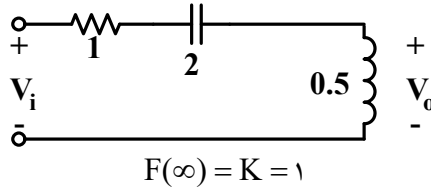


پاسخ امتحان پایان ترم فیلتر و سنتز مدار

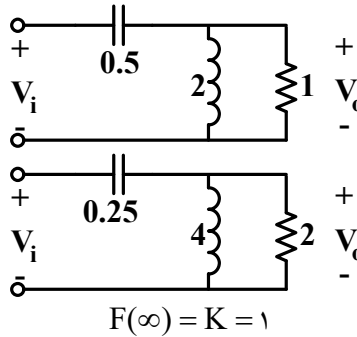
$$F(s) = \frac{Ks^r}{s^r + 2s + 1} = \frac{Ks^r}{1 + \frac{s^r + 1}{2s}} \rightarrow z_{r1} = 0.5Ks, \quad z_{r1} = \frac{s^r + 1}{2s} = \frac{0.5}{s} + \frac{1}{2s}$$

۱- الف- روش کوثر ۲ است.



$$F(s) = \frac{Ks^r}{s^r + 2s + 1} = \frac{Ks^r}{1 + \frac{s^r + 1}{2s}} \rightarrow y_{r1} = -0.5Ks, \quad y_{r1} = \frac{s^r + 1}{2s} = \frac{0.5}{s} + \frac{1}{2s}$$

ب- روش کوثر ۲ است.



$$F(\infty) = K = \frac{R_L}{R_i + R_L} = \frac{2}{3} \quad \text{ب-}$$

$$\rho(s)\rho(-s) = 1 - \frac{f}{R_L} F(s)F(-s) \rightarrow \rho(s)\rho(-s) = 1 - \frac{f}{2} \frac{\frac{2}{3}s^r}{s^r + 2s + 1} \frac{\frac{2}{3}s^r}{s^r - 2s + 1} = \frac{(s^r + 1)^2 - 4s^r - \frac{4}{9}}{(s^r + 2s + 1)(s^r - 2s + 1)} \rightarrow$$

$$\rho(s)\rho(-s) = \frac{\frac{1}{9}s^r - 2s^r + 1}{(s^r + 2s + 1)(s^r - 2s + 1)} = \frac{\frac{1}{9}(s^r - 18s^r + 9)}{(s^r + 2s + 1)(s^r - 2s + 1)}, \quad s^r - 18s^r + 9 = (s^r + as + b)(s^r - as + b)$$

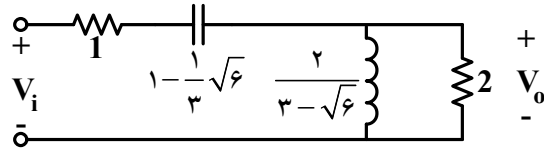
$$b = 3, \quad -a^r + 2b = -18 \rightarrow a = \sqrt{24} \Rightarrow \rho(s) = \frac{k_1(s^r + \sqrt{24}s + 3)}{s^r + 2s + 1}, \quad \lim_{s \rightarrow \infty} |\rho|^r = \lim_{s \rightarrow \infty} \rho(s)\rho(-s) \rightarrow k_1 = \frac{1}{3}$$

$$\rho(s) = \frac{\frac{1}{3}(s^r + \sqrt{24}s + 3)}{s^r + 2s + 1}, \quad Z_{in1} = \frac{1 + \rho(s)}{1 - \rho(s)} = \frac{\frac{4}{3}s^r + (\frac{1}{3}\sqrt{24} + 2)s + 2}{\frac{2}{3}s^r + (-\frac{1}{3}\sqrt{24} + 2)s}, \quad Z_{inr} = \frac{1 - \rho(s)}{1 + \rho(s)} = \frac{\frac{2}{3}s^r + (-\frac{1}{3}\sqrt{24} + 2)s}{\frac{4}{3}s^r + (\frac{1}{3}\sqrt{24} + 2)s + 2}$$

