



**مقدمه**

- سنگ‌ها دارای ترک و حفراتی می‌باشند که توسط فازهای گوناگون سیال مانند آب، هوا و نفت اشباع شده‌اند. سیال حفره‌ای تأثیرات عمده‌ای بر رفتار مکانیکی توده سنگ دارد.
- سیال حفره‌ای سبب تغییر شکل در مقیاس ماکرو در سنگ می‌شود یا سبب می‌شود که حالت تنش به صفحه گسیختگی نزدیکتر شود. در نتیجه تغییر شکل سنگ با فشار سیال حفره‌ای توأم است.
- اغلب تحلیل‌ها در مسائل مکانیک سنگ و جریان آب زیرزمینی، توأم بودن رفتار مکانیکی و هیدرولوژی سنگ را در نظر نمی‌گیرد. در مهندسی نفت، ژئوفیزیک و هیدرولوژی، تحلیل‌ها با این فرض که سنگ متخلخل اما کاملاً صلب است انجام می‌پذیرد. بطور مشابه در مکانیک سنگ و خاک فرض می‌شود که فشار حفره‌ای را می‌توان مستقل از تغییر شکل مکانیکی سنگ محاسبه کرد.

Rock Mechanics

## مقدمه

- تغییر شکل اطراف گمانه‌ها، شکست هیدرولیکی گمانه‌ها و لغزش در امتداد گسل‌های فعال از جمله موارد بسیاری هستند که در آن نمی‌توان از توأم بودن تغییر شکل و فشار سیال حفره‌ای و جریان آن چشم پوشی کرد.
- تئوری مکانیک محیط‌های متخلخل برای اولین بار توسط بایوت در اواسط قرن بیستم برای در نظر گرفتن مسائل بیان شده ارائه گردید.

Rock Mechanics

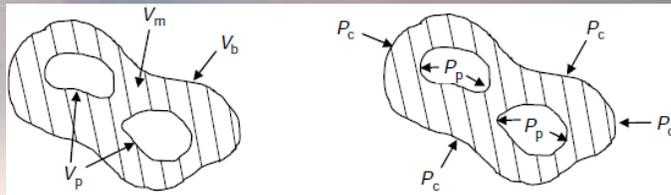
3

## قابلیت فشر دگی

- حجم کل سنگ را حجم بالک  $V_b$  می‌نامیم:

$$V_b = V_m + V_p$$

- که در آن  $V_m$  حجم قسمت جامد و  $V_p$  حجم حفرات است. یک سنگ متخلخل تحت نیروی خارجی نرمال بر سطح با بزرگی  $P_c$  و نیروی داخلی وارد بر دیواره حفرات  $P_p$  را مطابق شکل در نظر بگیرید.



- بدلیل آنکه سیال موجود در حفرات در حال استاتیکی قادر به تحمل تنش برشی نمی‌باشد، در نتیجه هیچ نیروی برشی سطحی به دیواره حفرات منتقل نمی‌شود.

Rock Mechanics

4

## قابلیت فشردگی

- نتیجه می شود که دو نوع فشار مستقل و دو نوع حجم وجود دارد پس در نتیجه ۴ قابلیت فشردگی می توان تعریف کرد. قابلیت فشردگی در سنگ متخلخل بیان کننده رابطه بین فشار وارد بر جسم و تغییر حجم است و بصورت زیر تعریف می شود:

$$C_{bc} = \frac{-1}{V_b^i} \left( \frac{\partial V_b}{\partial P_c} \right)$$

$$C_{bp} = \frac{1}{V_b^i} \left( \frac{\partial V_b}{\partial P_p} \right)$$

$$C_{pc} = \frac{-1}{V_p^i} \left( \frac{\partial V_p}{\partial P_c} \right)$$

$$C_{pp} = \frac{1}{V_p^i} \left( \frac{\partial V_p}{\partial P_p} \right)$$

- علامت  $i$  برای نشان دادن حجم در حالت اولیه و زمانی است که سنگ تحت تنش قرار ندارد.

Rock Mechanics

5

## قابلیت فشردگی

- نموکرنش بالک و کرنش حفرات را می توان بر اساس فشردگی سنگ متخلخل بصورت روبرو تعریف می شود:

$$d\varepsilon_b = \frac{-dV_b}{V_b^i} = C_{bc}dP_c - C_{bp}dP_p \quad d\varepsilon_p = \frac{-dV_p}{V_p^i} = C_{pc}dP_c - C_{pp}dP_p$$

- چهار پارامتر فشردگی وابسته به تنش می باشند به نحوی که با افزایش تنش، کاهش می یابند.
- $C_{bp}$  و  $C_{bc}$  نشان دهنده تغییر حجم بالک هستند و فشردگی بالک نام دارد. بعنوان مثال  $C_{bp}$  نشان دهنده تاثیر فشار سیال حفره ای بر حجم بالک می باشد که در محاسبات فرونشست کاربرد دارد.

