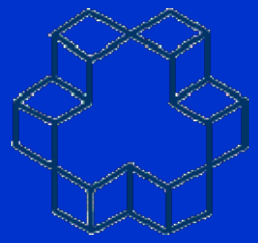
دانشگاه صنعتی خواجه نصیر الدین طوسی
دانشکده مهندسی و علم مواد



شبیه سازی در مهندسی مواد

جلسه پنجم

(طراحی آزمایش با روش تاگوچی)

دکتر رضا اسلامی فارسانی

تاریخچه

روش تاگوچی از سال ۱۹۸۰ به عنوان یک روش کنترل کیفیت به منظور بهینه سازی فرآیند آزمایش های مهندسی بکار گرفته شد. این روش قوانینی را ارائه نمود که طراحی آزمایشات را ساده تر کرد و به آن شکل استانداردی بخشید. ابزار کلیدی روش تاگوچی برای طراحی پارامتر، آزمایش های طراحی شده توسط روش های آماری است. این آزمایش ها توسط مجموعه ای از آرایه های متعامد، طرح ریزی و به صورت موازی انجام می شوند.

در روش تاگوچی نتایج آزمایش ها برای دستیابی به اهداف ذیل تجزیه و تحلیل می شوند:

۱- تعیین شرایط عملیاتی بهینه

۲- بررسی میزان تأثیر هر یک از عوامل بر روی پاسخ

۳- تخمین پاسخ تحت شرایط بهینه

- طرح تاگوچی از نوع طرح های غربالی است.

- در طرح های تاگوچی، تمام ستون های طرح به صورت عمودی و افقی متعادل هستند (یعنی جمع مقادیر هر ستون صفر است. همچنین جمع حاصل ضرب های مقادیر هم ردیف هر دو ستون نیز صفر است).

- این خصوصیت تعادل، سبب متعامد شدن طرح شده و برآورد نمودن اثرات هر عامل را بطور مستقل امکان پذیر می سازد.

استفاده از آرایه های متعامد در طراحی آزمایش ها تعداد آزمایش های مورد نیاز برای بررسی را به میزان چشمگیری کاهش می دهد. به عنوان مثال چنانچه بررسی ۱۳ عامل روی یک مشخصه کیفی مد نظر باشد و هر عامل در ۳ سطح مورد آزمون قرار گیرد کل آزمایش های مورد نیاز 3^{13} (۱۵۹۴۳۲۳) می باشد. انجام این تعداد آزمایش با فرض ۳۰ دقیقه زمان برای هر آزمایش نیاز به ۹۱ سال کار مداوم و شبانه روزی دارد. این در حالیست که با بهره گیری از آرایه های متعامد روش تاگوچی این بررسی تنها توسط ۲۷ آزمایش قابل اجرا می باشد.

- ابزاری که روش تاگوچی برای تحلیل نتایج حاصل از آزمایش ها از آن استفاده می کند، روش تحلیل نسبت SN (Signal to Noise Ratio) می باشد. SN نسبت عوامل سیگنال یا عوامل ثابت عملیاتی (قابل کنترل) به عوامل اغتشاش (غیرقابل کنترل) می باشد.

- با بکار بستن این روش اطمینان بوجود می آید که اثر عوامل اغتشاشگر در مقایسه با اثر عوامل اصلی حداقل می باشد و این بدین معنی است که پاسخ نهایی کمترین حساسیت را نسبت به عوامل اغتشاشگر دارد.

پارامتر SN به صورت ذیل تعریف می شود:

$$SN = -10 \log MSD$$

MSD (Mean Squared Deviations) میانگین مربع انحرافات می باشد.

تعریف MSD تابع نوع کیفیت مطلوب است:

- در شرایط کوچکتر، مطلوبتر

$$MSD = \frac{\sum_{i=1}^{r} Y_i^2}{r}$$

- در شرایط بزرگتر، مطلوبتر

$$MSD = \frac{\sum_{i=1}^{r} \frac{1}{Y_i^2}}{r}$$

- در شرایط نزدیکتر، مطلوبتر

$$MSD = \frac{\sum_{i=1}^{r} (Y_i - M)^2}{r}$$

روش تاگوچی از ابزار قدرتمند دیگری به نام آنالیز واریانس (ANOVA) نیز برای تحلیل نتایج استفاده می کند.

نتایج تحلیل ANOVA معمولاً به صورت جدولی شامل مجموع مربعات هر عامل و خطا، درجه آزادی هر عامل و خطا، میانگین مربعات (واریانس) هر عامل و خطا، پارامتر معنی داری پاسخ برای هر عامل (F) و سهم هر عامل در پاسخ (P) ارائه می شود.

