

۱. مسیرهای حرکت (Trajectory) سیستم مقابل را برای حالت های زیر به روش ایزوکلاین ترسیم نمایید.

الف) $\frac{c}{M} = 0$ & $\frac{k}{M} = 1$ ب) $\frac{c}{M} = \sqrt{2}$ & $\frac{k}{M} = 1$ ج) $\frac{c}{M} = 3$ & $\frac{k}{M} = 1$

۲. معادلات حالت سیستمی به صورت زیر داده شده است:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = 0.5(-h(x_1) + x_2) \\ \dot{x}_2 = 0.2(-x_1 - 1.5x_2 + 1.2) \end{cases}$$

که در آن:

$$h(x_1) = 17.76 x_1 - 103.79 x_1^2 + 229.62 x_1^3 - 226.31 x_1^4 + 83.72 x_1^5$$

الف) نقاط تعادل این سیستم را مشخص کنید.

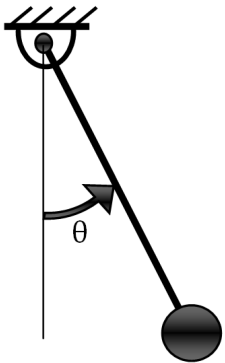
ب) مسیرهای حرکت سیستم را به ازای شرایط اولیه مختلف توسط نرم افزار MATLAB ترسیم کنید.

ج) در مورد رفتار سیستم حول نقاط تعادل بحث کنید.

۳. مسیرهای حرکت سیستم زیر را با شرایط اولیه $(0,0)$ ، $(1.5,1.5)$ و $(3,3)$ در محدوده $x_1, x_2 \in (-4,4)$ ترسیم نمایید.

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_1(x_1^2 + x_2^2 - 1)(x_1^2 + x_2^2 - 9) + x_2(x_1^2 + x_2^2 - 2x_1 - 8) \\ \dot{x}_2 = x_2(x_1^2 + x_2^2 - 1)(x_1^2 + x_2^2 - 9) - x_1(x_1^2 + x_2^2 - 2x_1 - 8) \end{cases}$$

پاسخ بدست آمده را توضیح داده و درباره ی پایداری سیستم بر مبنای مسیرهای حرکت حاصله بحث کنید.



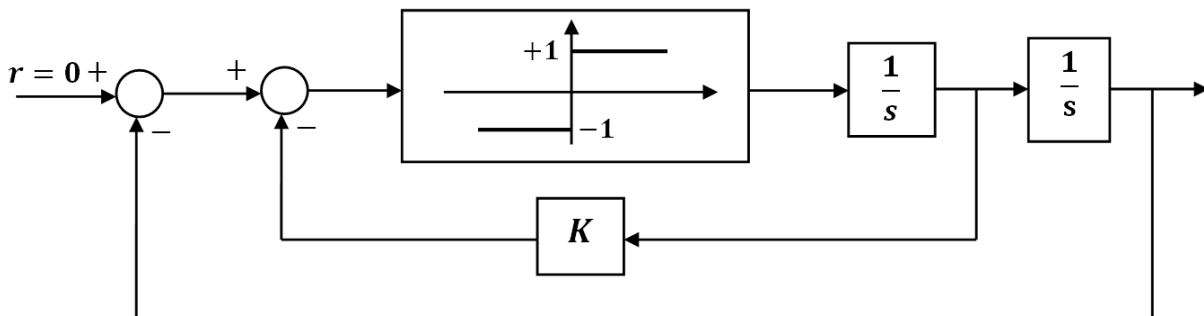
۴. مسیرهای حرکت سیستم پاندول مقابل را با فرض میله بدون جرم به طول l و وزنه به جرم m برای دو حالت لولای دارای اصطکاک کوچک ویسکوز و لولای بدون اصطکاک ترسیم نمایید. شرایط اولیه ی سیستم را به صورت زیر در نظر بگیرید:

$$\begin{cases} \theta_0 = x_1(0) = 0 \\ \dot{\theta}_0 = x_2(0) = \omega_0 \end{cases}$$

ω_0 را مقادیر مختلف از خیلی کوچک تا خیلی بزرگ در نظر بگیرید. مسیرهای حرکت در حوالی نقاط تعادل سیستم را

بررسی و تحلیل نمایید. برای پارامترهای سیستم، مقادیر دلخواهی استفاده نمایید.

۵. مسیرهای حرکت سیستم زیر را به ازای مقادیر مختلف K ترسیم کنید و پاسخها را تحلیل نمایید.



۶. سیستم های زیر را در نظر بگیرید:

(الف)

$$\ddot{x} + 0.1\dot{x} + x^5 = 6 \sin t$$

ب) سیستم Lorenz :

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = \sigma(y - x) \\ \frac{dy}{dt} = x(\rho - z) - y \\ \frac{dz}{dt} = xy - \beta z \end{cases} \quad \sigma, \rho, \beta > 0$$

فرض کنید $\sigma = 10$ و $\beta = \frac{8}{3}$ ، $\rho = 28$

ج) سیستم Rössler :

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = -y - z \\ \frac{dy}{dt} = x + ay \\ \frac{dz}{dt} = b + z(x - c) \end{cases}$$

فرض کنید $a = 0.2$ و $b = 0.2$ ، $c = 5.7$

پدیده آشوب را در سیستم‌های فوق مشاهده نمایید. نتایج را ارائه و تحلیل کنید.

۷. مسیرهای حرکت (Trajectory) سیستم زیر را یکبار به روش ایزوکلاین و بار دیگر با استفاده از نرم‌افزار *MATLAB* ترسیم نمایید.

$$\ddot{\theta} + \dot{\theta} + 0.5\theta = 0$$

۸. سیستم انتگرال گیر دوگانه زیر را در نظر بگیرید:

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) = x_2(t) \\ \dot{x}_2(t) = u(t) \end{cases}$$

در صورتیکه از ورودی کنترلی *Bang - Bang* به صورت زیر استفاده کنیم:

$$\begin{aligned} u(t) &= -\text{sign}\{\sigma(x(t))\} \\ \sigma(x(t)) &= x_1 + \text{sign}\{x_2\} \frac{x_2^2}{2} \end{aligned}$$

مطلوب است:

الف) شکل کلی مسیرهای حرکت سیستم را به صورت تحلیلی استخراج نموده و ترسیم نمایید.

ب) مسیرهای حرکت سیستم که با استفاده از نرم‌افزار *MATLAB* ترسیم نمایید.

ج) از روی مسیرهای حرکت ترسیم شده راجع به پایداری سیستم توضیح دهید.

۹. سیستم زیر را در نظر بگیرید:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = -x_1 - x_2 + u(t) \\ \dot{x}_2 = x_1 \end{cases}$$

ورودی کنترلی $u(t)$ فیدبکی از حالت‌های سیستم بوده و به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$u(t) = \text{sign}(\sigma(x(t)))$$

تابع $\sigma(x(t))$ را به گونه‌ای طراحی کنید که سیستم حلقه بسته با فیدبک طراحی شده پایدار مجانبی باشد.

• برنامه‌های نوشته شده و گزارش‌های تایپ شده را به آدرس kntu.nonlinear@gmail.com ارسال نمایید.

• گزارش‌های دست‌نویس را داخل پاکس ۱۱۶ روبروی آموزش بیاندازید.

• به تمرین‌هایی که با تأخیر تحویل داده می‌شوند نمره کمتری تعلق می‌گیرد.

موفق باشید