Rock Mechanics

6

### قابلیت فشردگی

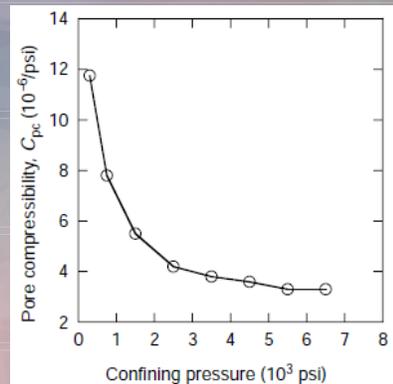
- $C_{pp}$  و  $C_{pc}$  نشان دهنده تاثیر تغییرات فشار بر حجم حفرات هستند و فشردگی حفرات نام دارد. بعنوان مثال  $C_{pp}$  در تحلیل مخازن کاربرد دارد و نشان دهنده حجم سیال حفره‌ای مازادی است که می‌تواند با افزایش فشار در حفرات قرار گیرد.
- رابطه  $C_{bc} = C_m + C_{pc}$  نیز برقرار است که در آن  $C_m$  فشردگی قسمت جامد سنگ است.

Rock Mechanics

7

### قابلیت فشردگی

- در شکل تغییرات پارامتر فشردگی  $C_{pc}$  در مقابل فشار محصور کننده  $P_c$  برای یک نمونه سنگ نشان داده شده است.



Rock Mechanics

8

## معادلات ساختاری

- همانطور که می‌دانیم روابط تنش - کرنش در سنگ غیر متخلخل بر حسب مدول برشی و ضریب پواسون بصورت زیر نوشته می‌شود:

$$\varepsilon_{xx} = \frac{1}{2G} \left[ \tau_{xx} - \frac{\nu}{(1+\nu)} (\tau_{xx} + \tau_{yy} + \tau_{zz}) \right],$$

$$\varepsilon_{yy} = \frac{1}{2G} \left[ \tau_{yy} - \frac{\nu}{(1+\nu)} (\tau_{xx} + \tau_{yy} + \tau_{zz}) \right],$$

$$\varepsilon_{zz} = \frac{1}{2G} \left[ \tau_{zz} - \frac{\nu}{(1+\nu)} (\tau_{xx} + \tau_{yy} + \tau_{zz}) \right],$$

$$\varepsilon_{xy} = \tau_{xy}/2G, \quad \varepsilon_{xz} = \tau_{xz}/2G, \quad \varepsilon_{yz} = \tau_{yz}/2G.$$

- که درای فرم ماتریسی زیر است:

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \frac{1}{2G} \boldsymbol{\tau} - \frac{\nu}{2G(1+\nu)} \text{trace}(\boldsymbol{\tau}) \mathbf{I}.$$

Rock Mechanics

9

## معادلات ساختاری

- اگر سنگ در مقیاس ماکرو کاملاً ایزوتروپ باشد، افزایش فشار حفره‌ای سبب افزایش حجم در سه جهت عمود برهم می‌شود. بدلیل آنکه کل مقدار کرنش بالک ناشی از فشار آب حفره‌ای برابر  $-C_{bp} P_p$  می‌باشد، ضریبی که کرنش را به فشار حفره‌ای مرتبط می‌کند  $-C_{bp}/3$  خواهد بود. در نتیجه اثر جمله  $-C_{bp} P_p / 3$  می‌بایست بر کرنش دیده شود:

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \frac{1}{2G} \boldsymbol{\tau} - \frac{\nu}{2G(1+\nu)} \text{trace}(\boldsymbol{\varepsilon}) \mathbf{I} - \frac{C_{bp}}{3} P_p \mathbf{I}.$$

- لازم به ذکر است که  $C_{bc} = 1/K_{bc} = 1/K$  و چون  $C_{bc} = C_m + C_{pc}$  رابطه فوق بشکل زیر بازنویسی می‌شود:

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \frac{1}{2G} \boldsymbol{\tau} - \frac{\nu}{2G(1+\nu)} \text{trace}(\boldsymbol{\varepsilon}) \mathbf{I} - \frac{\alpha}{3K} P_p \mathbf{I}, \quad \alpha = 1 - \frac{C_m}{C_{bc}} = 1 - \frac{K_{bc}}{K_m} = 1 - \frac{K}{K_m}.$$