معمول ترین طرح های مورد استفاده تاگوچی

طرح	تعداد سطوح	تعداد عامل ها برای عاملی کامل	تعداد عامل ها برای حفظ تفکیک پذیری	تعداد عامل ها برای غربال کردن
L_4	۲	۲	۲	۳
L_8	۲	۳	۳	۷
L_9	۳	۲	–	۴
L_{12}	۲	–	–	۱۱
L_{16}	۲	۴	۵	۱۵
L_{18}	مخلوط	–	–	۸
L_{27}	۳	۳	–	۱۳

L به معنی طرح ها یا معبرها یا رویکردهای تاگوچی و اندیس آن نشان دهنده تعداد آزمایشات است.)

طرح L_4 برای عامل های دو سطحی

Run	1	2	3
1	-1	-1	-1
2	-1	+1	+1
3	+1	-1	+1
4	+1	+1	-1
Original factors and interactions used to generate the matrix	a	b	-ab

Strategy	# Factors	Which Columns?
Full Factorial	2	1,2
Screening	3	1,2,3

طرح L_8 برای عامل های دو سطحی

Run	1	2	3	4	5	6	7
1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1
2	-1	-1	-1	+1	+1	+1	+1
3	-1	+1	+1	-1	-1	+1	+1
4	-1	+1	+1	+1	+1	-1	-1
5	+1	-1	+1	-1	+1	-1	+1
6	+1	-1	+1	+1	-1	+1	-1
7	+1	+1	-1	-1	+1	+1	-1
8	+1	+1	-1	+1	-1	-1	+1
Original factors and interactions used to generate the matrix	a	b	-ab	c	-ac	-bc	abc

Strategy	# Factors	Which Columns?
Full Factorial	3	1,2,4
Screening	4-7	1,2,4,7,…

طرح L_9 برای عامل های سه سطحی

Run	1	2	3	4
1	-1	-1	-1	-1
2	-1	0	0	0
3	-1	+1	+1	+1
4	0	-1	0	+1
5	0	0	+1	-1
6	0	+1	-1	0
7	+1	-1	+1	0
8	+1	0	-1	+1
9	+1	+1	0	-1

Strategy	# Factors	Which Columns?
Full Factorial	2	1,2
Screening	3-4	1,2,3,,…

طرح L_{12} برای عامل های دو سطحی

Run	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1
2	-1	-1	-1	-1	-1	+1	+1	+1	+1	+1	+1
3	-1	-1	+1	+1	+1	-1	-1	-1	+1	+1	+1
4	-1	+1	-1	+1	+1	-1	+1	+1	-1	-1	+1
5	-1	+1	+1	-1	+1	+1	-1	+1	-1	+1	-1
6	-1	+1	+1	+1	-1	+1	+1	-1	+1	-1	-1
7	+1	-1	+1	+1	-1	-1	+1	+1	-1	+1	-1
8	+1	-1	+1	-1	+1	+1	+1	-1	-1	-1	+1
9	+1	-1	-1	+1	+1	+1	-1	+1	+1	-1	-1
10	+1	+1	+1	-1	-1	-1	-1	+1	+1	-1	+1
11	+1	+1	-1	+1	-1	+1	-1	-1	-1	+1	+1
12	+1	+1	-1	-1	+1	-1	+1	-1	+1	+1	-1
Strategy	# Factors					Which Columns?					
Screening	6-11					any					

طرح L_{16} برای عامل های دو سطحی

Run	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
1	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
2	-	-	-	-	-	-	-	+	+	+	+	+	+	+	+
3	-	-	-	+	+	+	+	-	-	-	-	+	+	+	+
4	-	-	-	+	+	+	+	+	+	+	+	-	-	-	-
5	-	+	+	-	-	+	+	-	-	+	+	-	-	+	+
6	-	+	+	-	-	+	+	+	+	-	-	+	+	-	-
7	-	+	+	+	+	-	-	-	-	+	+	+	+	-	-
8	-	+	+	+	+	-	-	+	+	-	-	-	-	+	+
9	+	-	+	-	+	-	+	-	+	-	+	-	+	-	+
10	+	-	+	-	+	-	+	+	-	+	-	+	-	+	-
11	+	-	+	+	-	+	-	-	+	-	+	+	-	+	-
12	+	-	+	+	-	+	-	+	-	+	-	-	+	-	+
13	+	+	-	-	+	+	-	-	+	+	-	-	+	+	-
14	+	+	-	-	+	+	-	+	-	-	+	+	-	-	+
15	+	+	-	+	-	-	+	-	+	+	-	+	-	-	+
16	+	+	-	+	-	-	+	+	-	-	+	-	+	+	-

Strategy	# Factors	Which Columns?
Full Factorial	4	1,2,4,8
Screening	6-15	1,2,4,8,14,7,11,13,15,12,10,…

