s^۲+۶s+۸}$$

$$Z_{in۱}=\frac{۱\text{-}\rho(s)}{۱+\rho(s)}=\frac{(۶-\sqrt{۳۶-۸k^۲})s}{۲s^۲+(۶+\sqrt{۳۶-۸k^۲})s+۸}=k_۱s+\frac{۱}{Y_۱}\ :\ k_۱=\lim_{s\to\infty}\frac{۱}{s}z_{in۱}=۰\rightarrow$$

$$Y_۱=\frac{۲s^۲+(۶+\sqrt{۳۶-۸k^۲})s+۸}{(۶-\sqrt{۳۶-۸k^۲})s}=k_۱s+Y_۲\ :\ k_۱=\lim_{s\to\infty}\frac{۱}{s}Y_۱=\frac{۲}{۶-\sqrt{۳۶-۸k^۲}}\rightarrow$$

$$Y_۲=\frac{(۶+\sqrt{۳۶-۸k^۲})s+۸}{(۶-\sqrt{۳۶-۸k^۲})s}=\frac{k_۲}{s}+\frac{۱}{z_۳}\ :\ k_۲=\lim_{s\to۰}sY_۲=\frac{۸}{۶-\sqrt{۳۶-۸k^۲}}\rightarrow z_۳=\frac{۶-\sqrt{۳۶-۸k^۲}}{۶+\sqrt{۳۶-۸k^۲}}=R_L=۰/۵$$

$$۱/۵\sqrt{۳۶-۸k^۲}=۳\rightarrow ۳۶-۸k^۲=۴\rightarrow k=۲$$



۳- تمرین ۱۷ از فصل ۵ کتاب طراحی شبکه های الکتریکی و الکترونیکی

$$\alpha(۹۰۰,۱۶۰۰Hz)=۳dB\rightarrow\alpha_L(۱)=۱۰\log(۱+\varepsilon^۲)=۳\rightarrow\varepsilon^۲\simeq۱$$

$$\Omega=\frac{\omega^۲\text{-}\omega_۰^۲}{B\omega}:\omega_۰=\sqrt{\omega_U\omega_L}=\sqrt{(۱۶۰۰\times۲\pi)(۹۰۰\times۲\pi)}=۱۲۰۰\times۲\pi\ ,B=۱۶۰۰\times۲\pi-۹۰۰\times۲\pi=۱۴۰۰\pi$$

$$\Omega=\frac{\omega^۲\text{-}\omega_۰^۲}{B\omega}=\frac{(۲۰۸۹/۲۴۴۴\times۲\pi)^۲-(۱۲۰۰\times۲\pi)}{۱۴۰۰\pi(۲۰۸۹/۲۴۴۴\times۲\pi)}=۲$$

$$\alpha(۲۰۸۹/۲۴۴۴Hz)\geq۱۲\rightarrow\alpha_L(۲)=۱۰\log(۱+\varepsilon^۲H(۲))\geq۱۲\rightarrow H(۲)=\cosh^۲(N_{LP}\cosh^{-۱}(۲))\geq۱۵/۸۴۸۹\rightarrow$$
$$N_{LP}\geq۲$$

فیلتر میان گذر در فرکانس میانی افتی ندارد، پس باید فیلتر پائین گذر معادل آن نیز در فرکانس صفر افتی نداشته باشد و چون درجه فیلتر پائین گذر معادل ۲ است باید حذف افت dc انجام شود.

$$T_۲(\Omega)=\cos^۲(۲\cos^{-۱}(\Omega))=۲\cos^۲(\cos^{-۱}(\Omega))-۱=۲\Omega^۲-۱\ ,\ H_{LP}=L_۲^۲(\omega)\ :\ \Omega^۲=\cos^۲(\frac{\pi}{۴})\omega^۲+\sin^۲(\frac{\pi}{۴})$$

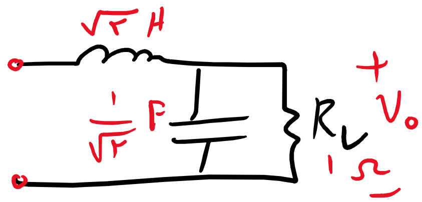
$$\Omega^۲=\frac{۱}{۲}\omega^۲+\frac{۱}{۲}\rightarrow H_{LP}=\omega^۴$$

پس فیلتر پائین گذر معادل آن یک فیلتر باترورث است.

