۱- جواب کرانداری برای u(x,y) بیابید.(به روش تبدیلات فوریه)

$$\begin{cases} \nabla^2 = 0 & ; \forall\, x \in R, \forall y > 0 \\ \mathrm{u}(\mathrm{x}, 0) = \mathrm{h}(\mathrm{x}) & ; \forall \mathrm{x} \in \mathrm{R} \end{cases}$$

۲- با استفاده از تبدیل فوریه مناسب یا لاپلاس معادله زیر را حل کنید:

$$\frac{\partial \mathrm{W}}{\partial \mathrm{x}} + 2x \frac{\partial \mathrm{W}}{\partial \mathrm{t}} = 2x;\ x \geq 0, t \geq 0$$

$$W(x,t) = W(0,t) = 1$$

۳- مساله زیر را به کمک تبدیل فوریه کسینوسی حل کنید و جواب را تا حد امکان ساده کنید.

$$\frac{\partial u}{\partial \mathrm{t}} = \frac{\partial^2 u}{\partial \mathrm{x}^2} \quad ; \mathrm{x} \geq 0, \qquad \mathrm{t} > 0$$

$$u(x,0) = 0$$

$$\frac{\partial u}{\partial \mathrm{x}}(0,\mathrm{t}) = \mathrm{g}(\mathrm{t})$$

$$\lim_{x \to \infty} u(x,t) = 0 \quad ; \quad \lim_{x \to \infty} \frac{\partial u}{\partial \mathrm{x}}(x,t) = 0$$

۴- با تبدیل فوریه معادله زیر را حل کنید.

$$\frac{\partial u}{\partial t} - \frac{\partial^2 u}{\partial \mathrm{x}^2} = 0 \quad ; \mathrm{x} > 0, t > 0$$
$$u(0,t) = 0, u(x,0) = e^{-|x|} \quad ; x > 0$$

درس: ریاضیات مهندسی پیشرفته استاد: دکتر قاسم زاده

دوره: کارشناسی ارشد دانشکده عمران دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی

۵- با تبدیل لاپلاس معادله زیر را حل کنید

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \cos t \qquad ; t > 0, x > 0$$

$$u(x,0) = \frac{\partial u}{\partial t}(x,0) = u(0,t) = 0$$

$$\lim_{x\to\infty} \frac{\partial u}{\partial x}(x,t) = 0$$

۶- با تبدیل فوریه معادله زیر را حل کنید

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0 \quad ; -\infty < x < \infty \ , 0 < y < 1$$

$$u(x,0) = \begin{cases} 0 & ; x < 0 \\ e^{-ax} & ; x > 0 \end{cases}$$

$$u(x,1) = 0$$