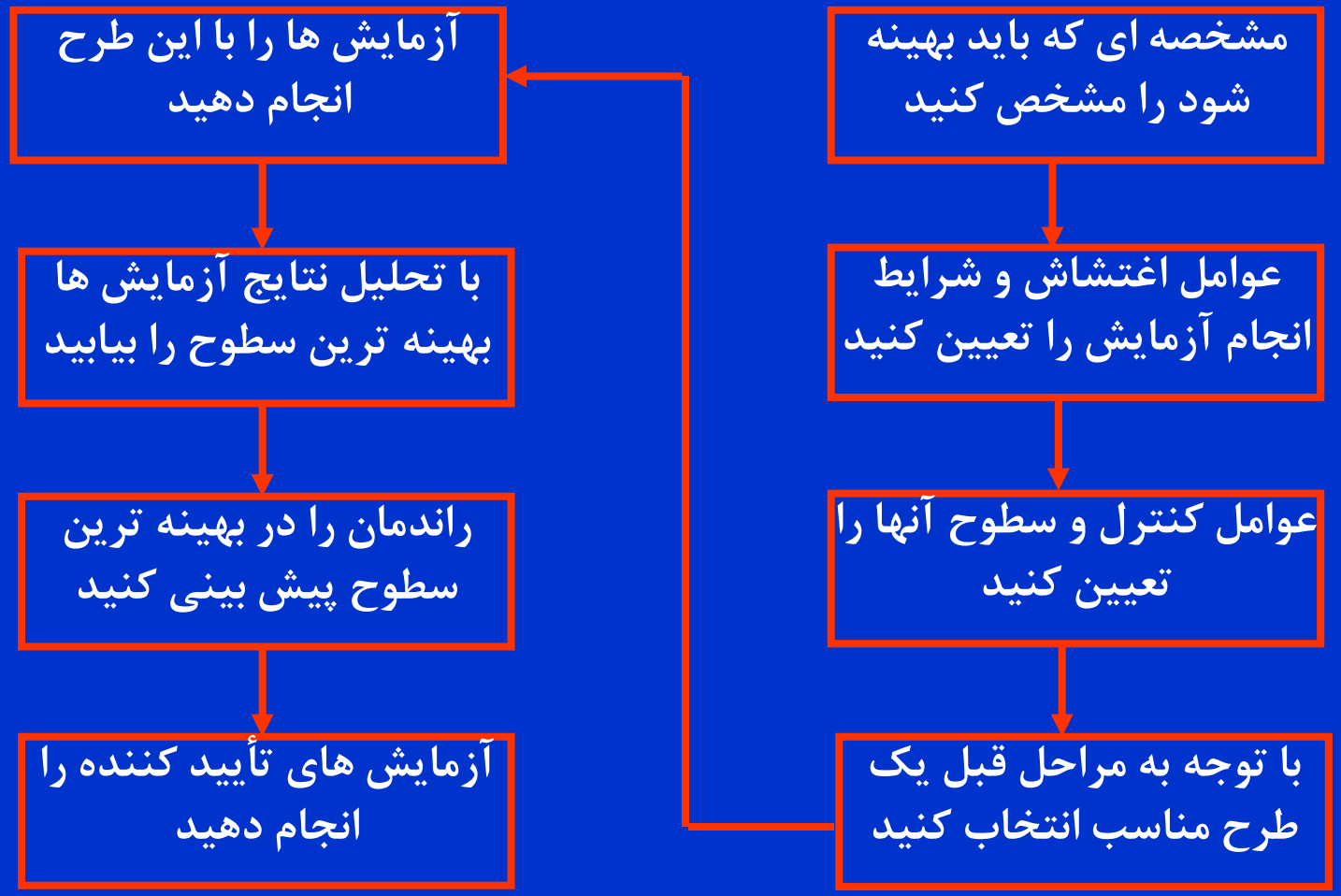
طرح L_{16} برای ۵ عامل ۴ سطحی

Run	1	2	3	4	5
1	1	1	1	1	1
2	1	2	2	2	2
3	1	3	3	3	3
4	1	4	4	4	4
5	2	1	2	3	4
6	2	2	1	4	3
7	2	3	4	1	2
8	2	4	3	2	1
9	3	1	3	4	2
10	3	2	4	3	1
11	3	3	1	2	4
12	3	4	2	1	3
13	4	1	4	2	3
14	4	2	3	1	4
15	4	3	2	4	1
16	4	4	1	3	2

