۱-

$$H(s)=e^{-۵st},\ x(t)=۹\sin(۹t+۴۵^\circ)$$
$$\rightarrow y(t)=|H(\omega_۱)|\,۹\sin(۹t+۴۵^\circ+\angle H(\omega_۱))$$
$$\omega_۱=۹\rightarrow s=j\omega_۱$$
$$e^{-۴۵jt}=\cos ۴۵t-j\sin(۴۵t)$$
$$|H(۹j)|=|e^{-۴۵jt}|=۱$$
$$\angle H(۹j)=-۴۵^\circ$$
$$y(t)=۱\sin(۹t+۴۵^\circ-۴۵^\circ)=۹\sin(۹t)$$

۲-

هر ریشه در صفحه z معادل بینهایت ریشه در صفحه s است.

$$z=e^{sT}\rightarrow H_d(z)=\frac{-۵}{z-۲}+\frac{۷}{z-۳}$$

<u>طبق صفحه ۶ جزوه فصل ۹ داریم :</u>

$$s=\sigma+j\omega\rightarrow z=e^{\sigma T}e^{jT\omega}\rightarrow z=۳=۳e^{j۰}\rightarrow\begin{cases}e^{\sigma T}=۳\rightarrow\sigma=۰.۵\ln ۳\\ T\omega=۰\rightarrow\omega=۰\end{cases}$$
$$s=۰.۵\ln ۳+j(۰+\frac{۲\pi k_۱}{۲})$$
$$s=\sigma+j\omega\rightarrow z=e^{\sigma T}e^{jT\omega}\rightarrow z=۲=۲e^{j۰}\rightarrow\begin{cases}e^{\sigma T}=۲\rightarrow\sigma=۰.۵\ln ۲\\ T\omega=۰\rightarrow\omega=۰\end{cases}$$
$$s=۰.۵\ln ۲+j(۰+\frac{۲\pi k_۲}{۲})$$
$$H(s)=\frac{-۵}{s-(۰.۵\ln ۳+j(\pi k_۱))}+\frac{۷}{s-(۰.۵\ln ۲+j(\pi k_۲))}$$

به ازای تمامی مقادیر صحیح $k_۱,k_۲$ میتوان بیشمار تابع تبدیل در حوزه لاپلاس معرفی نمود.

۳-

$$sY(s)-y(0^+)+2Y(s)=\frac{1}{s+1}\to Y_c(s)=\frac{1}{s+1}$$
$$s=\frac{2}{2}\frac{z-1}{z+1}=\frac{z-1}{z+1}\to Y_d(z)=\frac{1}{\frac{z-1}{z+1}+1}=\frac{z+1}{2z}$$

۴-با توجه به سیگنال $x(n)=\sin(\frac{3n\pi}{8}-\frac{\pi}{4})+\cos(\frac{\pi n}{2})$ فرکانس های موجود در ورودی $\frac{\pi}{2},\frac{3\pi}{8}$ هستند.مشخصه فرکانسی داده شده فقط فرکانس $\frac{3\pi}{8}$ را عبور میدهد و بقیه را حذف می نماید پس :

$y(n)=5\sin(\frac{3n\pi}{8}-\frac{\pi}{4})$ خروجی مساله است.

۵-الف-پس فیلتر تمام گذر است.

$$H(\Omega)=\frac{e^{2j\Omega}-e^{3j\Omega}}{1-e^{-j\Omega}}=\frac{e^{3j\Omega}(e^{-j\Omega}-1)}{1-e^{-j\Omega}}=-e^{3j\Omega}$$
$$\to|H(\Omega)|=|-e^{3j\Omega}|=1$$
$$\measuredangle H(\Omega)=3\Omega+\pi\cup3\Omega-\pi$$

ب-

$$|H(\frac{5\pi}{2})|=1$$
$$\measuredangle H(\frac{5\pi}{2})=\frac{15\pi}{2}+\pi=\frac{17\pi}{2}$$
$$y(n)=1\cos(\frac{5\pi}{2}n+8.5\pi)$$

۶-

$$z(t)=x(t)+\sin(\omega_c t)\to w(t)=x^2(t)+\sin^2(\omega_c t)+2x(t)\sin(\omega_c t)$$
$$\to w(t)=x^2(t)+(\frac{1-\cos(2\omega_c t)}{2})+2x(t)\cos(\omega_c t-\frac{\pi}{2})$$
$$\to w(t)=x^2(t)+\frac{1}{2}-\cos(2\omega_c t)+2x(t)\cos(\omega_c t-\frac{\pi}{2})$$

$x^2(t)$ دارای طیف فرکانسی با بالاترین مولفه ۲کیلو هرتز است.

۰.۵ مولفه دیسی سیگنال است.

$-\cos(2\omega_c t)$ دارای طیف فرکانسی فقط در فرکانس ۲۰ کیلو هرتز است.

$2x(t)\cos(\omega_c t-\frac{\pi}{2})$ دارای طیف فرکانسی با بیشترین و کمترین مولفه فرکانسی ۱۱ کیلو هرتز و ۱۰کیلوهرتز است. چون سیگنال ورودی حقیقی و زوج است پس مولفه در ۱ و ۱- دارد.

چون در صورت سوال ذکر شده خروجی سیستم فقط فرکانسش ۲۰ کیلوهرتز است پس فقط عبارت $-\cos(2\omega_c t)$ را باید عبور دهد **پس فیلتر بالاگذر است و از فرکانس ۱۱ به بالا را عبور میدهد .**

-۷

$$H(z)=\frac{Y(z)}{X(z)}=\frac{4z^{-2}-z^{-1}-1.5}{\frac{-3}{8}z^{-2}+\frac{1}{4}z^{-1}+1}=\frac{\frac{-3}{2}z^{2}-z+4}{z^{2}+\frac{1}{4}z-\frac{3}{8}}$$

$$\frac{-3}{2}z^{2}-z+4=0\rightarrow z=\frac{1\pm\sqrt{1+24}}{-3}=\frac{1\pm5}{-3}\rightarrow -2,\frac{4}{3}\rightarrow \text{zeros}$$

$$z^{2}+\frac{1}{4}z-\frac{3}{8}=0\rightarrow z=\frac{\frac{-1}{4}\pm\sqrt{\frac{1}{16}+1.5}}{2}=\frac{-1\pm5}{8}:0.5,-0.75\rightarrow \text{poles}$$

از آنجایی که اندازه صفر ها و قطب ها عکس یکدیگرند پس فیلتر تمام گذر است.

-۸

باید قطب ها و صفر ها اندازه شان **عکس و قرینه یکدیگر** باشد تا فیلتر تمام گذر شود.

$$H(z)=\frac{b+z^{-1}}{1-az^{-1}}$$

$$|H(e^{j\omega})|=1\rightarrow|b+e^{-j\omega}|=|1-ae^{-j\omega}|$$

$$\rightarrow a^{-1}=-b^{-1}\rightarrow a=-b$$