چون $Z_{in1}(\infty) = 2 = R_L$ است، از Z_{in1} و روش کوثر ۲ (فیلتر بالاگذر است) استفاده می کنیم:

$$Z_{in1} = \frac{\frac{4}{3}s^r + (\frac{1}{3}\sqrt{24} + 2)s + 2}{\frac{2}{3}s^r + (-\frac{1}{3}\sqrt{24} + 2)s} = \frac{a}{s} + \frac{1}{Y_1}, \quad a = \lim_{s \rightarrow \infty} sZ_{in1} = \frac{2}{2 - \frac{1}{3}\sqrt{24}} \rightarrow Y_1 = \frac{\frac{2}{3}s + (-\frac{1}{3}\sqrt{24} + 2)}{\frac{4}{3}s} = \frac{b}{s} + \frac{1}{Z_r}$$

$$b = \lim_{s \rightarrow \infty} sY_1 = \frac{2 - \frac{1}{3}\sqrt{24}}{\frac{4}{3}} = \frac{6 - \sqrt{24}}{4} \rightarrow Z_r = 2 = R_L$$



۲- می توان از طریق امپدانس ورودی و ادمیتانس خروجی عمل کرد. در اینجا از طریق امپدانس ورودی طراحی کرده ایم.

$$F(s) = \frac{K}{s^2 + 10s + 24} = \frac{K}{(s+4)(s+6)} \rightarrow Z_{11} = \frac{(s+4)(s+6)}{s(s+5)} \text{ الف}$$

از Z_{11} و نه از عکس آن فاکتور S استخراج نمی شود. پس اولین عنصر مقاومت است.

$$Z_{11} = \frac{(s+4)(s+6)}{s(s+5)} = k_1 + \frac{1}{y_1}, \quad k_1 = \lim_{s \rightarrow \infty} Z_{11} = 1 \rightarrow y_1 = \frac{s(s+5)}{5s+24} = k_r s + \frac{1}{Z_r}, \quad k_r = \lim_{s \rightarrow \infty} \frac{1}{s} y_1 = 0.2 \rightarrow$$

$$Z_r = \frac{5s+24}{0.2s} = k_r + \frac{1}{y_r}, \quad k_r = \lim_{s \rightarrow \infty} Z_r = 25 \rightarrow y_r = \frac{0.2s}{24} = \frac{1}{120}$$

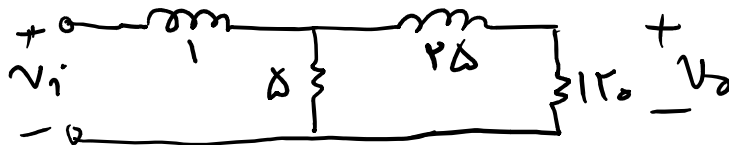


$$F(\cdot) = \frac{K}{24} = 1 \rightarrow K = 24$$

$$F(s) = \frac{Ks^r}{s^2 + 10s + 24} = \frac{Ks^r}{(s+4)(s+6)} \rightarrow Z_{11} = \frac{(s+4)(s+6)}{s+5} = k_1 s + \frac{1}{y_1}, \quad k_1 = \lim_{s \rightarrow \infty} \frac{1}{s} Z_{11} = 1 \rightarrow \text{ب}$$

$$y_1 = \frac{s+5}{5s+24} = k_r + \frac{1}{Z_r}, \quad k_r = \lim_{s \rightarrow \infty} y_1 = 0.2 \rightarrow Z_r = \frac{5s+24}{0.2} = k_r s + \frac{1}{y_r}, \quad k_r = \lim_{s \rightarrow \infty} \frac{1}{s} Z_r = 25 \rightarrow$$

$$y_r = \frac{0.2}{24} = \frac{1}{120}$$



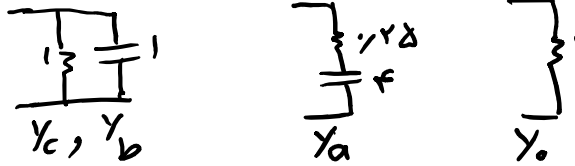
$$F(\cdot) = \frac{K}{24} = 1 \rightarrow K = 24$$

$$F(s) = \frac{(s-1)^r}{(s+1)^r} = \frac{A}{B}, \quad n_D = \max(m, n) - 1 = 1 \rightarrow D = s+1 \rightarrow \frac{A}{sD} = \frac{(s-1)^r}{s(s+1)}, \quad \frac{B}{sD} = \frac{s+1}{s} \text{ : } \text{۳- روش Lovering}$$