طرح L_{18} برای یک عامل دو سطحی و هفت عامل سه سطحی

Run	1	2	3	4	5	6	7	8
1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1
2	-1	-1	0	0	0	0	0	0
3	-1	-1	+1	+1	+1	+1	+1	+1
4	-1	0	-1	-1	0	0	+1	+1
5	-1	0	0	0	+1	+1	-1	-1
6	-1	0	+1	+1	-1	-1	0	0
7	-1	+1	-1	0	-1	+1	0	+1
8	-1	+1	0	+1	0	-1	+1	-1
9	-1	+1	+1	-1	+1	0	-1	0
10	+1	-1	-1	+1	+1	0	0	-1
11	+1	-1	0	-1	-1	+1	+1	0
12	+1	-1	+1	0	0	-1	-1	+1
13	+1	0	-1	0	+1	-1	+1	0
14	+1	0	0	+1	-1	0	-1	+1
15	+1	0	+1	-1	0	+1	0	-1
16	+1	+1	-1	+1	0	+1	-1	0
17	+1	+1	0	-1	+1	-1	0	+1
18	+1	+1	+1	0	-1	0	+1	-1

مراحل روش تاگوچی در طراحی آزمایش ها



مراحل ذکر شده به سه مرحله کلی ذیل تقسیم بندی می شوند:

۱- انتخاب یک طرح مناسب برای انجام آزمایشات با توجه به تعداد عوامل و سطوح آنها

۲- انجام آزمایشات با توجه به آرایه متعامد انتخاب شده در مرحله اول

۳- تجزیه و تحلیل نتایج

آنالیز واریانس

ANOVA ابزار قدرتمندی جهت تشخیص معنی دار بودن اثرات است و به طور گسترده در تحلیل های آماری به کار گرفته می شود. در تجزیه و تحلیل نتایج بدست آمده از آزمایش ها نکته مهم این است که مشخص شود آیا تغییرات مشاهده شده در پاسخ ناشی از تغییر سطوح پارامترهای مورد نظر است یا این تغییرات صرفاً به خطاهای تصادفی اندازه گیری ها مربوط می شوند.

مراحل آنالیز واریانس

۱- محاسبه مجموع و متوسط حسابی هر آزمایش

۲- محاسبه متوسط مشاهدات در هر یک از سطوح عوامل:

$$\overline{A}_i = \frac{A_i}{n_{Ai}}$$

$\overline{A}_i$: متوسط مشاهدات در سطح **i** عامل **A**

A_i : مجموع مشاهدات در سطح **i** عامل **A** و

n_{Ai}: تعداد مشاهدات در سطح **i** عامل **A** می باشد.

۳- محاسبه متوسط کل مشاهدات:

$$\overline{T} = \frac{T}{N}$$

$\overline{T}$: متوسط کل مشاهدات

T: مجموع کل مشاهدات و

N: تعداد کل مشاهدات می باشد.

۴- مجموع مربعات کل (SS_T):

$$SS_T = \sum_{i=1}^{N} (Y_i^2) - \frac{T^2}{N}$$

۵- محاسبه مجموع مربعات هر یک از پارامترها:

$$SS_A = \sum_{i=1}^{K_A} \left(\frac{A_i^2}{n_{Ai}}\right) - \frac{T^2}{N}$$

SS_A : مجموع مربعات پارامتر A و

K_A : تعداد سطوح پارامتر A می باشد.

۶- محاسبه مجموع مربعات خطا:

$$SS_e = SS_T - (SS_A + SS_B + \ldots)$$

SS_e: مجموع مربعات خطا می باشد.

۷- محاسبه درجه آزادی کل و درجات آزادی کلیه پارامترها:

$$v_T = N - 1$$

$$v_A = K_A - 1$$

$$v_e = v_T - (v_A + v_B + ...)$$

v_T: درجه آزادی کل

v_A: درجه آزادی عامل A و

v_e: درجه آزادی خطا می باشد.

۸- محاسبه مقدار واریانس برای کلیه پارامترها (از جمله خطا):

$V_A = \frac{SS_A}{v_A}$ $\qquad$ $V_e = \frac{SS_e}{v_e}$

V_A: واریانس عامل A و

V_e: واریانس خطا می باشد.

۹- محاسبه کمیت آماری F برای کلیه پارامترها:

$$F_A = \frac{V_A}{V_e}$$

این کمیت مشخص می کند که آیا واریانس محاسبه شده برای یک پارامتر در مقایسه با واریانس مربوط به خطا از نظر آماری معنی دار است یا خیر.

۱۰- محاسبه مجموع مربعات اصلاح شده برای هر یک از پارامترها:

$$SS'_A = SS_A - v_A V_e$$

$$SS'_e = SS_e + (v_A + v_B + ...) \times V_e$$

با توجه به روابط فوق :

$$SS'_T = SS_T$$

SS'_T: مجموع مربعات اصلاح شده کل می باشد.

