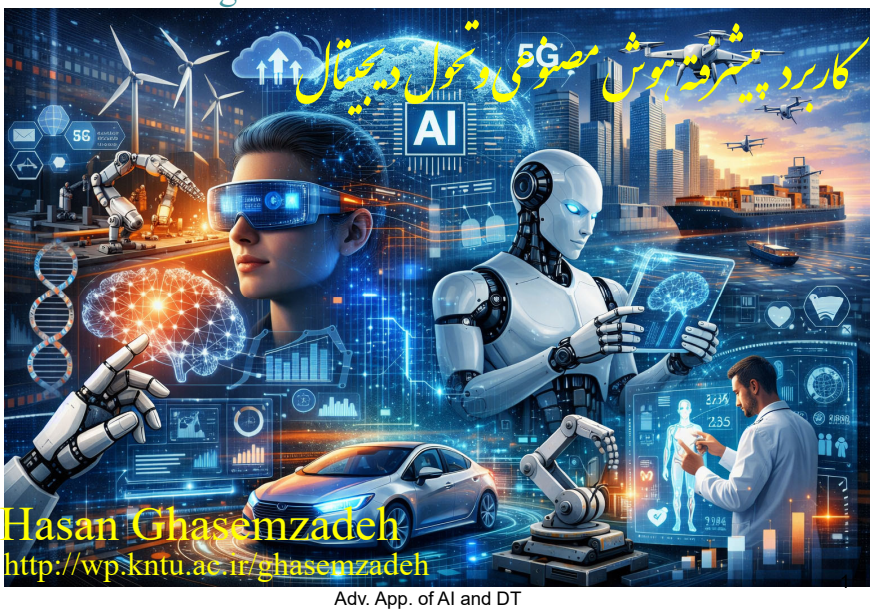
Advanced Application of Artificial Intelligence and Digital Transformation

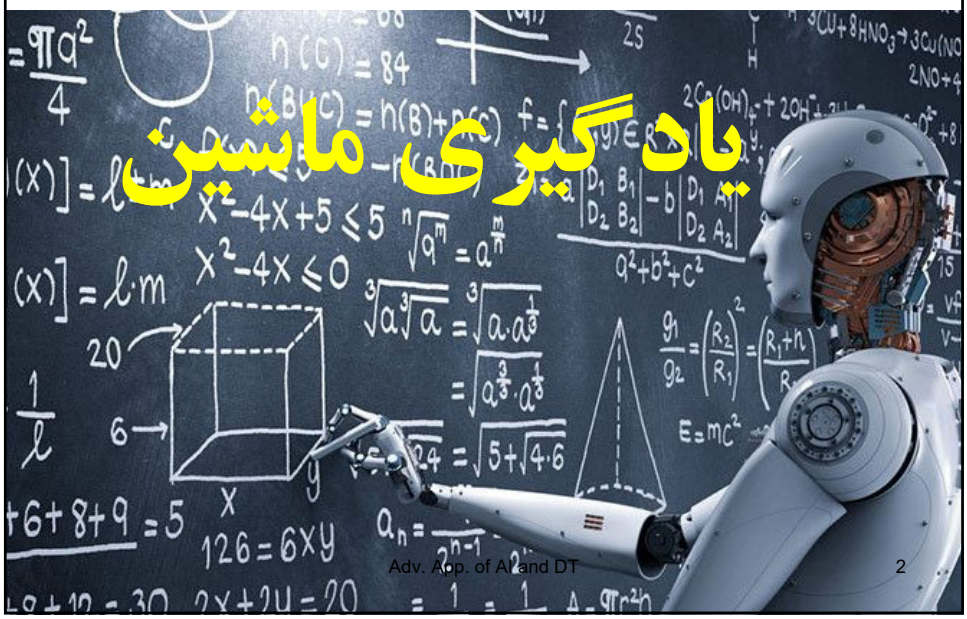
K.N. Toosi University of Technology



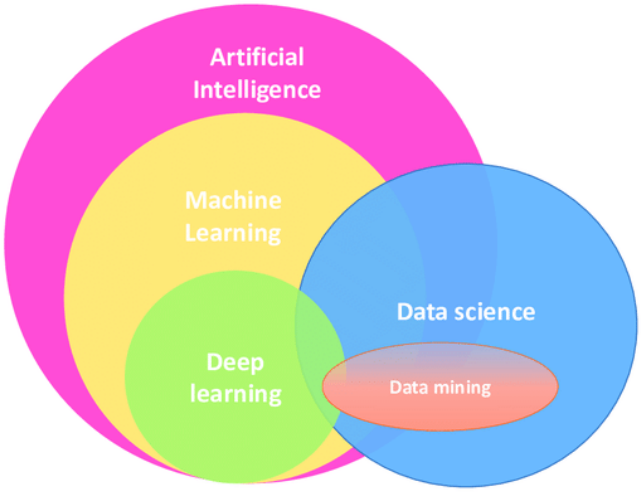
Hasan Ghasemzadeh
http://wp.kntu.ac.ir/ghasemzadeh

Soft computing

K.N.TOOSI University of Technology



یادگیری ماشین



Adv. App. of AI and DT 3

یادگیری ماشین

تعریف آرتور ساموئل ۱۹۵۹

- حوزه مطالعاتی که به رایانه قابلیت یادگیری می دهد بدون آنکه برنامه نویسی صریح شود

تعریف جدید تام میشل ۱۹۹۸

- یک برنامه رایانه ای از تجربه E نسبت به کلاس وظایف T و بازدهی P یاد می گیرد اگر بازدهی P وظایف T با تجربه E بهبود یابد