Rock Mechanics

10

## معادلات ساختاری

- در روابط اخیر  $\alpha$  ضریب بایوت نام دارد و همواره کوچکتر از یک است.
- با معکوس کردن رابطه بدست آمده و انجام عملیات‌های ریاضی لازم، تنش‌ها بر حسب کرنش بدست می‌آیند:

$$\boldsymbol{\tau} - \alpha P_p \mathbf{I} = 2G \left[ \boldsymbol{\varepsilon} + \frac{\nu}{(1-2\nu)} \text{trace}(\boldsymbol{\varepsilon}) \mathbf{I} \right] = 2G\boldsymbol{\varepsilon} + \lambda \text{trace}(\boldsymbol{\varepsilon}) \mathbf{I},$$

$$\text{trace}(\boldsymbol{\varepsilon}) = \frac{(1-2\nu)}{2G(1+\nu)} \text{trace}(\boldsymbol{\tau}) - \frac{\alpha}{K} P_p, \quad \lambda = \frac{2G\nu}{(1-2\nu)}$$

- روابط  $\text{trace}(\boldsymbol{\varepsilon}) = \varepsilon_b$  و  $\text{trace}(\boldsymbol{\sigma}) = 3\sigma_m = 3P_c$  و  $2G(1+\nu) = 3K(1-2\nu)$  نیز برقرار می‌باشند پس در نتیجه:

$$\varepsilon_b = \frac{1}{K} (P_c - \alpha P_p) = C_{bc} (P_c - \alpha P_p).$$

Rock Mechanics

11

## معادلات ساختاری

- میتوان روابط را بصورت صریح با توجه به فرم ماتریسی بیان کرد:

$$\begin{aligned} \tau_{xx} - \alpha P_p &= 2G\varepsilon_{xx} + \lambda(\varepsilon_{xx} + \varepsilon_{yy} + \varepsilon_{zz}), \\ \tau_{yy} - \alpha P_p &= 2G\varepsilon_{yy} + \lambda(\varepsilon_{xx} + \varepsilon_{yy} + \varepsilon_{zz}), \\ \tau_{zz} - \alpha P_p &= 2G\varepsilon_{zz} + \lambda(\varepsilon_{xx} + \varepsilon_{yy} + \varepsilon_{zz}), \\ \tau_{xy} &= 2G\varepsilon_{xy}, \quad \tau_{xz} = 2G\varepsilon_{xz}, \quad \tau_{yz} = 2G\varepsilon_{yz}. \end{aligned}$$

- دقت شود که سمت چپ سه معادله اول در حقیقت تنش موثر است که بر حسب کرنش و ثوابت لامه ارائه شده است.
- می‌توان کرنش میانگین را با رابطه زیر به تنش میانگین مرتبط کرد:

$$\varepsilon_m = \frac{1}{3K} (\tau_m - \alpha P_p).$$

Rock Mechanics

12

## معادلات ساختاری

- یک ناحیه از سنگ با حجم بالک  $V_b$  که حفرات آن دارای سیالی با جرم  $m$  است را در نظر بگیرید. اگر چگالی سیال  $\rho_f$  باشد، حجم اشغال شده توسط آن  $m/\rho_f$  خواهد بود. اگر حفرات توسط سیال مورد نظر اشباع شده باشند، حجم آن برابر حجم حفرات  $V_p$  خواهد شد. در نتیجه نمو تغییر حجم حفرات توسط رابطه زیر بدست می آید:

$$dV_p = d(m/\rho_f) = \frac{dm}{\rho_f} - \frac{m d\rho_f}{\rho_f^2} = \frac{dm}{\rho_f} - \frac{m}{\rho_f} \frac{d\rho_f}{\rho_f}$$

چون  $\frac{d\rho_f}{\rho_f} = C_f dP_p$  پس می توان نوشت:

$$dV_p = \frac{dm}{\rho_f} - V_p C_f dP_p$$

که با تقسیم رابطه فوق بر حجم بالک حاصل می شود:

$$\frac{dV_p}{V_b} = \frac{1}{V_b} \frac{dm}{\rho_f} - \phi C_f dP_p$$

$$\phi = V_p/V_b$$

Rock Mechanics

13

## معادلات ساختاری

- بنابراین تغییر در میزان حجم سیال شامل دو قسمت می شود. قسمت اول بعلت ورود سیال جدید به ناحیه مورد نظر از سنگ (جمله اول رابطه قبل) و دومی بعلت فشردگی یا انبساط سیالی است که از قبل موجود بوده (جمله دوم رابطه قبل). جمله اول رابطه قبل که تغییر حجم بعلت انتقال جرم را بیان می کند را با  $d\zeta$  نشان می دهیم پس:

$$d\zeta \equiv \frac{1}{V_b} \frac{dm}{\rho} = \frac{dV_p}{V_b} + \phi C_f dP_p$$

