مقدمه

- سنگ‌ها دارای ترک و حفراتی می‌باشند که توسط فازهای گوناگون سیال مانند آب، هوا و نفت اشباع شده‌اند. سیال حفره‌ای تاثیرات عمده‌ای بر رفتار مکانیکی توده سنگ دارد.
- سیال حفره‌ای سبب تغییر شکل در مقیاس ماکرو در سنگ می‌شود یا سبب می‌شود که حالت تنش به صفحه گسیختگی نزدیکتر شود. در نتیجه تغییر شکل سنگ با فشار سیال حفره‌ای توأم است.
- اغلب تحلیل‌ها درمسائل مکانیک سنگ و جریان آب زیرزمینی، توأم بودن رفتار مکانیکی و هیدرولوژی سنگ را در نظر نمی‌گیرد. در مهندسی نفت، ژئوفیزیک و هیدرولوژی، تحلیل‌ها با این فرض که سنگ متخلخل اما کاملا صلب است انجام می‌پذیرد. بطور مشابه در مکانیک سنگ و خاک فرض می‌شود که فشار حفره‌ای را می‌توان مستقل از تغییر شکل مکانیکی سنگ محاسبه کرد.

Rock Mechanics 2

مقدمه

- تغییر شکل اطراف گمانه‌ها، شکست هیدرولیکی گمانه‌ها و لغزش در امتداد گسل‌های فعال از جمله موارد بسیاری هستند که در آن نمی‌توان از توأم بودن تغییرشکل و فشار سیال حفره‌ای و جریان آن چشم پوشی کرد.
- تئوری مکانیک محیط‌های متخلخل برای اولین بار توسط بایوت در اواسط قرن بیستم برای در نظر گرفتن مسائل بیان شده ارائه گردید.

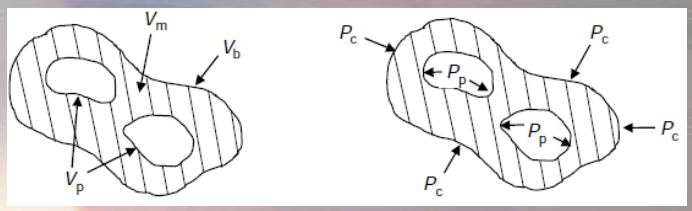
Rock Mechanics 3

قابلیت فشردگی

- حجم کل سنگ را حجم بالک V_b می‌نامیم:

$$V_b = V_m + V_p$$

- که در آن V_m حجم قسمت جامد و V_p حجم حفرات است. یک سنگ متخلخل تحت نیروی خارجی نرمال بر سطح با بزرگی P_c و نیروی داخلی وارد بر دیواره حفرات P_p را مطابق شکل در نظر بگیرید.



- بدلیل آنکه سیال موجود در حفرات در حال استاتیکی قادر به تحمل تنش برشی نمی‌باشد، در نتیجه هیچ نیروی برشی سطحی به دیواره حفرات منتقل نمی‌شود.

Rock Mechanics 4

قابلیت فشردگی

- نتیجه می‌شود که دو نوع فشار مستقل و دو نوع حجم وجود دارد پس در نتیجه ۴ قابلیت فشردگی می‌توان تعریف کرد. قابلیت فشردگی درسنگ متخلخل بیان کننده رابطه بین فشار وارد بر جسم و تغییر حجم است و بصورت زیر تعریف می‌شود:

$$C_{bc} = \frac{-1}{V_b^i}\left(\frac{\partial V_b}{\partial P_c}\right)$$

$$C_{bp} = \frac{1}{V_b^i}\left(\frac{\partial V_b}{\partial P_p}\right)$$

$$C_{pc} = \frac{-1}{V_p^i}\left(\frac{\partial V_p}{\partial P_c}\right)$$

$$C_{pp} = \frac{1}{V_p^i}\left(\frac{\partial V_p}{\partial P_p}\right)$$

- علامت i برای نشان دادن حجم در حالت اولیه و زمانی است که سنگ تحت تنش قرار ندارد.

Rock Mechanics 5

قابلیت فشردگی

- نموکرنش بالک و کرنش حفرات را می‌توان بر اساس فشردگی سنگ متخلخل بصورت روبروتعریف می‌شود :

$$d\varepsilon_b = \frac{-dV_b}{V_b^i} = C_{bc}dP_c - C_{bp}dP_p \qquad d\varepsilon_p = \frac{-dV_p}{V_p^i} = C_{pc}dP_c - C_{pp}dP_p$$

- چهار پارامتر فشردگی وابسته به تنش می‌باشند به نحوی که با افزایش تنش، کاهش می‌یابند.
- C_{bc} و C_{bp} نشان‌دهنده تغییرحجم بالک هستند و فشردگی بالک نام دارد. بعنوان مثال C_{bp} نشان دهنده تاثیر فشارسیال حفره‌ای بر حجم بالک می‌باشد که در محاسبات فرونشست کاربرد دارد.