برای مثال در بازی شطرنج توسط رایانه

E: تجربه بازی‌های متعدد بازیکنان

T: وظیفه بازی بازیکنان

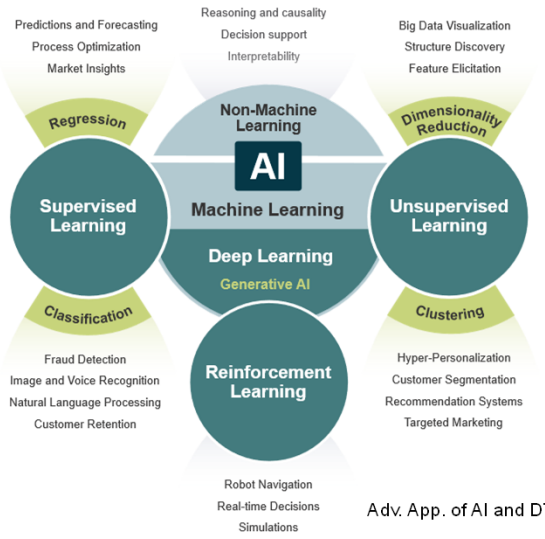
P: احتمال اینکه برنامه، بازی بعدی را ببرد

Adv. App. of AI and DT 4

یادگیری ماشین

الگوریتمهای یادگیری ماشین به سه دسته تقسیم می شوند

- یادگیری نظارت شده
- یادگیری بدون نظارت
- یادگیری تقویتی



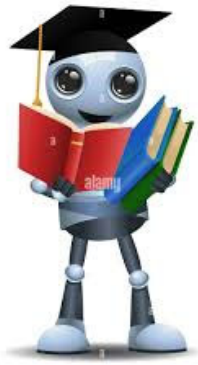
یادگیری نظارت شده – رگرسیون

ا

یادگیری نظارت شده: مجموعه ای از داده ها داریم و میدانیم نتیجه خروجی مناسب چگونه است (استاد برای تصحیح وجود دارد).

یادگیری نظارت شده به دو دسته اصلی تقسیم می‌شود

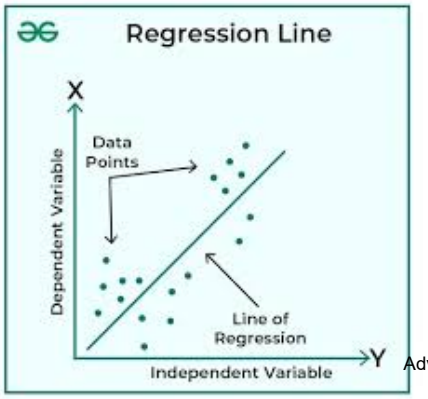
- رگرسیون
- طبقه بندی



یادگیری نظارت شده – رگرسیون

رگرسیون

رگرسیون یک نوع از یادگیری نظارت شده است که در آن الگوریتم یاد می‌گیرد بر اساس ویژگی‌های ورودی، مقادیری پیوسته را پیش‌بینی کند. مثال‌هایی از مسائل رگرسیون شامل پیش‌بینی قیمت سهام و قیمت مسکن می‌شوند.



الگوریتم‌های معروف:

رگرسیون خطی

رگرسیون چندجمله‌ای

رگرسیون ریج

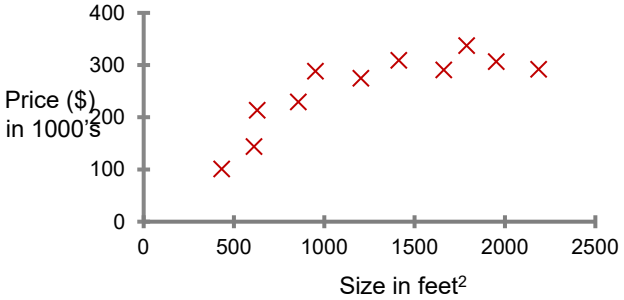
رگرسیون درخت تصمیم

رگرسیون جنگل تصادفی

رگرسیون ماشین بردار پشتیبان

یادگیری نظارت شده – رگرسیون

Housing price prediction.



Supervised Learning
"right answers" given

Regression: Predict continuous valued output (price)

یادگیری نظارت شده- نمونه ژئومکانیکی رگرسیون

- **پیش‌بینی فشار منفذی:**
با استفاده از ویژگی‌های مختلف نظیر عمق، سرعت امواج لرزه‌ای، مقاومت الکتریکی، چگالی سنگ

- **پیش‌بینی تنش‌های درون‌سنگ:**
با داشتن داده‌های مختلف از ویژگی‌های عمق، خواص مکانیکی سنگ (مانند مدول یانگ و نسبت پواسون) و داده‌های لرزه‌ای

- **پیش‌بینی نفوذپذیری سنگ:**
با تحلیل داده‌های مربوط به تخلخل، اندازه دانه‌ها، داده‌های چاه‌نگاری

- **پیش‌بینی مقاومت فشاری سنگ:**
با داشتن داده‌های سرعت امواج لرزه‌ای، چگالی سنگ، داده‌های چاه‌نگاری

