تبدیل لاپلاس

مثال ۱ : $x(t)=e^{-2t}u(t)+e^{-3t}u(t)$

$$X(s)=\frac{1}{s+2}+\frac{1}{s+3}$$

با توجه به ناحیه همگرایی برای هر بخش، $Re(s)>-3, Re(s)>-2$ می توان نتیجه گرفت:

$$X(s)=\frac{2s+5}{(s+2)(s+3)} \quad R.O.C.: Re(s)>-2$$

مثال ۲ : $x(t)=\delta(t)+u(t)+e^{3t}u(t)$

$$X(s)=1+\frac{1}{s}+\frac{1}{s-3}$$

با توجه به ناحیه همگرایی برای هر بخش، $\forall s, Re(s)>0, Re(s)>3$ می توان نتیجه گرفت:

$$X(s)=\frac{s^2-s-3}{s(s-3)} \quad R.O.C. \; : \; Re(s)>3$$

ناحیه همگرایی شامل محور موهومی نیست. لذا تابع فوق تبدیل فوریه ندارد.

مثال ۳ : حل معادله دیفرانسیل $y''+4y'+3y=2x$ با شرایط اولیه $y(0^+)=1 \quad y'(0^+)=-2$

چون شرایط اولیه داریم پس لاپلاس یک طرفه استفاده می شود.

$$y' \to sY(s)-y(0^+) \qquad y'' \to sL(y')-y'(0^+)$$

$$s^2Y(s)-sy(0^+)-y'(0^+)+4sY(s)-4y(0^+)+3Y(s)=2X(s)$$

$$Y(s)=\frac{s^2+2s+2}{s(s^2+4s+3)}=\frac{A}{s}+\frac{B}{s+1}+\frac{C}{s+3}$$

$$A=\lim_{s\to 0} sY(s)=\frac{2}{3} \qquad B=\lim_{s\to -1}(s+1)Y(s)=\frac{-1}{2}$$

$$C=\lim_{s\to -3}(s+3)Y(s)=\frac{5}{6}$$

$$y(t)=\left(\frac{2}{3}-\frac{1}{2}e^{-t}+\frac{5}{6}e^{-3t}\right)u(t)$$