$$\frac{A}{sD} = 1 + \frac{a}{s} + \frac{b}{s+1} \rightarrow a = \lim_{s \rightarrow \infty} \frac{(s-1)^r}{(s+1)} = 1, \quad b = \lim_{s \rightarrow -1} \frac{(s-1)^r}{s} = -1 \rightarrow \frac{A}{D} = s+1 - \frac{rs}{s+1}$$

$$\frac{B}{sD} = \frac{s+1}{s} = 1 + \frac{1}{s} \rightarrow \frac{B}{D} = s+1 = y_c - y_d \rightarrow y_c = s+1, y_d = 0, \quad \frac{A}{D} = s+1 - \frac{fs}{s+1} = y_b - y_a \rightarrow y_b = s+1,$$

$$y_a = \frac{fs}{s+1} = \frac{1}{\frac{1}{fs} + \frac{1}{s+1}}, y_c = 1$$

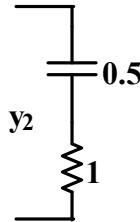


$$F(s) = \frac{(s-1)^r}{(s+1)^r} = \frac{s^r}{(s+1)^r} - \frac{rs}{(s+1)^r} + \frac{1}{(s+1)^r} = F_1 + F_r + F_r, n_D = \max(m, n) - 1 = 1 \rightarrow D = s+2 \text{ روش کوه}$$

$$\frac{B}{D} = \frac{(s+1)^r}{s+2} \rightarrow \frac{B}{sD} = \frac{(s+1)^r}{s(s+2)} = 1 + \frac{a}{s} + \frac{b}{s+2} \rightarrow a = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{(s+1)^r}{(s+2)} = 0.5, \quad \text{طراحی } F_1 = \frac{s^r}{(s+1)^r}$$

$$b = \lim_{s \rightarrow -2} \frac{(s+1)^r}{s} = -0.5 \rightarrow \frac{B}{D} = s + 0.5 - \frac{0.5s}{s+2}, \quad \frac{A}{D} = \frac{s^r}{s+2} \rightarrow y_{rr} = s + 0.5 + \frac{0.5s}{s+2}, \quad y_1 - \alpha y_r = \frac{-s}{s+2} \rightarrow$$

$$y_1 = 0, \alpha y_r = \frac{s}{s+2} \xrightarrow{\alpha=1} y_r = \frac{s}{s+2} = \frac{1}{1 + \frac{2}{s}}, \quad y_{rr} = \frac{s^r + rs + 1}{s+2}$$



در این حالت فیلتر بالاگذر است و از روش کوثر ۲ استفاده می کنیم. از خود y_{rr} و یا عکس آن، فاکتور $\frac{k}{s}$ تولید نمی شود. پس اولین مقدار مقاومت است.

$$y_{rr} = \frac{s^r + rs + 1}{s+2} = k_1 + \frac{1}{z_1} : k_1 = \lim_{s \rightarrow \infty} \frac{s^r + rs + 1}{s+2} = 0.5 \rightarrow z_1 = \frac{s+2}{s^r + 2/5s} = \frac{k_r}{s} + \frac{1}{y_r}$$

$$k_r = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{s+2}{s+2/5} = 0.8 \rightarrow y_r = \frac{s^r + 2/5s}{0.2s} = \frac{s+2/5}{0.2} = 5s + 1$$



با توجه به مدار فوق (در $s = \infty$) ضریب صورت تابع تبدیل همان یک خواهد بود.

$$\frac{B}{D} = s + 0.5 - \frac{0.5s}{s+2}, \quad \frac{A}{D} = \frac{s}{s+2} \rightarrow y_{rr} = s + 0.5 + \frac{0.5s}{s+2}, \quad y_1 - \alpha y_r = \frac{-s}{s+2} \rightarrow \text{طراحی } F_r = \frac{rs}{(s+1)^r}$$

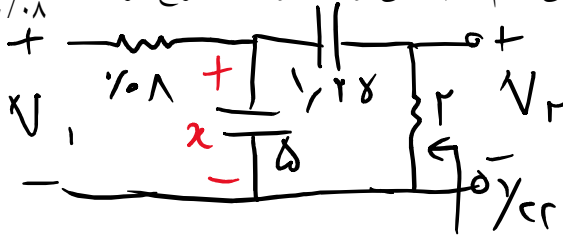
$$y_1 = 0, \alpha y_r = \frac{s}{s+2} \xrightarrow{\alpha=1} y_r = \frac{s}{s+2} = \frac{1}{1+\frac{2}{s}}, y_{rr} = \frac{s^2+3s+1}{s+2}$$