۱۱- محاسبه درصد سهم هر پارامتر (P):

$$P_A = \frac{SS'_A}{SS_T} \times 100$$

مثال: جداسازی یون روی از پساب با استفاده از فرآیند الکترودیالیز

عوامل مورد بررسی: اختلاف پتانسیل، دما، دبی و غلظت خوراک

متغیر پاسخ: درصد جداسازی

طرح آزمایشی: تاگوچی

هدف: ماکزیمم کردن درصد جداسازی

سطوح عوامل:

دما: ۲۵، ۴۰ و ۶۰ °C

غلظت خوراک: ۱۰۰، ۵۰۰ و ۱۰۰۰ ppm

دبی: ۰/۷۰، ۷/۰ و ۲/۱ mL/s

اختلاف پتانسیل: ۱۰، ۲۰ و ۳۰ V

عوامل اغتشاش: دمای اتاق، تغییرات pH در سل الکترودیالیز، وقوع الکترولیز در الکترودها، پلاریزاسیون غلظتی، ته نشینی رسوب بر روی غشاها و نوسانات ولتاژ

طرح L_9 (چهار عامل هر کدام با سه سطح پایین، متوسط و بالا)

اجرا	عوامل			
	A	B	C	D
۱	۱	۱	۱	۱
۲	۱	۲	۲	۲
۳	۱	۳	۳	۳
۴	۲	۱	۲	۳
۵	۲	۲	۳	۱
۶	۲	۳	۱	۲
۷	۳	۱	۳	۲
۸	۳	۲	۱	۳
۹	۳	۳	۲	۱

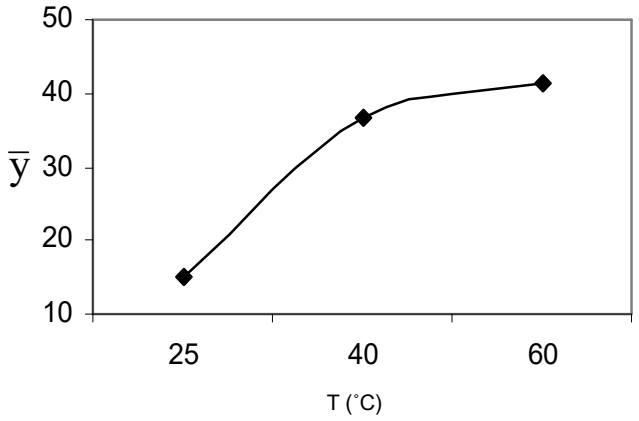
مقادیر میانگین پاسخ ($\bar{y}$) و SN مربوط به هر آزمایش

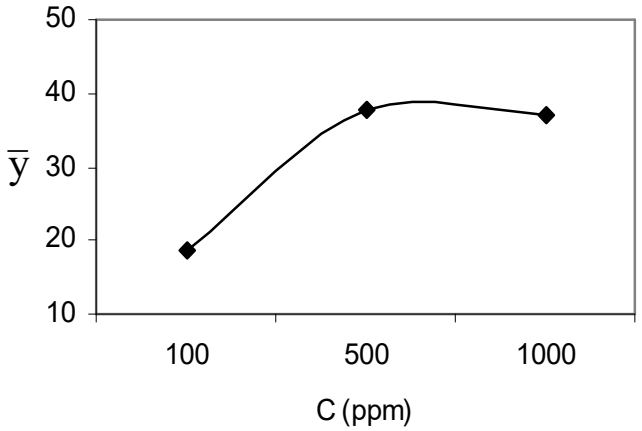
اجرا	عوامل قابل کنترل				پاسخ		$\bar{y}$	SN
	دما (°C)	غلظت (ppm)	دبی (mL/s)	ولتاژ (V)	۱	۲		
۱	۲۵	۱۰۰	۰۷/۰	۱۰	۹۶/۲۵	۰۰/۲۷	۴۸/۲۶	۴۵/۲۸
۲	۲۵	۵۰۰	۷/۰	۲۰	۸۱/۷	۲۹/۸	۰۵/۸	۱۱/۱۸
۳	۲۵	۱۰۰۰	۲/۱	۳۰	۵۸/۱۰	۵۱/۱۱	۰۵/۱۱	۸۴/۲۰
۴	۴۰	۱۰۰	۷/۰	۳۰	۵۹/۱۷	۷۳/۲۰	۱۶/۱۹	۵۶/۲۵
۵	۴۰	۵۰۰	۲/۱	۱۰	۳۰/۷	۸۱/۷	۵۶/۷	۵۵/۱۷
۶	۴۰	۱۰۰۰	۰۷/۰	۲۰	۲۵/۸۳	۰۹/۸۴	۶۷/۸۳	۴۵/۳۸
۷	۶۰	۱۰۰	۲/۱	۲۰	۳۲/۱۱	۲۷/۱۰	۸۰/۱۰	۶۴/۲۰
۸	۶۰	۵۰۰	۰۷/۰	۳۰	۵۶/۹۷	۷۷/۹۷	۶۷/۹۷	۸۰/۳۹
۹	۶۰	۱۰۰۰	۷/۰	۱۰	۱۳/۱۵	۵۶/۱۶	۸۵/۱۵	۹۷/۲۳

