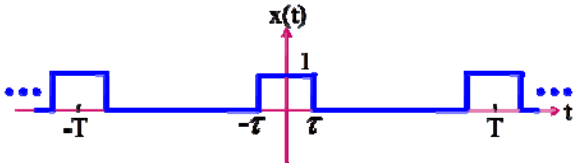
پدیده Gibbs

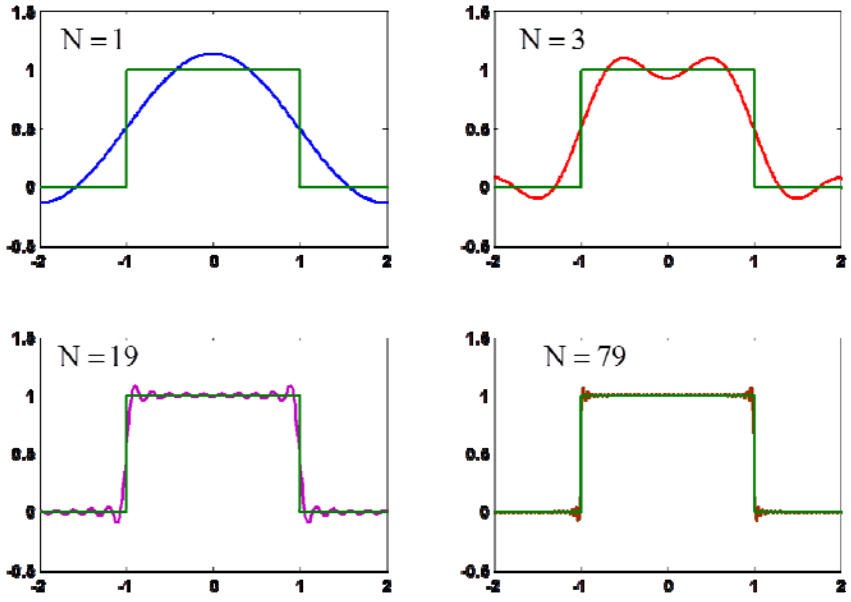
ابتدا یک فیزیکدان آمریکایی بنام Michelson در سال ۱۸۹۸ یک سیگنال متناوب را بر حسب سری فوریه آن نمایش داد (هارمونیک آنالیزر) و گزارش خود را به فیزیکدان ریاضیدان Gibbs ارائه نمود و او پس از بررسی کامل ، آن را در ۱۸۹۹ منتشر نمود.

در این پدیده ، نمایش یک سیگنال با بسط فوریه آن با تعداد جمله های محدود بررسی شده است.

$$x_N(t) = \sum_{n=-N}^{N} C_n e^{jn\omega_0 t}$$

مثال : $T = 4 , \tau = 1$ $\qquad C_n = \dfrac{\sin(n\omega_0\tau)}{n\pi}$





چند نکته مهم :

- با افزایش N ، تعداد نوسانات که معرف فرکانسهای بالا (شیب زیاد در حوزه زمان) است ، افزایش یافته و به سمت محل ناپیوستگی میل می کند.
- مقدار در محل نا پیوستگی طبق شرایط دیریکله برابر متوسط حد سمت چپ و راست است.

- دامنه نوسانات با افزایش N ، تقریبا ثابت است و ماکزیمم آن به سمت محل ناپیوستگی میل می کند. میزان فراجهش ۹٪ است.
  - انرژی خطای نمایش یک سیگنال با بسط فوریه آن با N جمله می نیمم می شود و با بینهایت جمله به سمت صفر می رود.

در ذیل برنامه لازم برای رسم نمودار فوق آمده است :

```
clear
N=1;
n=-N:N;
C=sin(pi/2*n)./n/pi;
C(1,N+1)=0.5;
t=(-2:0.01:2);
for i=1:2*N+1,
   a(i,:)=C(1,i)*exp((i-N-1)*sqrt(-1)*pi/2.*t);
end
x=sum(a);
t1=-2:0.01:-1;
t2=-1:0.01:1;
t3=1:0.01:2;
y1=zeros(size(t1));
y2=ones(size(t2));
t4=[t1 t2 t3];
y3=[y1 y2 y1];
subplot(221)
plot(t,x,t4,y3)
N=3;
n=-N:N;
C=sin(pi/2*n)./n/pi;
C(1,N+1)=0.5;
t=(-2:0.01:2);
for i=1:2*N+1,
   a(i,:)=C(1,i)*exp((i-N-1)*sqrt(-1)*pi/2.*t);
```

```
end
x=sum(a);
t1=-2:0.01:-1;
t2=-1:0.01:1;
t3=1:0.01:2;
y1=zeros(size(t1));
y2=ones(size(t2));
t4=[t1 t2 t3];
y3=[y1 y2 y1];
subplot(222)
plot(t,x,t4,y3)
N=19;
n=-N:N;
C=sin(pi/2*n)./n/pi;
C(1,N+1)=0.5;
t=(-2:0.01:2);
for i=1:2*N+1,
   a(i,:)=C(1,i)*exp((i-N-1)*sqrt(-1)*pi/2.*t);
end
x=sum(a);
t1=-2:0.01:-1;
t2=-1:0.01:1;
t3=1:0.01:2;
y1=zeros(size(t1));
y2=ones(size(t2));
t4=[t1 t2 t3];
y3=[y1 y2 y1];
subplot(223)
plot(t,x,t4,y3)
N=79;
n=-N:N;
C=sin(pi/2*n)./n/pi;
C(1,N+1)=0.5;
t=(-2:0.01:2);
for i=1:2*N+1,
   a(i,:)=C(1,i)*exp((i-N-1)*sqrt(-1)*pi/2.*t);
end
x=sum(a);
t1=-2:0.01:-1;
t2=-1:0.01:1;
t3=1:0.01:2;
y1=zeros(size(t1));
y2=ones(size(t2));
t4=[t1 t2 t3];
y3=[y1 y2 y1]; subplot(224); plot(t,x,t4,y3)
```