دانشکده مهندسی برق
گروه کنترل

بنام آنکه جان را فکرت آموخت

روشهای محاسبات عددی

تمرین سوم

۱۳۰۷
دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی
مدرس : رسول دلیرروی فرد

1.Solve the following system of linear algebraic equations using the Gauss-Jordan method without pivot element & with pivot element .

$$\begin{cases} ۲x_۱ + ۴x_۲ - ۴x_۳ = ۱۲ \\ x_۱ + ۵x_۲ - ۵x_۳ - ۳x_۴ = ۱۸ \\ ۲x_۱ + ۳x_۲ + x_۳ + ۳x_۴ = ۸ \\ x_۱ + ۴x_۲ - ۲x_۳ + ۲x_۴ = ۸ \end{cases}$$

2. Given

$$A = \begin{bmatrix} -۳ & ۱ & ۱ \\ ۱ & ۲ & ۰ \\ ۱ & -۱ & ۳ \end{bmatrix},\ b = \begin{bmatrix} ۱ \\ -۱ \\ ۰ \end{bmatrix},\ x_۰ = \begin{bmatrix} ۱ \\ ۱ \\ ۱ \end{bmatrix}$$

Find an approximate solution of Ax=b using three steps of the Conjugate Gradient method. What can you say about the convergence of the Conjugate Gradient method?

3. For the following system of linear algebraic equations using the Gauss-Jordan method, prove that system has no solution.

$$\begin{cases} ۲x_۱ + x_۲ = ۱ \\ x_۱ - x_۲ = ۲ \\ x_۱ + ۲x_۲ = ۱ \end{cases}$$

4. For which rational numbers a does the following system (i) no solutions, (ii) exactly one solution, (iii) infinitely many solutions? Use the Gauss-Jordan method.

$$\begin{cases} x_۱ + ۲x_۲ - ۳x_۳ = ۴ \\ ۳x_۱ - x_۲ + ۵x_۳ = ۲ \\ ۴x_۱ + x_۲ + (a^۲ - ۱۴)x_۳ = a + ۲ \end{cases}$$

5. For the matrix $\begin{bmatrix} ۱ & ۷ & ۱ \\ ۹ & -۱ & ۲ \\ ۳ & ۵ & ۱ \end{bmatrix}$, compute

(i) LU factorization using Doolittle method & Crout method
(ii) determinant using LU factorization
(iii) inverse using the LU factorization & the Gauss-Jordan method
(iv) 1-norm & condition number.
(v) the eigenvalue and associated eigenvectors using Gauss-Jordan method.
(vi) the largest absolute of the eigenvalue and associated eigenvector using Power method.
(vii) the characteristic polynomial using Jordan method.
(viii) the characteristic polynomial using Interpolation method.

6. Write a C program for determination of the eigenvalues using the LU factorization (crout method) and use following Example :

$$\begin{bmatrix} ۱ & -۲ & -۱ \\ ۲ & ۰ & ۳ \\ ۱ & ۵ & ۰ \end{bmatrix}$$