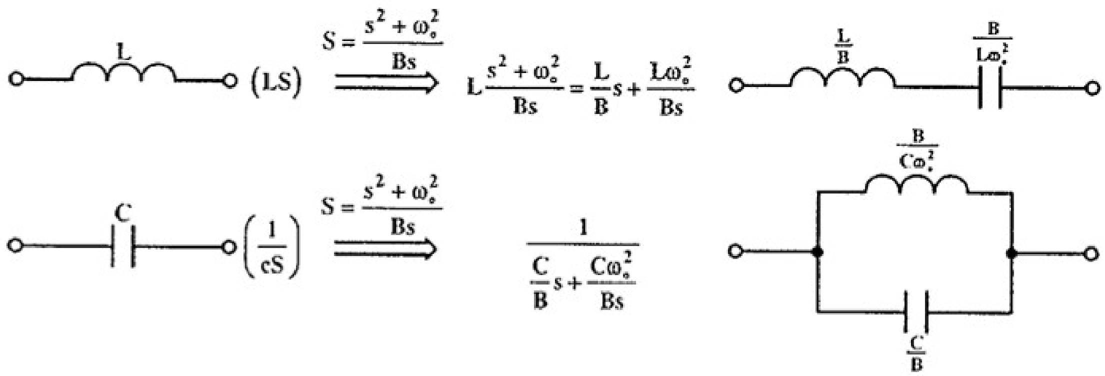
$$p_k = R\left\{-\sin[(۲k-۱)\frac{\pi}{۴}] + j\cos[(۲k-۱)\frac{\pi}{۴}]\right\},\ R = \frac{۱}{\sqrt[N]{\varepsilon}} = ۱ \to p_k = \frac{-۱}{\sqrt{۲}} \pm \frac{j}{\sqrt{۲}},\ F_L(s) = \frac{K}{\prod_{k=۱}^{N}(s-p_k)},$$

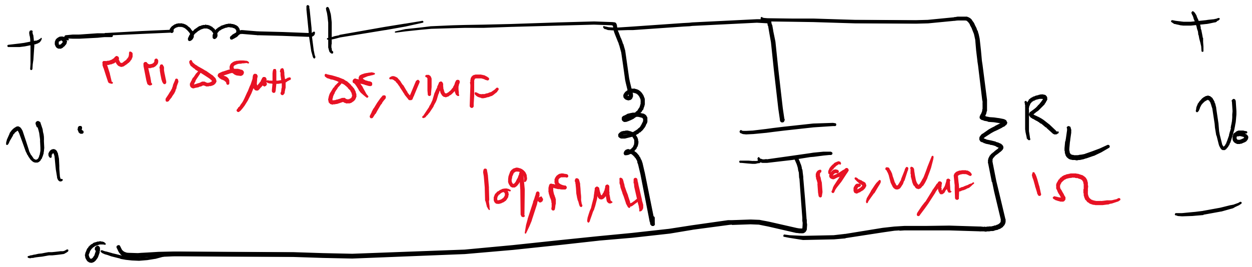
$$K = \frac{۱}{\varepsilon} = ۱ \to F_L(s) = \frac{۱}{s^۲+\sqrt{۲}s+۱},\ R_L = ۱ \to F_L(s) = \frac{\frac{۱}{\sqrt{۲}s}}{\frac{s^۲+۱}{\sqrt{۲}s}+۱} \to y_{۲۲} = \frac{s^۲+۱}{\sqrt{۲}s} = \frac{۱}{\sqrt{۲}}s + \frac{۱}{\sqrt{۲}s}$$

فیلتر LP نرمالیزه :



فیلتر BP نرمالیزه :





فیلتر BP نهایی :