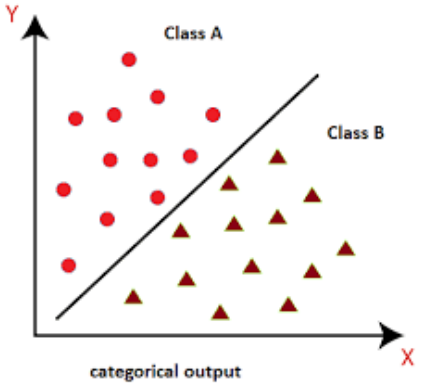
- **پیش‌بینی رفتار سنگ در شرایط فشار و دمای بالا:**
با تحلیل پارامترهای مختلف مانند دما، فشار، خواص مکانیکی سنگ

Adv. App. of AI and DT 9

یادگیری نظارت شده – طبقه بندی

طبقه بندی

الگوریتم یاد می‌گیرد داده‌های ورودی را بر اساس ویژگی‌های ورودی به یک دسته یا کلاس خاص تخصیص دهد. در طبقه‌بندی، برچسب‌های خروجی مقادیر گسسته هستند.



الگوریتم‌های معروف:

رگرسیون لجستیک

نایو بیز

درخت تصمیم

ماشین بردار پشتیبان (SVM)

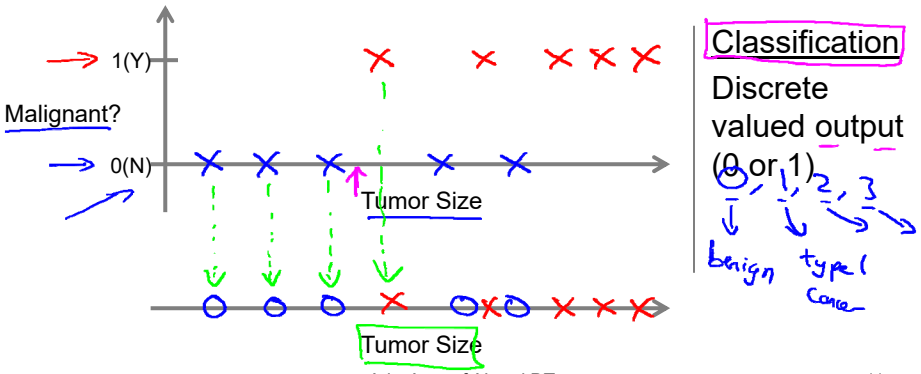
همسایگان نزدیک (KNN)

Adv. App. of AI and DT 10

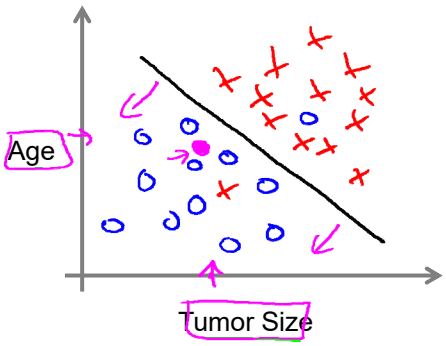
یادگیری نظارت شده – طبقه بندی

طبقه بندی فرایندی است که در آن مدل یا تابعی کشف می‌شود که به جدا کردن داده‌ها به چندین کلاس دسته‌بندی، یعنی مقادیر گسسته، کمک می کند.

Breast cancer (malignant, benign)



یادگیری نظارت شده – طبقه بندی



- Clump Thickness
- Uniformity of Cell Size
- Uniformity of Cell Shape

…

یادگیری نظارت شده – مثال

You're running a company, and you want to develop learning algorithms to address each of two problems.

Problem 1: You have a large inventory of identical items. You want to predict how many of these items will sell over the next 3 months.
Problem 2: You'd like software to examine individual customer accounts, and for each account decide if it has been hacked/compromised.

Should you treat these as classification or as regression problems?

Treat both as classification problems.

Treat problem 1 as a classification problem, problem 2 as a regression problem.

Treat problem 1 as a regression problem, problem 2 as a classification problem.

Treat both as regression problems.

یادگیری نظارت شده– نمونه عمرانی طبقه بندی

- **طبقه‌بندی نوع سنگ:**
با تحلیل داده‌های داده‌های چاه‌نگاری مانند مقاومت الکتریکی، تخلخل، چگالی و داده‌های لرزه‌ای مانند سرعت امواج لرزه‌ای.
- **تشخیص شکستگی‌های طبیعی:**
با استفاده ازداده های لرزه‌ای و چاه نگاری.
- **طبقه‌بندی پایداری چاه:**
- با استفاده از اطلاعات تنش‌های درون‌سنگ، خواص مکانیکی سنگ و فشار منفذی.
- **تشخیص نواحی با خطر فوران چاه:**
با استفاده از اطلاعات فشار منفذی، فشار هیدرواستاتیک، داده‌های حین حفاری.
- **تشخیص طبقات سنگ‌های معدنی در حفاری‌های عمیق:**
با استفاده از داده‌های حاصل از دستگاه‌های حفاری و اطلاعات ژئوفیزیکی، مدل‌های طبقه‌بندی می‌توانند طبقات سنگ‌های مختلف (مانند سنگ‌های آذرین، رسوبی و دگرگونی) را شناسایی و دسته‌بندی کنند.

Adv. App. of AI and DT 14

یادگیری بدون نظارت

یادگیری بدون نظارت : ایده ای از نتیجه خروجی نداریم. در این روش ساختار یا توزیع مخفی داده‌ها بدون آنکه تاثیر متغیرها را بدانیم بدست می‌آید. در این حالت بازخوردی برای نتایج صحیح وجود ندارد (استاد برایَ تصحیح وجود ندارد).