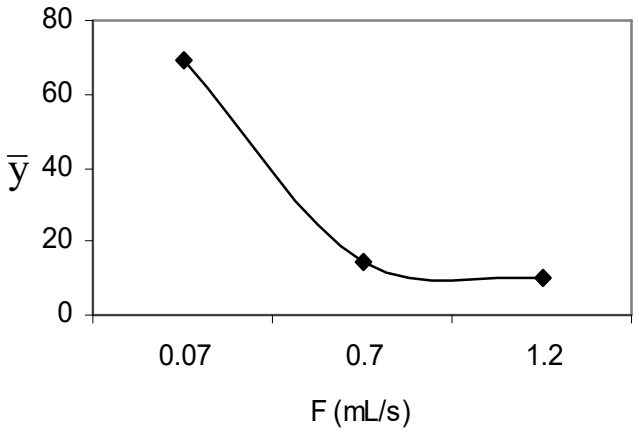
مقادیر میانگین پاسخ ($\bar{y}$) و نسبت عوامل (SN) در تمام سطوح عوامل

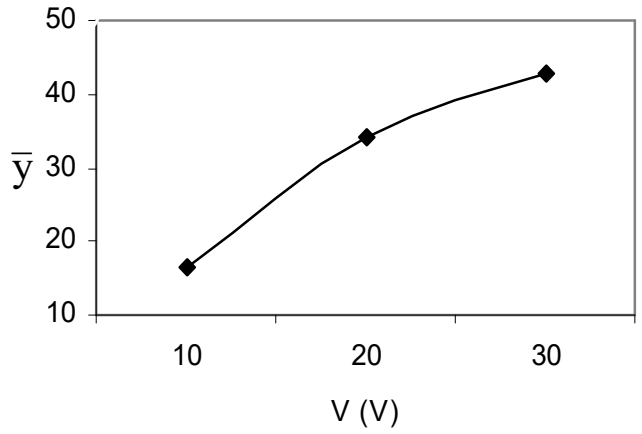
عامل	سطح	$\bar{y}$	SN
دما (T) (°C)	۲۵	۱۹/۱۵	۴۷/۲۲
	۴۰	۸۰/۳۶	۱۹/۲۷
	۶۰	۴۴/۴۱	۱۳/۲۸
غلظت (C) (ppm)	۱۰۰	۸۲/۱۸	۸۸/۲۴
	۵۰۰	۷۶/۳۷	۱۵/۲۵
	۱۰۰۰	۸۶/۳۶	۷۶/۲۷
دبی (F) (mL/s)	۰۷/۰	۲۸/۶۹	۵۷/۳۵
	۷/۰	۳۵/۱۴	۵۵/۲۲
	۲/۱	۸۰/۹	۶۸/۱۹
ولتاژ (V) (V)	۱۰	۶۳/۱۶	۳۳/۲۳
	۲۰	۱۸/۳۴	۷۳/۲۵
	۳۰	۶۳/۴۲	۷۳/۲۸

