

1.

الف) خطی نیست (NL)

$$\begin{aligned} x_1 &\rightarrow y_1 \\ x_2 &\rightarrow y_2 \\ ax_1 + bx_2 &\rightarrow ay_1 + by_2 \\ \frac{\cos(ax_1(t) + bx_2(t))}{ax_1(-3) + bx_2(-3)} &\neq \frac{a \cos(x_1(t))}{x_1(-3)} + \frac{b \cos(x_2(t))}{x_2(-3)}; (NL) \end{aligned}$$

متغیر با زمان (T)

$$\begin{aligned} x_2(t) = x_1(t - t_0) &\rightarrow x_2(-3) = x_1(-3 - t_0) \\ y_2 = \frac{\cos(x_2(t))}{x_2(-3)} &= \frac{\cos(x_1(t - t_0))}{x_1(-3 - t_0)} \neq y_1(t - t_0) = \frac{\cos(x_1(t - t_0))}{x_1(-3)}; (T) \end{aligned}$$

سیستم حافظه دار است چون باید مقدار در زمان (-3) در جایی ذخیره شده باشد
سیستم علی نیست چون در زمان های کمتر از (-3) باید مقدار در آینده را داشته باشیم
سیستم معکوس پذیر نیست به دلیل محدود شدن دامنه برای مثل ۲ تابع $x = 2\pi$ را امتحان کنید

ب) این سیستم خطی نیست چون (a) ممکن است حقیقی باشد

$$Im(ax(t)) \neq aIm(x(t))$$

سیستم متغیر با زمان است (T)

$$x_2(t) = x_1(t - t_0) \rightarrow x_2(\tau) = x_1(\tau - t_0)$$

$$\begin{aligned} y_2 &= \int_{-\infty}^{4t} Im(x_2(\tau)) d\tau = \int_{-\infty}^{4t} Im(x_1(\tau - t_0)) d\tau = \int_{-\infty}^{4t - t_0} Im(x_1(\tau_2)) d\tau_2 \\ \neq y_1(t - t_0) &= \int_{-\infty}^{4(t - t_0)} Im(x_1(\tau)) d\tau; (T) \end{aligned}$$

سیستم حافظه دار است چون به مقادیری از گذشته نیاز داریم (انتگرال از منفی بینهایت هست)
سیستم علی نیست زیرا به مقادیر آینده بستگی دارد (t)

سیستم معکوس پذیر نیست به دلیل محدود شدن دامنه برای مثل ۲ تابع $x = (4j - 2)t$ را امتحان کنید

2.

الف) سیستم علی نیست چون برای مقادیر $n > 0$ پاسخ به ضربه ۰ نیست

سیستم پایدار است

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} |e^{an} u[-n+1]| = \sum_{n=-\infty}^1 e^{an} = \frac{e^{a(-1)}}{e^{-a}-1} < \infty; (S)$$

ب) پاسخ به ضربه به فرم $A\delta(t)$ نیست پس حافظه دار است
معکوس پذیر است

$$h(t) = u(t-4) = u(t) * \delta(t-4)$$

$$h(t) * g(t) = \delta(t)$$

$$u(t) * \delta(t-4) * g(t) = \delta(t)$$

$$g(t) = \delta(t+4) * u_1(t) = \delta(t+4) * \frac{d}{dt} \delta(t) = \frac{d}{dt} \delta(t+4)$$

3.

$$z(n) = 2x(n) - x(n-1)$$

$$\text{system} \rightarrow LTI \rightarrow y_2(n) = 2y_1(n) - y_1(n-1)$$