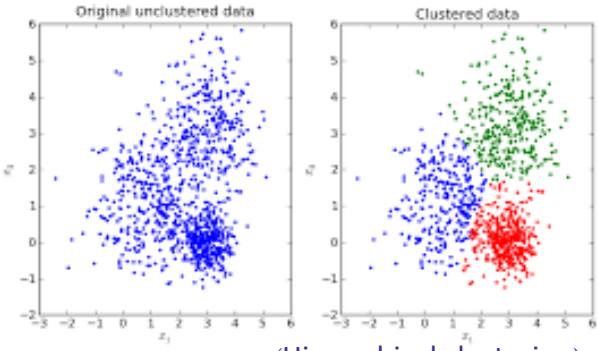
در یادگیری بدون نظارت دو دسته اصلی وجود دارد:

- خوشه‌بندی (Clustering)
- کاهش ابعاد (Dimensionality Reduction)

Adv. App. of AI and DT 15

یادگیری بدون نظارت

- خوشه‌بندی (Clustering): الگوریتم‌های خوشه‌بندی، داده‌های مشابه را بر اساس ویژگی‌های آنها در گروه‌هایی متفاوت تقسیم می‌کنند. هدف اینجا شناسایی گروه‌ها یا خوشه‌های داده‌های مشابه است که از یکدیگر متمایز هستند.



الگوریتم‌های معروف:

- K-means
- خوشه‌بندی سلسله مراتبی (Hierarchical clustering)
- DBSCAN

Adv. App. of AI and DT 16

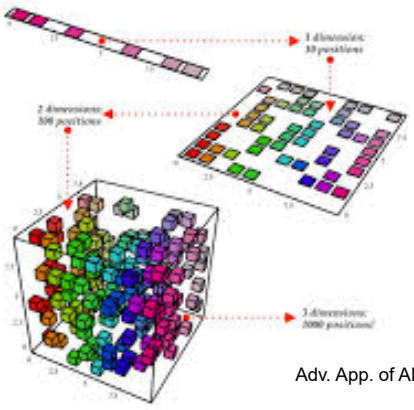
یادگیری بدون نظارت

- **خوشه‌بندی خاک‌ها بر اساس ویژگی‌های ژئوتکنیکی**:
- با استفاده از داده‌های آزمایش‌های ژئوتکنیکی مانند درصد دانه‌بندی، تراکم، چسبندگی، و ضریب نفوذپذیری، می‌توان انواع مختلف خاک‌ها را در خوشه‌های متفاوت دسته‌بندی کرد.
- **خوشه‌بندی داده‌های حین حفاری**:
- با جمع‌آوری داده‌های مربوط به نرخ حفاری، فشار حفاری و لرزش حین حفاری
- **خوشه‌بندی نواحی با پتانسیل تولید بالا**:
- با تحلیل داده‌های مربوط به تخلخل، نفوذپذیری و درجه اشباع سیال.
- **خوشه‌بندی داده‌های لرزه‌ای برای شناسایی ساختارهای زمین‌شناسی**:
- گروه‌بندی داده‌های لرزه‌ای برای شناسایی ساختارهای زمین‌شناسی مانند گسل‌ها، چین‌خوردگی‌ها و مخازن
- **خوشه‌بندی شکستگی‌های طبیعی**:
- گروه‌بندی شکستگی‌های طبیعی بر اساس ویژگی‌هایی مانند جهت، اندازه و تراکم

Adv. App. of AI and DT 17

یادگیری بدون نظارت

- کاهش ابعاد (Dimensionality Reduction): الگوریتم‌های کاهش ابعاد با حفظ حداکثر اطلاعات اصلی از داده‌ها تعداد متغیرهای ورودی در مجموعه داده را کاهش می‌دهند. این کار برای کاهش پیچیدگی مجموعه داده و تسهیل در تصویرسازی و تجزیه و تحلیل آن است.



الگوریتم‌های معروف:

- تجزیه اصلی مؤلفه‌ها (PCA)
- t-SNE
- Autoencoders

Adv. App. of AI and DT 18

یادگیری بدون نظارت– نمونه کاهش ابعاد

- **تحلیل داده‌های سنسورهای لرزه‌نگاری:**
- داده‌های سنسورهای لرزه‌نگاری بسیار حجیم و با ابعاد بالا هستند. با استفاده از کاهش ابعاد، می‌توان این داده‌ها را به مولفه‌های اصلی تقسیم کرد تا تنها اطلاعات مهم برای تحلیل و پیش‌بینی رفتار زمین‌لرزه‌ها استخراج شود.
- **کاهش ابعاد داده‌های چاه‌نگاری:**
- داده‌های چاه‌نگاری شامل چندین نوع اندازه‌گیری (مانند مقاومت الکتریکی، تخلخل، چگالی) هستند. کاهش ابعاد این داده‌ها می‌تواند برای تحلیل‌های بعدی مانند طبقه‌بندی نوع سنگ یا پیش‌بینی خواص مخزن مفید باشد.
- **کاهش ابعاد داده‌های تصویربرداری چاه:** داده‌های تصویربرداری چاه معمولاً ابعاد بسیار بالایی دارند. کاهش ابعاد این داده‌ها می‌تواند برای شناسایی شکستگی‌ها و ساختارهای زمین‌شناسی مفید باشد.
- **تحلیل داده‌های جوی برای پیش‌بینی فرسایش خاک:**
- داده‌های هواشناسی، مانند بارش، دما و باد، برای ارزیابی فرسایش خاک مهم هستند. با کاهش ابعاد، می‌توان متغیرهای مهم را شناسایی کرد و از آن‌ها برای پیش‌بینی فرسایش خاک در مناطق مستعد استفاده کرد.