اثر عوامل قابل کنترل بر $\bar{y}$

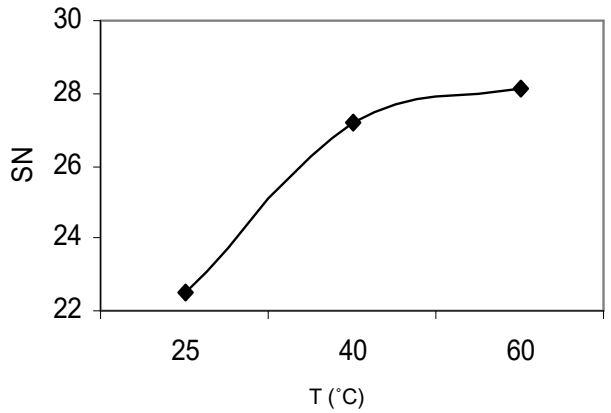


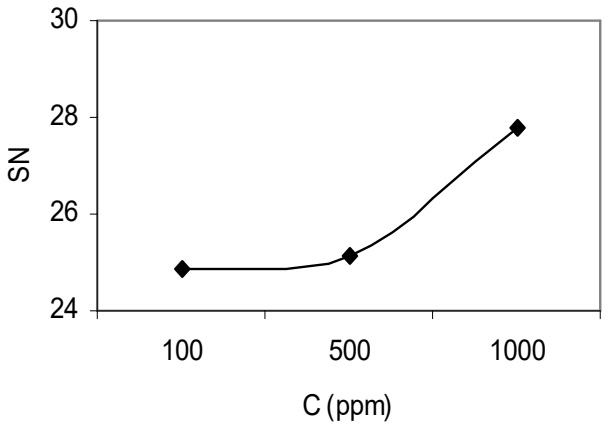


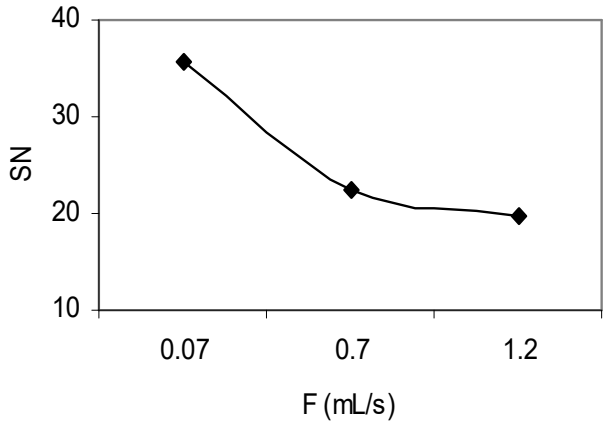


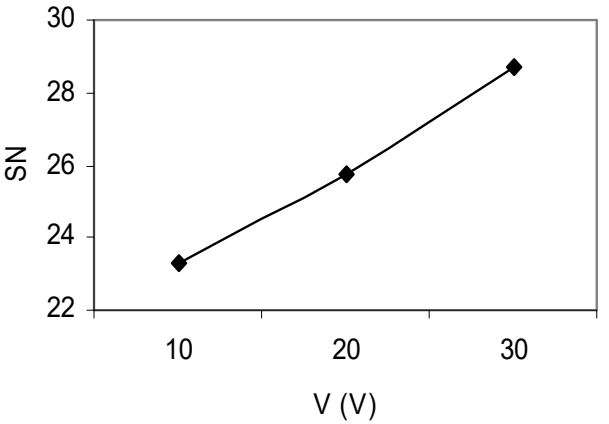


اثر عوامل قابل کنترل بر SN









نتیجه:

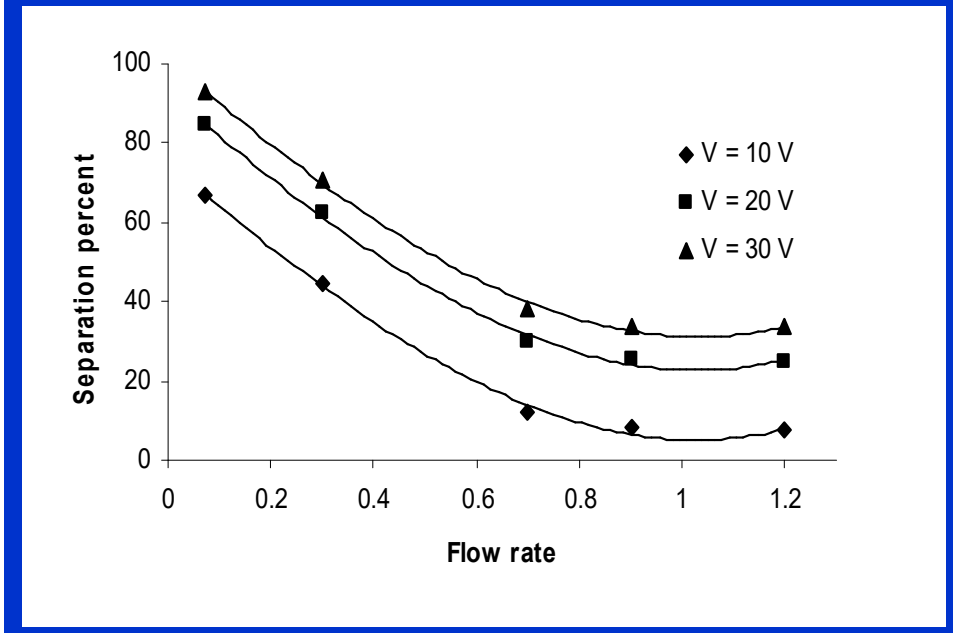
مقادیر $\bar{y}$ و SN با افزایش دما، غلظت خوراک و اختلاف پتانسیل افزایش می یابند. این امر به دلیل کاهش مقاومت الکتریکی با افزایش دما و غلظت خوراک و افزایش نیروی محرکه می باشد.

با افزایش دبی مقادیر $\bar{y}$ و SN کاهش می یابند. لازم به یادآوری است که با افزایش دبی زمان ماند کاهش می یابد و یون ها فرصت کافی برای عبور از غشاها ندارند.