Rock Mechanics 6

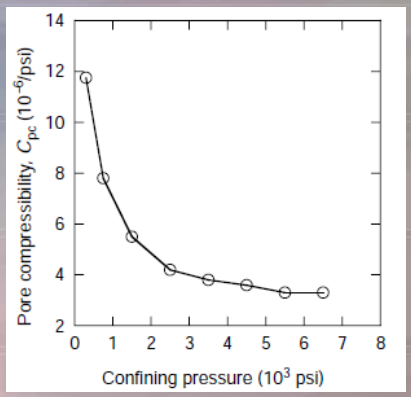
قابلیت فشردگی

- C_{pc} و C_{pp} نشان دهنده تاثیر تغییرات فشار بر حجم حفرات هستند و فشردگی حفرات نام دارد. بعنوان مثال C_{pp} در تحلیل مخازن کاربرد دارد و نشان‌دهنده حجم سیال حفره‌ای مازادی است که می‌تواند با افزایش فشار در حفرات قرار گیرد.
- رابطه $C_{bc} = C_m + C_{pc}$ نیز برقرار است که در آن C_m فشردگی قسمت جامد سنگ است.

Rock Mechanics 7

قابلیت فشردگی

- در شکل تغییرات پارامتر فشردگی C_{pc} در مقابل فشار محصور کننده P_c برای یک نمونه سنگ نشان داده شده است.



Rock Mechanics 8

معادلات ساختاری

- همانطور که می‌دانیم روابط تنش - کرنش در سنگ غیر متخلخل بر حسب مدول برشی و ضریب پواسون بصورت زیر نوشته می‌شود:

$$\varepsilon_{xx} = \frac{1}{2G}\left[\tau_{xx} - \frac{\nu}{(1+\nu)}(\tau_{xx}+\tau_{yy}+\tau_{zz})\right],$$
$$\varepsilon_{yy} = \frac{1}{2G}\left[\tau_{yy} - \frac{\nu}{(1+\nu)}(\tau_{xx}+\tau_{yy}+\tau_{zz})\right],$$
$$\varepsilon_{zz} = \frac{1}{2G}\left[\tau_{zz} - \frac{\nu}{(1+\nu)}(\tau_{xx}+\tau_{yy}+\tau_{zz})\right],$$
$$\varepsilon_{xy} = \tau_{xy}/2G, \quad \varepsilon_{xz} = \tau_{xz}/2G, \quad \varepsilon_{yz} = \tau_{yz}/2G.$$

- که دارای فرم ماتریسی زیر است:

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \frac{1}{2G}\boldsymbol{\tau} - \frac{\nu}{2G(1+\nu)}\mathrm{trace}(\boldsymbol{\tau})\mathbf{I}.$$

Rock Mechanics 9

معادلات ساختاری

- اگر سنگ در مقیاس ماکرو کاملا ایزوتروپ باشد، افزایش فشار حفره‌ای سبب افزایش حجم در سه جهت عمود برهم می‌شود. بدلیل آنکه کل مقدار کرنش بالک ناشی از فشار آب حفره‌ای برابر $-C_{bp}P_p$ می‌باشد، ضریبی که کرنش را به فشار حفره‌ای مرتبط می کند $-C_{bp}/3$ خواهد بود. در نتیجه اثر جمله $-C_{bp}P_p/3$ می‌بایست بر کرنش دیده شود:

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \frac{1}{2G}\boldsymbol{\tau} - \frac{\nu}{2G(1+\nu)}\mathrm{trace}(\boldsymbol{\varepsilon})\mathbf{I} - \frac{C_{bp}}{3}P_p\mathbf{I}.$$

- لازم به ذکر است که $C_{bc} = 1/K_{bc} = 1/K$ و چون $C_{bc} = C_m + C_{pc}$ رابطه فوق بشکل زیر بازنویسی می‌شود:

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \frac{1}{2G}\boldsymbol{\tau} - \frac{\nu}{2G(1+\nu)}\mathrm{trace}(\boldsymbol{\varepsilon})\mathbf{I} - \frac{\alpha}{3K}P_p\mathbf{I},$$

$$\alpha = 1 - \frac{C_m}{C_{bc}} = 1 - \frac{K_{bc}}{K_m} = 1 - \frac{K}{K_m}.$$

