

### فقط به ۶ سوال پاسخ دهید.

۱- فقط با استفاده از روش حذفی گوس- جردن، بر حسب  $k$ ، در وجود داشتن جواب دستگاه معادلات مقابل بحث کنید و در صورت وجود، جواب آن را بدست آورید.

$$\begin{cases} 3x - 2y + 4z = 12 \\ -9x + 6y - 12z = k \end{cases}$$

۳- قضیه‌های Gershgorin و schur را برای هر یک از ماتریسهای  $C, B$  بکار ببرید و تعداد و محدوده مقادیر ویژه را تعیین کنید. در صورت امکان قضیه collatz را برای هر یک از ماتریسها بکار ببرید.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{2} & \frac{1}{3} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{3} & \frac{1}{4} \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{4} & \frac{1}{5} \end{bmatrix}$$

۲- ماتریس ضرایب یک دستگاه (A) بصورت مقابل است: آیا این دستگاه بدوضع بوده است؟ چرا؟  
یک دلیل کافی است.

$$B = \begin{bmatrix} 0 & 0/\delta i & -i \\ 1-i & 1+i & 0 \\ 0/i & 1 & -i \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 4 & 6 \\ 3 & 6 & 1 \end{bmatrix}, D = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

۴- مقادیر ویژه ماتریس  $D$  برابر است با:  $1, \pm i$   
فقط با استفاده از روش حذفی گوس- جردن بردار ویژه نظیر هر مقدار ویژه را بدست آورید.

۶- کدامیک از نقاط ذیل برای حل دستگاه زیر

با استفاده از روش تکرار مناسبتر است؟ چرا؟

سپس با استفاده از این نقطه، جواب دستگاه را با

دقت ۲ رقم اعشار تعیین کنید.

$$\begin{cases} x = e^y \\ y = -e^{-x} \end{cases}, \begin{cases} x = 1 \\ y = 0 \end{cases}, \begin{cases} x = 0/\delta \\ y = -0/\delta \end{cases}, \begin{cases} x = 0 \\ y = -1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x - e^y = 0 \\ e^{-x} + y = 0 \end{cases}$$

۸- بهترین برازش حداقل مربعات داده‌های جدول ذیل را برای

$$y = \sqrt{ax + b}$$

شروع  $a = b = 1$  تعیین کنید. یک مرحله کافی است.

x	0	1	2
y	1	3	4

۱۰- می‌خواهیم یک استوانه حلبی با کف و

سقف، و حجم ۱۰۰ سانتی متر مکعب بسازیم.

ابعاد لازم برای حداقل حلبی مصرف شده را با

استفاده از روش لاگرانژ تعیین کنید.

موفق باشید

۵- جواب دستگاه زیر را با استفاده از روش

نیوتن- رافسون و با دقت ۲ رقم اعشار و با نقطه

شروع  $x = 1, y = 0$  بدست آورید.

۷- داده‌های جدول ذیل را برای  $y = ax + be^x$

برازش حداقل مربعات نموده و مجموع مربعات

خطا را تعیین کنید.

x	0	1	2
y	2	1	0

۹- ابتدا دوگان مسئله ذیل را نوشته و سپس آن را حل

کنید.

می‌نیم کردن عبارت  $Z = 3x_1 + x_2 + 2x_3$  را نسبت

به شرایط ذیل و  $x_j \geq 0, \forall j$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 - 2x_3 \geq 1 \\ x_1 - 2x_2 + x_3 \geq -1 \end{cases}$$

روش نیوتن-رافسون در حل دستگاه:

$$\begin{cases} f(x, y) = 0 \\ g(x, y) = 0 \end{cases}, \begin{cases} h_n \frac{\partial f(x_n, y_n)}{\partial x} + k_n \frac{\partial f(x_n, y_n)}{\partial y} = -f(x_n, y_n) \\ h_n \frac{\partial g(x_n, y_n)}{\partial x} + k_n \frac{\partial g(x_n, y_n)}{\partial y} = -g(x_n, y_n) \end{cases}, x_{n+1} = x_n + h_n, y_{n+1} = y_n + k_n$$

روش تکرار ساده در حل دستگاه و شرایط همگرایی آن:

$$\begin{cases} x = f_1(x, y) \\ y = g_1(x, y) \end{cases}, \left| \frac{\partial f_1(x, y)}{\partial x} \right| + \left| \frac{\partial f_1(x, y)}{\partial y} \right| < 1, \left| \frac{\partial g_1(x, y)}{\partial x} \right| + \left| \frac{\partial g_1(x, y)}{\partial y} \right| < 1$$

برخی از روابط روش گوس-نیوتن در برازش غیر خطی:

$$y = f(x, c_1, c_2, \dots, c_m), F = J \begin{pmatrix} f_1, \dots, f_n \\ c_1, \dots, c_m \end{pmatrix}, y = \begin{bmatrix} y_1 - f(x_1, c_1, c_2, \dots, c_m) \\ y_2 - f(x_2, c_1, c_2, \dots, c_m) \\ \vdots \\ y_n - f(x_n, c_1, c_2, \dots, c_m) \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} \Delta c_1 \\ \Delta c_2 \\ \vdots \\ \Delta c_m \end{bmatrix}$$

حجم و سطح یک استوانه:  $V = \pi R^2 h, S = 2\pi R h$