Adv. App. of AI and DT 19

یادگیری بدون نظارت – مثال

Of the following examples, which would you address using an unsupervised learning algorithm? (Check all that apply.)

- Given email labeled as spam/not spam, learn a spam filter.
- Given a set of news articles found on the web, group them into set of articles about the same story.
- Given a database of customer data, automatically discover market segments and group customers into different market segments.
- Given a dataset of patients diagnosed as either having diabetes or not, learn to classify new patients as having diabetes or not.

Adv. App. of AI and DT 20

یادگیری تقویتی

یادگیری تقویتی: در آن یک عامل، با انجام اعمالی در سیستم مشخص شده، و دریافت پاداش یا مجازات بر اساس اعمال خود، یاد می‌گیرد که چگونه با محیط تعامل کند. هدف اصلی یادگیری ماشین تقویتی این است که یک سیاست (که یک نگاشت از وضعیت‌ها به اعمال است) را یاد بگیرد و میزان پاداش تجمیعی انتظاری را در طول زمان به حداکثر برساند.

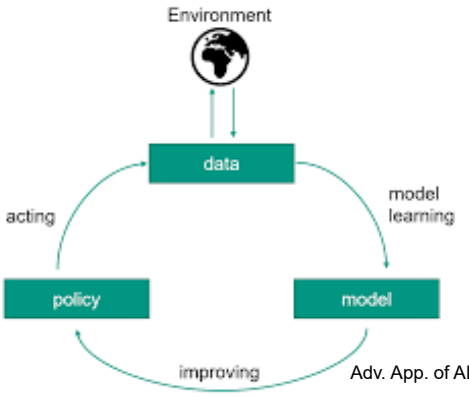
یادگیری تقویت شده به دو دسته اصلی تقسیم می‌شود:

- یادگیری تقویتی مبتنی بر مدل
- یادگیری تقویتی بدون مدل

Adv. App. of AI and DT 21

یادگیری تقویتی

- یادگیری تقویتی مبتنی بر مدل: عامل یک مدل از محیط را یاد می‌گیرد که شامل احتمالات انتقال بین وضعیت‌ها و پاداش‌های مرتبط با هر جفت وضعیت–عمل است. سپس عامل از این مدل برای برنامه‌ریزی اعمال خود به منظور به حداکثر رساندن پاداش انتظاری استفاده می‌کند.



الگوریتم‌های معروف:

- Value Iteration
- Policy Iteration

Adv. App. of AI and DT 22

یادگیری تقویتی – نمونه ها

•**مدیریت هوشمند مصرف انرژی در ساختمان‌ها**:
در ساختمان‌های هوشمند، یادگیری تقویتی می‌تواند بهینه‌سازی مصرف انرژی را از طریق تنظیم سیستم‌های گرمایش، سرمایش و نورپردازی انجام دهد

•**بهینه‌سازی زمان‌بندی و توالی ساخت در پروژه‌های ساختمانی**:
در پروژه‌های پیچیده ساختمانی، مدیریت زمان و توالی کارها از اهمیت بالایی برخوردار است. یادگیری تقویتی می‌تواند برای پیدا کردن بهینه‌ترین زمان‌بندی کارها با توجه به محدودیت‌های منابع، هزینه‌ها و زمان اجرا به کار رود، به طوری که بتواند تأخیرها و هزینه‌های اضافی را به حداقل برساند.

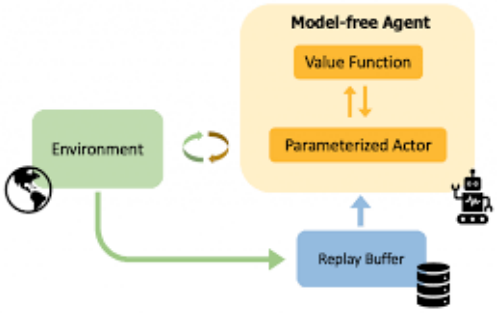
•**طراحی سیستم‌های مدیریت آب و کنترل سیلاب**:
برای پیش‌بینی و کنترل سیلاب‌ها، یادگیری تقویتی می‌تواند در طراحی و مدیریت بهینه سیستم‌های تخلیه و مدیریت آب به کار رود. مدل می‌تواند بر اساس داده‌های بارش و سطح آب رودخانه‌ها، تصمیم‌گیری‌های بهینه‌ای برای تخلیه آب و جلوگیری از سیلاب انجام دهد.

•**بهینه‌سازی الگوهای بهره‌برداری از منابع طبیعی (مانند معادن)**:
در مدیریت و بهره‌برداری از معادن، یادگیری تقویتی می‌تواند بهینه‌سازی برداشت منابع را انجام دهد. مدل با توجه به اطلاعات مربوط به منابع، هزینه‌ها، و شرایط بازار، بهترین تصمیمات را برای استخراج بهینه منابع ارائه می‌دهد و از هدررفت منابع جلوگیری می‌کند.

Adv. App. of AI and DT 23

یادگیری تقویتی بدون مدل

- یادگیری تقویتی بدون مدل: عامل بدون ایجاد مدل دقیقی از محیط به صورت مستقیم از تجربیات خود سیاست خود را یاد می‌گیرد. عامل با تعامل با محیط و دریافت پاداش‌ها سیاست خود را به‌روزرسانی می‌کند.