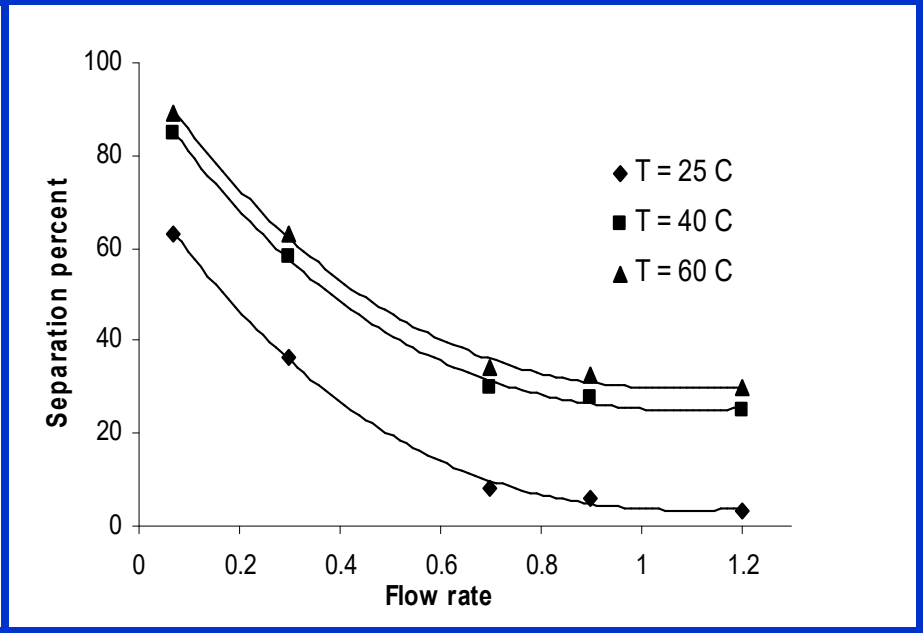
مقدار حداکثر SN در بالاترین سطح دما (۶۰ °C)، بالاترین سطح غلظت خوراک (۱۰۰۰ ppm)، کمترین سطح دبی (۰۷/۰ mL/s) و بیشترین سطح اختلاف پتانسیل (۳۰ V) حاصل می شود.

مقدار حداکثر $\bar{y}$ در بالاترین سطح دما (۶۰ °C)، سطح متوسط غلظت خوراک (۵۰۰ ppm)، کمترین سطح دبی (۰۷/۰ mL/s) و بیشترین سطح اختلاف پتانسیل (۳۰ V) حاصل می شود.

بر طبق مرحله هفتم از مراحل روش تاگوچی و با استفاده از مدلسازی آماری تاگوچی، راندمان سل ED در شرایط بهینه و سایر شرایط پیش بینی شده است. نمونه ای از نمودارها عبارتند از:



درصد جداسازی در دبی و ولتاژهای مختلف



درصد جداسازی در دبی و دماهای مختلف

آنالیز واریانس (**ANOVA**)

مقادیر محاسبه شده مجموع مربعات (SS) و واریانس عوامل بر حسب اعداد SN:

عامل	SS	درجه آزادی	واریانس
دبی (mL/s)	۳۱/۳۵۸	۲	۱۵/۱۷۹
ولتاژ (V)	۱۶/۵۲	۲	۰۸/۲۶
دما (°C)	۱۶/۴۱	۲	۵۸/۲۰
غلظت (ppm)	۷۸/۸	۲	۳۹/۴

نتیجه: دبی بیشترین اثر و غلظت خوراک کمترین اثر را در پایداری فرآیند جداسازی دارد.

نتایج آماری محاسبه شده با استفاده از مقادیر $\bar{y}$

عامل	SS	درجه آزادی	واریانس	F	٪P
دبی (mL/s)	۶۶/۱۲۶۶۳	۲	۸۳/۶۳۳۱	۴/۲۸۱۴	۲۲/۶۹
ولتاژ (V)	۳۹/۲۲۹۸	۲	۲۰/۱۱۴۹	۸/۵۱۰	۱۰/۱۱
دما (°C)	۵۵/۲۲۵۸	۲	۲۸/۱۱۲۹	۹/۵۰۱	۳۸/۱۲
غلظت (ppm)	۶۵/۱۲۵۶	۲	۳۳/۶۲۸	۳/۲۷۹	۲۸/۷
خطا	۸۲/۴	۹	۵۴/۰	–	–

میزان سهم (P) سه عامل دما، غلظت خوراک و اختلاف پتانسیل در پاسخ تقریباً مساوی و کمتر از سهم دبی(۲۲/۶۹٪) می باشد. یعنی دبی بیشترین تأثیر را بر پاسخ دارد و بقیه عوامل به یک اندازه در مقدار پاسخ نقش دارند.