

۱- مانده ی توابع ذیل را در نقاط نامعین آن ها محاسبه نمایید.

a)

$$\text{Residue} \left(z \cos\left(\frac{1}{z}\right) \right) =$$

b)

$$\text{Residue} \left(z^{-3} \csc(z^2) \right) =$$

c)

$$\text{Residue} \left(\frac{1}{z(z+2)^3} \right) =$$

۲- با استفاده از قضیه مانده ها ثابت کنید.

a)

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin x}{x(1+x^2)} dx = \pi \left(1 - \frac{1}{e}\right), \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\cos x}{x(1+x^2)} dx = 0$$

b)

$$\oint \frac{dz}{z} = 2\pi i \rightarrow \int_0^{2\pi} \frac{d\theta}{a^2 \cos^2 \theta + b^2 \sin^2 \theta} = \frac{2\pi}{ab}$$

۳- انتگرال های ذیل را محاسبه نمایید.

a)

$$\int_{|z|=1} \frac{\cos z}{z^3} dz =$$

b)

$$\int_0^{2\pi} \frac{d\varphi}{\sqrt{2} - \cos \varphi}$$

c)

$$\int_{|z|=1} \frac{1 - \cos z}{z^2} dz$$

d)

$$\int_0^{\infty} \frac{\cos x dx}{(x^2 + 4)^2}$$

4- انتگرال زیر را که در آن C بیضی $9x^2 + y^2 = 9$ است ، محاسبه کنید.

$$I = \oint \left(\frac{ze^{\pi z}}{(z^4 - 16)} + ze^{\frac{\pi}{z}} \right) dz$$