الگوریتم‌های معروف:

- Q-Learnin
- SARSA
- یادگیری تقویتی عمیق (Deep Reinforcement Learning)

Adv. App. of AI and DT 24

یادگیری تقویتی بدون مدل نمونه ژئومکانیکی

•کنترل و هدایت ماشین‌آلات سنگین در سایت‌های ساخت‌وساز:
یادگیری تقویتی بدون مدل می‌تواند برای هدایت ماشین‌آلات خودکار (مانند بولدوزرها یا بیل مکانیکی) استفاده شود. این مدل‌ها به مرور زمان از تعاملات خود با محیط یاد می‌گیرند که چگونه با بهره‌وری بیشتری عمل کنند و مسیرها یا الگوهای بهینه برای حرکت و حفاری را پیدا کنند. مثلاً یک بیل مکانیکی می‌تواند یاد بگیرد که با کمترین انرژی و در سریع‌ترین زمان، خاک را بردارد.

•بهینه‌سازی روش‌های حفاری در پروژه‌ها:
در حفاری‌های پیچیده و عمیق، یادگیری تقویتی بدون مدل می‌تواند روش‌های بهینه حفاری را بر اساس داده‌های فوری از شرایط زمین و رفتار دستگاه یاد بگیرد. این روش به دستگاه کمک می‌کند که با بهره‌وری بالاتری کار کند و با توجه به تجربیات خود، بهترین پارامترهای حفاری مانند سرعت و زاویه را تنظیم کند..

•کنترل عملیات رباتیک در محیط پروژهای خطرناک:
•یادگیری تقویتی بدون مدل می‌تواند برای کنترل ربات‌های خودکار در محیط‌های ساخت‌وساز خطرناک (مانند مناطق با خطر ریزش، اشتعال وفوران چاه) استفاده شود. این ربات‌ها از تعاملات خود با محیط یاد می‌گیرند که چگونه به صورت ایمن و بهینه کار کنند و به تدریج استراتژی‌های خود را برای اجرای بهتر عملیات تنظیم می‌کنند.

Adv. App. of AI and DT 25

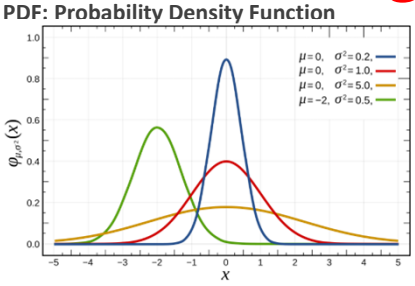
چالش‌ها و محدودیت‌های یادگیری ماشین

- ✔ چالش اصلی در یادگیری ماشین، کمبود داده یا تنوع کم در مجموعه داده ها است.
- ✔ اگر داده‌های کافی در دسترس نباشد یک ماشین نمی‌تواند یاد بگیرد. علاوه بر این، یک مجموعه داده با تنوع کم، باعث ایجاد مشکل برای ماشین می‌شود.
- ✔ برای یادگیری معنادار، یک ماشین نیاز به تنوع در داده‌ها دارد.
- ✔ وقتی تنوع در داده‌ها کم باشد یا اصلا وجود نداشته باشد، بسیار نادر است که یک الگوریتم بتواند اطلاعات معنی‌داری استخراج کند.
- ✔ توصیه می‌شود حداقل ۲۰ مشاهده در هر گروه وجود داشته باشد تا به ماشین در یادگیری کمک کند. این محدودیت منجر به ارزیابی و پیش‌بینی نادرست می‌شود.

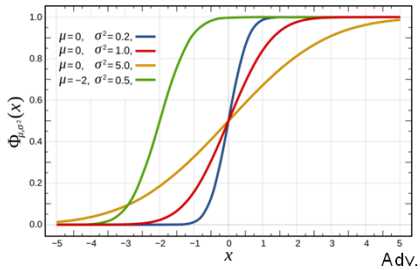
Adv. App. of AI and DT 26

توابع توزیع

PDF: Probability Density Function



CDF: Cumulative Distribution Function



از توابع توزیع مختلف برای تعیین نحوه توزیع احتمال داده ها استفاده می کنیم. برای مثال توزیع نرمال به صورت زیر است:

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right)$$

- f(x)مقدار تابع توزیع نرمال برای مقدار x است.
- μ میانگین (mean) توزیع است.
- σ انحراف معیار (standard deviation) توزیع است

تابع توزیع تجمعی انتگرال تابع توزیع احتمال است

$$F(x) = \int_{-\infty}^{x} f(t)\,dt$$

27

Adv. App. of AI and DT

توابع توزیع

کدام تابع توزیع بهتر است؟

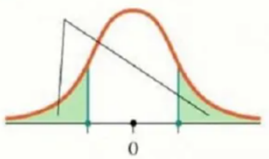
Kolmogorov-Smirnov Test **آزمون کولموگوروف–اسمیرنوف (K-S)**

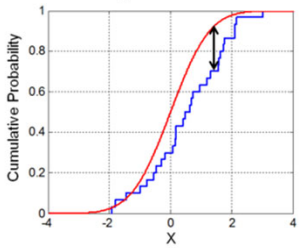
یک آزمون ناپارامتریک (فرض کمی برای توزیع داده‌ها وجود دارد) برای بررسی تطابق یک توزیع تجربی با یک توزیع نظری (یا مقایسه دو توزیع تجربی) است

$$D_n = \sup_x |F_n(x) - F(x)|$$

p-Value=$2\min(P_{\theta_0}(X \le x), P_{\theta_0}(X \ge x))$

$$\begin{cases} H_0 : \theta = \theta_0 \\ H_1 : \theta \neq \theta_0 \end{cases}$$





p-value:

p-value > 0.05: تطابق خوب (توزیع می‌تواند داده‌ها را توصیف کند)

p-value ≤ 0.05: عدم تطابق معنادار

Adv. App. of AI and DT 28

توابع توزیع

کدام تابع توزیع بهتر است؟

Anderson-Darling Test

آزمون اندرسون–دارلینگ (A-D)