در این حالت فیلتر میان گذر است و از ترکیب دو روش کوثر ۱ و ۲ استفاده می کنیم. با توجه به تابع تبدیل، باید یک فاکتور از هر روش تولید کرد. در اینجا ابتدا از کوثر ۲ استفاده کرده ایم. از خود y_{rr} و یا عکس آن، فاکتور $\frac{k}{s}$ تولید نمی شود. پس اولین مقدار مقاومت است.

$$y_{rr} = \frac{s^2+3s+1}{s+2} = k_1 + \frac{1}{z_1} : k_1 = \lim_{s \rightarrow \infty} \frac{s^2+3s+1}{s+2} = 0/5 \rightarrow z_1 = \frac{s+2}{s^2+2/5s} = \frac{k_r}{s} + z_r \rightarrow$$

$$k_r = \lim_{s \rightarrow \infty} \frac{s+2}{s+2/5} = 0/8 \rightarrow z_r = \frac{0/2}{s+2/5}$$

اکنون کوثر ۱ را استفاده می کنیم. از z_r نمی توان فاکتور s استخراج کرد.



با تحلیل مدار داریم:

$$\frac{V_2}{X} = \frac{2}{2 + \frac{1}{1/25s}} = \frac{2/5s}{2/5s+1}, \frac{X}{V_1} = \frac{(2 + \frac{1}{1/25s}) \parallel \frac{1}{5s}}{0.8 + (2 + \frac{1}{1/25s}) \parallel \frac{1}{5s}} = \frac{2/5s+1}{s^2+3s+1} \rightarrow \frac{V_2}{V_1} = \frac{2/5s}{s^2+3s+1}$$

ضریب s در تابع تبدیل F_r برابر $2/5$ خواهد بود که بعداً آن را به 2 می رسانیم. یعنی در جمع کننده نهایی 0.8 ولتاژ خروجی طبقه دوم را بکار می بریم.

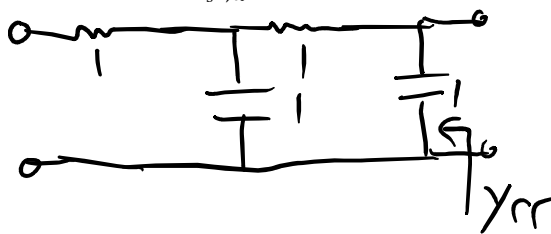
$$\frac{B}{D} = s + 0/5 - \frac{0/5s}{s+2}, \frac{A}{D} = \frac{1}{s+2} \rightarrow y_{rr} = s + 0/5 + \frac{0/5s}{s+2}, y_1 - \alpha y_r = \frac{-s}{s+2} : F_r = \frac{1}{(s+1)^2}$$

$$\rightarrow y_1 = 0, \alpha y_r = \frac{s}{s+2} \xrightarrow{\alpha=1} y_r = \frac{s}{s+2} = \frac{1}{1+\frac{2}{s}}, y_{rr} = \frac{s^2+3s+1}{s+2}$$

در این حالت فیلتر پائین گذر است و از روش کوثر ۱ استفاده می کنیم.

$$y_{rr} = \frac{s^2+3s+1}{s+2} = k_1 s + \frac{1}{z_1} \rightarrow k_1 = \lim_{s \rightarrow \infty} \frac{s^2+3s+1}{s(s+2)} = 1 \rightarrow z_1 = \frac{s+2}{s+1} = k_r + \frac{1}{y_r} \rightarrow k_r = \lim_{s \rightarrow \infty} \frac{s+2}{s+1} = 1 \rightarrow$$

$$y_r = \frac{s+1}{1} = s + \frac{1}{1}$$

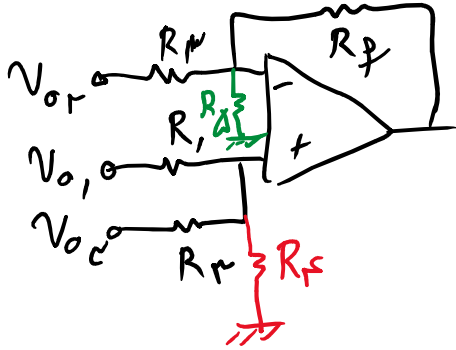


با توجه به مدار فوق (در $s=0$) ضریب صورت تابع تبدیل همان یک خواهد بود.

