

۱- الف) در شکل مقابل با فرض: $m = 1, K = 1, C = 1$

اولاً: انرژی ذخیره شده در سیستم در لحظه t را به دست آورده و آن را $V(x)$ بنامید.

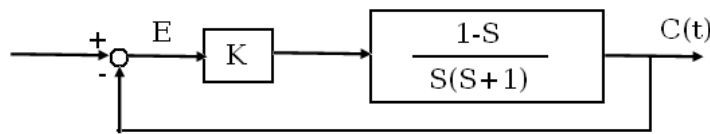
ثانیا: آیا $V(x)$ حاصله یک تابع لیپانوف است؟ جواب همراه با استدلال کامل.

ب) اگر در سیستم فوق نیروی ورودی u ابتدا از Sampler و سپس از ZOH عبور نماید همچنین X_1 و X_2 از Sampler عبور نمایند، سیستم حاصله را می توان با یک معادله حالت گسسته بصورت $x_{k+1} = A_d x_k + B_d u_k$ نمایش داد. ماتریس های A_d و B_d را بدست آورید و Sampling Period را برابر T فرض کنید. (جاهجایی $x_1 =$ سرعت و $x_2 =$ نیرو و u)

۲- برای سیستم با معادلات حالت زیر می خواهیم به کمک تابع لیپانوف تابع $J = \int y^2 dt$ را محاسبه کنیم مقدار J را محاسبه کنید.

$$\begin{cases} \dot{x} = A x \\ y = C x \end{cases} \quad A = \begin{bmatrix} -2 & -5 \\ 0 & -3 \end{bmatrix}, \quad x_0 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad C = [2 \quad 1]$$

۳- برای سیستم زیر،



الف) عکس العمل سیستم مدار باز $G(s) = \frac{K(1-s)}{s(s+1)}$ را به ازای ورودی پله واحد و به ازای $K=1$ بدست آورده و رسم کنید.

ب) در سیستم مدار بسته آیا به ازای $K=1$ یک تابع لیپانوف می توان یافت؟

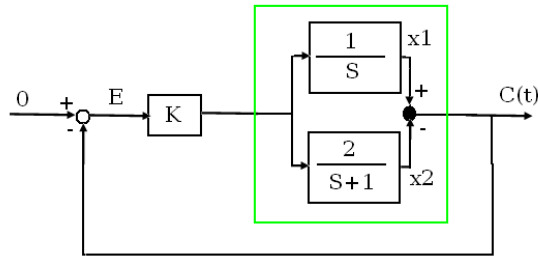
ج) با فرض آنکه شرایط اولیه متغیرهای حالت سیستم مدار بسته صفر باشد و با فرض آنکه ورودی مبنا از مقدار صفر به مقدار یک

$$\text{تغییر یابد مطلوبست تعیین } J = \int_0^{\infty} e^2 dt$$

د) پارامتر K را طوری تعیین کنید که J حداقل شود.

ADVANCED CONTROL I

Fall 2009



۴- در شکل زیر یک سیستم کنترل مدار بسته نشان داده شده است.

الف) آیا یک تابع لیاپانوف برای شیرایطی که $K=1$ است در این سیستم وجود دارد؟

ب) با فرض $x_1(0) = 0$ و $x_2(0) = 0$ و با فرض اینکه ورودی مبنا از مقدار صفر به ورودی پله ای واحد تغییر مقدار دهد

مطلوبست تعیین $J = \int_0^{\infty} e^2 dt$ بر حسب پارامتر K .

ج) پارامتر کنترلر K را طوری تعیین کنید که J حداقل شود.

۵- برای یک سیستم رسته ۲ معادلات حالت بصورت زیر داده شده اند.

$$\begin{cases} \dot{x} = \begin{bmatrix} p & 1 \\ 0 & p \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \end{bmatrix} u \\ y = [c_1 \quad c_2] x \end{cases}$$

الف) دیاگرام جریانی را رسم کنید.

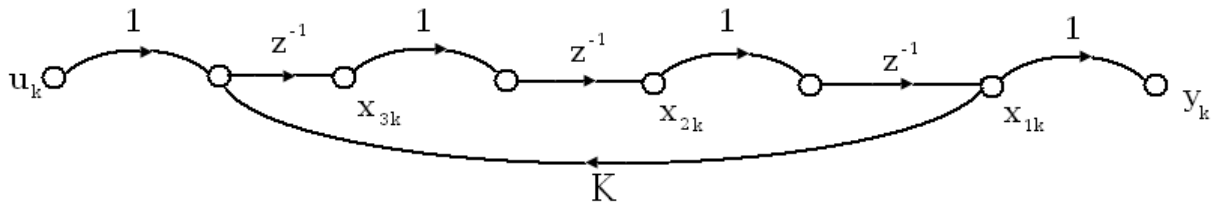
ب) شرط لازم و کافی برای آنکه سیستم غیرقابل کنترل باشد.

ج) شرط لازم و کافی برای آنکه سیستم غیرقابل مشاهده باشد.

۶- الف) در سیستم گسسته زیر p و q را برای رابطه زیر پیدا کنید.

ب) اگر $K=0$ باشد نشان دهید سیستم کنترل پذیر یا مشاهده پذیر است یا خیر؟

ج) شرط پایداری سیستم بر حسب مقدار K را پیدا کنید.



۷- برای سیستمی با معادلات حالت $\begin{cases} \dot{x} = A x \\ x(0) = x_0 \end{cases}$ که در آن $x_0 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$ و $A = \begin{bmatrix} -3 & -2 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ است عکس العمل $y(t)$ بصورت $y(t) = 2e^{-2t}$ در آمده است آیا این سیستم مشاهده پذیر است؟

۸- معادلات حالت سیستمی بصورت زیر داده شده است

$$\begin{cases} \dot{x} = A x + b u \\ y = c x \end{cases} \quad A = \begin{bmatrix} -1 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & -2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -3 \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad C = [0 \ 0 \ 0 \ 1]$$

و تابع تبدیل بین ورودی و خروجی عبارتست از $G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{(s+1)}{(s+2)(s+3)(s^2+3s+3)}$ در مورد مشاهده پذیری و کنترل پذیری سیستم بحث کنید.

۹- در سیستم شکل زیر که شامل دو مخزن است، پارامتر α مشخص می کند که دبی u به چه نسبتی بین دو مخزن تقسیم می شود ($0 \leq \alpha \leq 1$). (سطح مقطع مخازن و مقاومت سطوح را برابر واحد در نظر بگیرید).

الف) معادلات حالت سیستم را بدست آورید.

ب) برای چه مقدار یا مقادیری از پارامتر α این سیستم کنترل ناپذیر است؟

ج) آیا این سیستم با مقدار یا مقادیر پارامتر α در قسمت (ب) پایدارپذیر است؟