یک آزمون ناپارامتریک برای بررسی تطابق داده ها با یک توزیع نظری است

$$A^2 = n \int_{-\infty}^{\infty} \frac{(F_n(x) - F(x))^2}{F(x)\,(1 - F(x))}\, dF(x) \qquad A^2 = -n - \sum_{i=1}^{n} \frac{2i-1}{n} \left[\ln(F(X_i)) + \ln(1 - F(X_{n+1-i}))\right]$$

هرچه A^2 بزرگ‌تر باشد، عدم تطابق با توزیع نظری بیشتر است

مثال مقادیر بحرانی برای توزیع نرمال (سطح معناداری ۵٪) برای ۱۰۰ نمونه $A^2_{critical}$ =0.787

Sample Size (n)	α = 15%	α = 10%	α = 5%	α = 2.5%	α = 1%
n = 5	0.501	0.523	0.563	0.603	0.660
n = 10	0.541	0.583	0.643	0.703	0.773
n = 20	0.562	0.611	0.688	0.759	0.844
n = 50	0.576	0.631	0.711	0.792	0.891
n ≥ 100	0.576	0.656	0.787	0.918	1.092

اگر $A^2 > A^2_{critical}$، فرض نرمال بودن رد می‌شود

با افزایش تعداد نمونه ها افزایش $A^2_{critical}$ می یابد

29

توابع توزیع

Chi-Square Test

آزمون کای اسکوئر (χ^2)

یکی روش برای بررسی تطابق توزیع داده‌ها با یک توزیع نظری است.
در این روش داده‌ها به k دسته قسمت تقسیم می شود

شاخص کای اسکوئر (χ^2)

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{k} \frac{(O_i - E_i)^2}{E_i}$$

فراوانی مشاهده‌شده (O_i)

فراوانی مورد انتظار (E)

درجه آزادی (df) تعداد پارامترهای برآوردشده - df = k - 1

برای مثال درجه آزادی برای توزیع نرمال با توجه به دو پارامتر میانگین و انحراف معیار توزیع برابر است با df=k-3

اگر شاخص کای اسکوئر کوچکتر از مقدار بحرانی کای اسکوئر باشد فرض نرمال بودن برقرار است

جدول مقادیر بحرانی کای اسکوئر (χ^2 Critical Values)

درجه آزادی (df)	α = 0.10	α = 0.05	α = 0.01	α = 0.001
1	2.7055	3.8415	6.6349	10.8276
2	4.6052	5.9915	9.2103	13.8155
3	6.2514	7.8147	11.3449	16.2662
4	7.7794	9.4877	13.2767	18.4668
5	9.2364	11.0705	15.0863	20.5150
6	10.6446	12.5916	16.8119	22.4577
7	12.0170	14.0671	18.4753	24.3219
8	13.3616	15.5073	20.0902	26.1245
9	14.6837	16.9190	21.6660	27.8772
10	15.9872	18.3070	23.2093	29.5883
15	22.3071	24.9958	30.5779	37.6973
20	28.4120	31.4104	37.5662	45.3147
30	40.2560	43.7730	50.8922	59.7017
50	63.1671	67.5048	76.1539	86.6606
100	118.4980	124.3421	135.8067	149.4493

تعداد دسته ها نه خیلی کم و نه خیلی زیاد انتخاب شود برای مثال:

Sturges' Rule $k = 1 + 3.322 \log_{10}(n)$

n تعداد نمونه و k تعداد دسته هاست

Adv. App. of AI and DT

30

توزیع نرمال

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right)$$

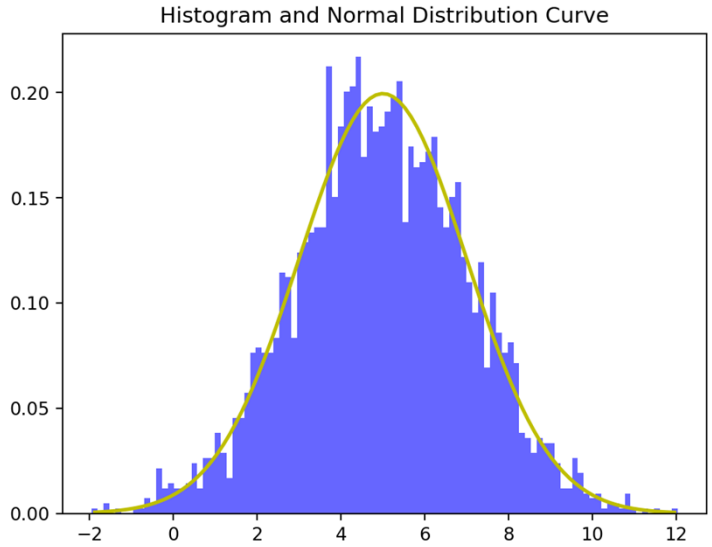
```
# Normal Distribution

import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
from scipy.stats import chisquare, norm

class norm1:
    def __init__(self, mean, sd, x):
        self.mean = mean
        self.sd = sd
        self.x = x

    def dist_curve(self):
        plt.plot(self.x, 1/(self.sd * np.sqrt(2 * np.pi)) *
            np.exp( - (self.x - self.mean)**2 / (2 * self.sd**2) ),
linewidth=2, color='y')
```


