پاسخ کوییز دوم

۱- در این روش خطا متناسب با $h^{۲}$ بوده و بطور میانگین برابر $۳h^{۲} = ۰/۰۳$ بوده و لذا دقت آن یک رقم اعشار است. پس محاسبات میانی را با ۲ رقم اعشار انجام می دهیم.

$$y' = e^{-xy} \;,\; [۰,۰/۵] \;,\; y(۰) = y_{۰} = ۱ \;,\; h = ۰/۱ \qquad y_{i+1} \simeq y_i + hf(x_i, y_i)$$

$$y_{۱} = y_{۰} + ۰/۱e^{-۰} = ۱/۱۰ = y(۰/۱) \;,\; y_{۲} = y_{۱} + ۰/۱e^{-(۰/۱)(۱/۱۰)} = ۱/۱۹ = y(۰/۲)$$

$$y_{۳} = y_{۲} + ۰/۱e^{-(۰/۲)(۱/۱۹)} = ۱/۲۷ = y(۰/۳) \;,\; y_{۴} = y_{۳} + ۰/۱e^{-(۰/۳)(۱/۲۷)} = ۱/۳۴ = y(۰/۴)$$

$$y_{۵} = y_{۴} + ۰/۱e^{-(۰/۴)(۱/۳۴)} = ۱/۴۰ = y(۰/۵)$$

۲- $$\int_{۰}^{۱} x^{۲}e^{۲x}dx \rightarrow f(x) = x^{۲}e^{۲x} \rightarrow f'(x) = (۲x^{۲} + ۲x)e^{۲x} \rightarrow f''(x) = (۴x^{۲} + ۸x + ۲)e^{۲x} \rightarrow$$

$$f'''(x) = (۸x^{۲} + ۲۴x + ۱۲)e^{۲x} \rightarrow f^{(۴)}(x) = (۱۶x^{۲} + ۶۴x + ۴۸)e^{۲x}$$

در بازه داده شده مشتق چهارم همواره مثبت است. پس ماکزیمم آن در نقطه یک رخ می دهد و برابر است با : $۱۲۸e^{۲}$

$$E = -\frac{(\Delta x)^{۵}}{۱۸۰} n\, f^{(۴)}(\varepsilon) = -\frac{(b-a)^{۵}}{۱۸۰n^{۴}} f^{(۴)}(\varepsilon) \xrightarrow{|E|<\Delta I} n > \sqrt[۴]{\frac{(b-a)^{۵}M_{۴}}{۱۸۰\Delta I}} = \sqrt[۴]{\frac{۱(۱۲۸e^{۲})}{۱۸۰(۰/۰۵)}} = ۳/۲ \rightarrow n = ۴$$

$$\Delta x = \frac{۱}{۴} \rightarrow A = \frac{۰/۲۵}{۳}[f(۰) + ۴f(\frac{۱}{۴}) + ۲f(\frac{۲}{۴}) + ۴f(\frac{۳}{۴}) + f(۱)] = \frac{۱}{۱۲}[۰ + ۴(\frac{۱}{۴})^{۲}e^{۰/۵} + ۲(\frac{۱}{۲})^{۲}e^{۱} + ۴(\frac{۳}{۴})^{۲}e^{۱/۵} + e^{۲}]$$

باید محاسبات میانی را با دو رقم اعشار انجام دهیم.

$$A = \frac{۱}{۱۲}[۰ + ۰/۴۱ + ۱/۳۶ + ۱۰/۰۸ + ۷/۳۹] = ۱/۶۰$$

$$E = \frac{-(\Delta x)^{۵}}{۱۸۰} nf^{(۴)}(\varepsilon) \rightarrow |E| \le \frac{(۰/۲۵)^{۵}}{۱۸۰}(۴)(۱۲۸e^{۲}) = ۰/۰۲$$