اکنون خروجی نهایی بصورت ذیل ترکیبی از خروجی سه طبقه خواهد بود:

$$V_o = V_{o1} - V_{o2} + V_{o3} \rightarrow \frac{R_f}{R_r} = \frac{1}{4} \quad [1], \quad \frac{R_r}{R_r + R_1} \left(1 + \frac{R_f}{R_r}\right) = 1 \quad [2], \quad \frac{R_1}{R_r + R_1} \left(1 + \frac{R_f}{R_r}\right) = 1 \quad [3]$$

معادلات فوق جواب ندارد. لذا مقاومت چهارم را افزوده ایم.



$$\frac{R_f}{R_r} = \frac{1}{4} \quad [1], \quad \frac{R_r \parallel R_f}{R_r \parallel R_f + R_1} \left(1 + \frac{R_f}{R_r}\right) = 1 \quad [2],$$

$$\frac{R_1 \parallel R_f}{R_r + R_1 \parallel R_f} \left(1 + \frac{R_f}{R_r}\right) = 1 \quad [3], \quad \frac{[2]}{[3]} \rightarrow \frac{R_r}{R_1} = 1$$

$$\frac{[2]}{[3]} \rightarrow \frac{R_1 R_f}{2 R_1 R_f + R_1^2} = \frac{1}{1/4} \rightarrow \frac{R_f}{2 R_f + R_1} = \frac{1}{1/4}$$

معادلات فوق جواب ندارد. به جای مقاومت چهارم، مقاومت پنجم را می افزاییم.

$$\frac{R_f}{R_r} = \frac{1}{4} \quad [1], \quad \frac{R_r}{R_r + R_1} \left(1 + \frac{R_f}{R_r \parallel R_5}\right) = 1 \quad [2], \quad \frac{R_1}{R_r + R_1} \left(1 + \frac{R_f}{R_r \parallel R_5}\right) = 1 \quad [3], \quad \frac{[2]}{[3]} \rightarrow \frac{R_r}{R_1} = 1 \quad [4]$$

$$\frac{R_f}{R_r \parallel R_5} = 1 \quad [4] \rightarrow \frac{R_5}{R_r} = 4$$

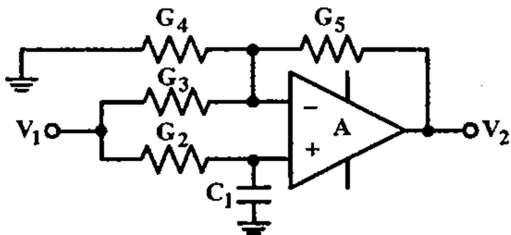
با انتخاب مقاومت اول و دوم، بقیه مقاومتها تعیین می شوند.

$$F(s) = \frac{500s(s-500)(s^2+10^6)}{(s^2+50s+10^6)(500+s)^2} = F_1 F_2 F_3 F_4 \rightarrow$$

-4

$$F_1(s) = \frac{500-s}{500+s}, \quad F_2(s) = \frac{s^2+10^6}{s^2+50s+10^6}, \quad F_3(s) = \frac{500s}{500+s}, \quad F_4(s) = -1$$

$$F_1(s) = \frac{500-s}{500+s} = \frac{1-\frac{s}{500}}{1+\frac{s}{500}} \rightarrow H_1 = H_\infty = 1, \quad \sigma_1 = 500$$



$$G_r = H_1 + H_\infty = 2, \quad G_r = H_\infty = 1,$$

$$G_f = H_1 - 1 = 0, \quad G_\delta = 1, \quad C_1 = H_1 + H_\infty = 2$$

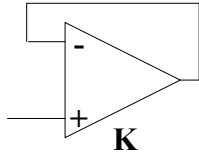
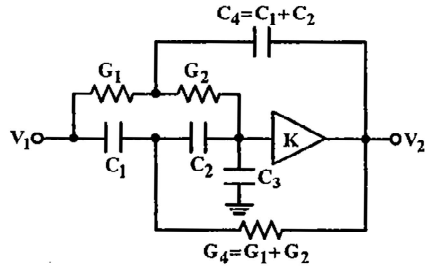
$$\rightarrow \frac{C_1}{\sigma_1} k_1 = 220 \text{ nF} \rightarrow$$