توزیع نرمال

```
# پارامترهای مربوط به میانگین و انحراف معیار
mean1 = 5
sd1 = 2

# تولید داده‌های تصادفی نرمال
c = np.random.normal(mean1, sd1, 3000)

# رسم هیستوگرام
count, bins, _ = plt.hist(c, bins=100, density=True, alpha=0.5,
color='b')  # هیستوگرام با نرمال‌سازی و شفافیت

#bins برای رسم منحنی نرمال محاسبه نقاط میانی بین
bin_centers = 0.5 * (bins[1:] + bins[:-1])

# رسم منحنی نرمال
hist1 = norm1(mean1, sd1, bin_centers)
hist1.dist_curve()

# نمایش نمودار
plt.title('Histogram and Normal Distribution Curve')
plt.show()
```

$$f(x) = \frac{1}{2\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(x-5)^2}{2 \times 2^2}\right)$$

توزیع نرمال



$f(x) = 1 / (2 * \sqrt{2 * \pi}) * \exp(- (x - 5)^2 / 8)$

33

آزمون توزیع

$$\chi^2 = \sum \frac{(Fo-Fe)2}{Fe}$$

χ^2 : شاخص کای اسکویر

F_O : فراوانی مشاهده شده

F_e : فراوانی مورد انتظار می باشد

```
# محاسبه مقادیر پیش‌بینی شده برای توزیع نرمال
from scipy.stats import chisquare
expected_counts = np.array([
    3000 * (norm.cdf(bins[i + 1], mean1, sd1) - norm.cdf(bins[i], mean1, sd1))
    for i in range(len(bins) - 1) ])
#نرمال‌سازی مقادیر پیش‌بینی‌شده برای تطابق با مجموع مقادیر مشاهده‌شده
expected_counts *= count.sum() / expected_counts.sum()
#آزمون کای-دو برای بررسی تطابق داده‌ها با توزیع نرمال
chi_statistic, p_value = chisquare(f_obs=count, f_exp=expected_counts)
#نمایش نتایج آزمون کای-دو
print("Chi square test:", chi_statistic)
print("p value:", p_value)

#نتیجه‌گیری
alpha = 0.05  # سطح معناداری
if p_value > alpha:
    print("The data fit a normal distribution. P value>.05")
else:    print("The data  does not fit a normal distribution. P value<.05 ")
```

```
Chi square test: 0.23046991808461853
p value: 1.0
The data fit a normal distribution. P value>.05
```

34

آزمون توزیع

```
# لیست توزیع‌های مختلف برای برازش
from scipy.stats import chisquare, norm, expon, lognorm, gamma, beta, chi2
distributions = [norm, expon, lognorm, gamma, beta, chi2]
#تابع برای محاسبه معیار برازش (کای-دو) برای هر توزیع
def fit_distribution(data, bins):
    best_p_value = 0
    best_distribution = None
    best_params = None

    for distribution in distributions:
        params = distribution.fit(data)
        expected_counts = np.array([
            3000 * (distribution.cdf(bins[i + 1], *params) -
distribution.cdf(bins[i], *params))
            for i in range(len(bins) - 1)       ])
        expected_counts *= count.sum() / expected_counts.sum()  # نرمال‌سازی
    chi_stat, p_value = chisquare(f_obs=count, f_exp=expected_counts)
chi_stat, p_value = chisquare(f_obs=count, f_exp=expected_counts)
             print(f"{distribution.name} - p_value: {p_value}")
        if p_value > best_p_value:
            best_p_value = p_value
            best_distribution = distribution
            best_params = params
    return best_distribution, best_params, best_p_value
```


آزمون توزیع

```
#برازش توزیع‌های مختلف و انتخاب بهترین توزیع
best_distribution, best_params, best_p_value = fit_distribution(c,
bins)


#نمایش بهترین توزیع
print(f"\nBest fitting distribution: {best_distribution.name}")
print(f"Best parameters: {best_params}")
print(f"Best p-value: {best_p_value}")
```

```
norm - p_value: 1.0
expon - p_value: 1.0
C:\Users\ASUS\AppData\Local\Packages\PythonSoftwareFoundation.Python.3.12_qbz5n
istns.py:6617: RuntimeWarning: invalid value encountered in log
  lndata = np.log(data - loc)
lognorm - p_value: 1.0
gamma - p_value: 1.0
beta - p_value: 1.0
chi2 - p_value: 1.0

Best fitting distribution: norm
Best parameters: (np.float64(4.960499899240569), np.float64(2.018605804698402))
Best p-value: 1.0
```

تمرین برنامه نویسی

تمرین چهارم : یک برنامه به زبان پایتون بنویسید که n داده را بگیرد و توزیع آنها را تعیین کند

۱- خواندن داده ها از فایل اکسل

۲- تعیین پارامترهای تابع توزیع احتمال داده ها به روشهای ذیل

- نرمال
- نمایی
- لگاریتم نرمال
- گاما
- بتا
- کای دو

۳- با رسم هیستوگرام داده ها و توابع توزیع، تابع مناسبتر کدام است.

۴- با استفاده از کتابخانه scipy در برنامه، بهترین تابع توزیع احتمال را تعیین کنید

Adv. App. of AI and DT 37