- و با توجه به رابطه  $d\varepsilon_p = -dV_p/V_p = C_{pc} dP_c - C_{pp} dP_p$  داریم،

$$d\zeta = -\phi [C_{pc} dP_c - (C_{pp} + C_f) dP_p]$$

Rock Mechanics

14

## معادلات ساختاری

- با استفاده از رابطه اخیر می توان ضریب فشار حفره ای اعمال شده اسکمپتون را بدست آورد. در حالت زهکشی نشده می بایست  $d\zeta = 0$  پس داریم:

$$B = \left( \frac{dP_p}{dP_c} \right)_{d\zeta=0} = \frac{C_{pc}}{C_{pp} + C_f}$$

- با استفاده از روابط فشردگی و انتگرال گیری های لازم به دست می آید:

$$\zeta = -\frac{\alpha}{K} \left( P_c - \frac{1}{B} P_p \right)$$

- با استفاده از رابطه فوق و رابطه  $\varepsilon_b = \frac{1}{K} (P_c - \alpha P_p) = C_{bc} (P_c - \alpha P_p)$  که قبلا بدست آمده بود،  $P_c$  را از معادلات حذف کرده و خواهیم داشت:

$$P_p = \frac{BK}{\alpha(1 - \alpha B)} (\zeta + \alpha \varepsilon_b) \equiv M(\zeta + \alpha \varepsilon_b),$$

## معادلات ساختاری

- پارامتر  $M$  در رابطه اخیر مدول بایوت نام دارد. با استفاده از رابطه اخیر می توان نوشت:

$$\varepsilon_b = \frac{(1 - \alpha B)}{K} P_c - B\zeta$$

- رابطه فوق توأم بودن تغییر شکل با فشار سیال حفره ای را بخوبی نشان می دهد و شدت اثر آن وابسته به ضریب اسکمپتون  $B$  می باشد. در حالتی که  $B \rightarrow 0$  روابط به تنش نرمال متوسط و کرنش بالک در محیط غیر متخلخل تبدیل می شود.

## بارگذاری‌های مختلف

- آزمایش فشاری هیدرواستاتیک بدون غلاف (*Unjacketed hydrostatic compression*)

$$\tau_{xx} = \tau_{yy} = \tau_{zz} = P_p = P$$

$$\varepsilon_b = \frac{(1 - \alpha)P}{K} = \frac{P}{K_m}$$

- آزمایش تک محوره زهکشی شده بدون کرنش جانبی

$$\tau_{zz} > 0, \varepsilon_{xx} = \varepsilon_{yy} = P_p = 0$$

$$\varepsilon_{zz} = \frac{1}{\lambda + 2G} \tau_{zz}$$

Rock Mechanics

17

## بارگذاری‌های مختلف

- آزمایش تک محوره زهکشی نشده بدون کرنش جانبی

$$\tau_{zz} > 0, \varepsilon_{xx} = \varepsilon_{yy} = \zeta = 0$$

$$P_p = \alpha M \varepsilon_{zz} = \frac{BK}{1 - \alpha B} \varepsilon_{zz}$$

$$P_p = \frac{\alpha M}{(\lambda + 2G + \alpha^2 M)} \tau_{zz}$$

$$\tau_{zz} = (\lambda + 2G + \alpha^2 M) \varepsilon_{zz}$$

Rock Mechanics

18

## پارامترهای مختلف

	Ruhr sandstone	Tennessee marble	Charcoal granite	Berea sandstone	Westerly granite
$G$ (N/m <sup>2</sup> )	$1.3 \times 10^{10}$	$2.4 \times 10^{10}$	$1.9 \times 10^{10}$	$6.0 \times 10^9$	$1.5 \times 10^{10}$
$\nu$	0.12	0.25	0.27	0.20	0.25
$K$ (N/m <sup>2</sup> )	$1.3 \times 10^{10}$	$4.0 \times 10^{10}$	$3.5 \times 10^{10}$	$8.0 \times 10^9$	$2.5 \times 10^{10}$
$B$	0.88	0.51	0.55	0.62	0.85
$\alpha$	0.65	0.19	0.27	0.79	0.47
$K_s$ (N/m <sup>2</sup> )	$3.6 \times 10^{10}$	$5.0 \times 10^{10}$	$4.5 \times 10^{10}$	$3.6 \times 10^{10}$	$4.5 \times 10^{10}$
$\phi$	0.02	0.02	0.02	0.19	0.01