$$k_1 = 0.00055 \rightarrow G_r k_1 = 0.0011 \rightarrow R_r = 909 / 0.9 \Omega, \quad G_r k_1 = G_\delta k_1 = 0.00055 \rightarrow R_r = R_\delta = 1818 / 18 \Omega$$

$$F_r(s) = \frac{s^r + 10^4}{s^r + 50s + 10^4} = \frac{\frac{s^r}{10^4} + 10^0}{\frac{s^r}{10^4} + \frac{50}{10^4}s + 1} = \frac{H_1 + H_\infty \left(\frac{s}{\omega_c}\right)^r}{1 + \frac{1}{Q} \left(\frac{s}{\omega_c}\right) + \left(\frac{s}{\omega_c}\right)^r} \rightarrow \omega_c = 10^4, \frac{1}{Q\omega_c} = \frac{50}{10^4}$$

طراحی طبقه دوم:

$$\rightarrow Q = 20, H_\infty = 1, H_1 = 10^4 \Rightarrow \boxed{\text{BS/LP}}, \alpha = \sqrt{\frac{H_1}{H_\infty}} = 10$$



$$G^r - \frac{4\alpha^r}{Q(\alpha^r - 1)}G + \frac{4\alpha^r}{(\alpha^r - 1)^2} = 0$$

$$\rightarrow G^r - \frac{20}{99}G + \frac{400}{99^2} = 0 \rightarrow$$

no answer

$$C^r - 4Q^r \left(1 - \frac{1}{\alpha^r}\right)C + \frac{4Q^r}{\alpha^r} = 0 \rightarrow C^r - 1584C + 16 = 0 \rightarrow C_r = 0.0101, C_1 = 1583/9899, G_1 = G_r = 2Q = 40$$

$$G_r = 1, K = H_1 = 1, C_r = C_1 + C_r = 1584, G_r = G_1 + G_r = 40, C_r = 1, \frac{C_r}{\omega_c} k_r = 10 \text{ pF}$$

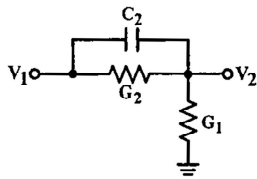
$$\rightarrow k_r = 9/9 \times 10^{-9}, C_1 k_r \rightarrow C_1 = 1568/3 \mu\text{F}, C_r k_r \rightarrow C_r = 1568/3 \mu\text{F}, G_1 k_r = G_r k_r = 3/96 \times 10^{-3}$$

$$\rightarrow R_1 = R_r = 25/25 \text{ K}\Omega, G_r k_r = 9/9 \times 10^{-9} \rightarrow R_r = 1/0.1 \text{ M}\Omega, R_r = 12/625 \text{ K}\Omega, C_r k_r \rightarrow C_r = 990 \text{ nF}$$

در طراحی فوق $H_1 = 1$ است ولی در تابع طبقه دوم 100 می باشد. لذا باید بهره 100 را در طبقه 4 ایجاد کرد.

$$H_\infty = 1 \text{ مدار را برای } F_r(s) = F_r(s) = \frac{500s}{5000 + s} = \frac{0.1s}{1 + \frac{s}{5000}} \rightarrow H_1 = 0, H_\infty = 500, \sigma_c = 5000$$

طراحی طبقه سوم:



طراحی می کنیم.

$$G_1 = 1 - H_1 = 1, G_r = H_1 = 0, C_r = 1 \rightarrow \frac{C_r}{\sigma_c} k_r = 22 \text{ nF} \rightarrow$$

$$k_r = 0.0011 \rightarrow G_1 k_r = 0.0011 \rightarrow R_r = 909/0.9 \Omega$$

در طراحی فوق $H_\infty = 1$ است ولی در تابع طبقه سوم 500 می باشد. لذا باید بهره 0.1 را در طبقه 4 ایجاد کرد. لذا با توجه به نکته طبقه

دوم، بهره طبقه 4 نهایتاً 50000 خواهد بود.

طراحی بهره 50000:-