Rock Mechanics 10

معادلات ساختاری

- در روابط اخیر α ضریب بایوت نام دارد و همواره کوچکتر از یک است.
- با معکوس کردن رابطه بدست آمده و انجام عملیات‌های ریاضی لازم، تنش‌ها بر حسب کرنش بدست می‌آیند:

$$\boldsymbol{\tau} - \alpha P_{\mathrm{p}}\mathbf{I} = 2G\left[\boldsymbol{\varepsilon} + \frac{\nu}{(1-2\nu)}\mathrm{trace}(\boldsymbol{\varepsilon})\mathbf{I}\right] = 2G\boldsymbol{\varepsilon} + \lambda\mathrm{trace}(\boldsymbol{\varepsilon})\mathbf{I},$$

$$\mathrm{trace}(\boldsymbol{\varepsilon}) = \frac{(1-2\nu)}{2G(1+\nu)}\mathrm{trace}(\boldsymbol{\tau}) - \frac{\alpha}{K}P_{\mathrm{p}}. \qquad \lambda = \frac{2G\nu}{(1-2\nu)}$$

- روابط $\mathrm{trace}(\varepsilon) = \varepsilon_{\mathrm{b}}$ و $\mathrm{trace}(\sigma) = 3\sigma_{\mathrm{m}} = 3P_c$ و $2G(1+\upsilon) = 3K(1-2\upsilon)$ نیز برقرار می‌باشند پس در نتیجه:

$$\varepsilon_{\mathrm{b}} = \frac{1}{K}(P_{\mathrm{c}} - \alpha P_{\mathrm{p}}) = C_{\mathrm{bc}}(P_{\mathrm{c}} - \alpha P_{\mathrm{p}}).$$

Rock Mechanics 11

معادلات ساختاری

- میتوان روابط را بصورت صریح با توجه به فرم ماتریسی بیان کرد:

$$\begin{aligned}
\tau_{xx} - \alpha P_{\mathrm{p}} &= 2G\varepsilon_{xx} + \lambda(\varepsilon_{xx} + \varepsilon_{yy} + \varepsilon_{zz}),\\
\tau_{yy} - \alpha P_{\mathrm{p}} &= 2G\varepsilon_{yy} + \lambda(\varepsilon_{xx} + \varepsilon_{yy} + \varepsilon_{zz}),\\
\tau_{zz} - \alpha P_{\mathrm{p}} &= 2G\varepsilon_{zz} + \lambda(\varepsilon_{xx} + \varepsilon_{yy} + \varepsilon_{zz}),\\
\tau_{xy} &= 2G\varepsilon_{xy}, \quad \tau_{xz} = 2G\varepsilon_{xz}, \quad \tau_{yz} = 2G\varepsilon_{yz}.
\end{aligned}$$

- دقت شود که سمت چپ سه معادله اول در حقیقت تنش موثراست که بر حسب کرنش و ثوابت لامه ارائه شده است.
- می‌توان کرنش میانگین را با رابطه زیر به تنش میانگین مرتبط کرد:

$$\varepsilon_{\mathrm{m}} = \frac{1}{3K}(\tau_{\mathrm{m}} - \alpha P_{\mathrm{p}}).$$

Rock Mechanics 12

معادلات ساختاری

- یک ناحیه از سنگ با حجم بالک V_b که حفرات آن دارای سیالی با جرم m است را در نظر بگیرید.اگر چگالی سیال ρ_f باشد، حجم اشغال شده توسط آن m/ρ_f خواهد بود. اگر حفرات توسط سیال مورد نظر اشباع شده باشند، حجم آن برابر حجم حفرات V_p خواهد شد .

در نتیجه نمو تغییر حجم حفرات توسط را بطه زیر بدست می‌آید:

$$dV_p = d(m/\rho_f) = \frac{dm}{\rho_f} - \frac{m d\rho}{\rho_f^2} = \frac{dm}{\rho_f} - \frac{m}{\rho_f}\frac{d\rho_f}{\rho_f}.$$

چون $\frac{d\rho_f}{\rho_f} = C_f\, dP_p$ پس می‌توان نوشت:

$$dV_p = \frac{dm}{\rho_f} - V_p C_f dP_p.$$

که با تقسیم رابطه فوق بر حجم بالک حاصل می‌شود:

$$\frac{dV_p}{V_b} = \frac{1}{V_b}\frac{dm}{\rho_f} - \phi C_f dP_p. \qquad \phi = V_p/V_b,$$

Rock Mechanics 13

معادلات ساختاری

- بنابرین تغییر در میزان حجم سیال شامل دو قسمت می‌شود. قسمت اول بعلت ورود سیال جدید به ناحیه مورد نظر از سنگ (جمله اول رابطه قبل) و دومی بعلت فشردگی یا انبساط سیالی است که از قبل موجود بوده (جمله دوم رابطه قبل). جمله اول رابطه قبل که تغییر حجم بعلت انتقال جرم را بیان می‌کند را با $d\zeta$ نشان می‌دهیم پس:

$$d\zeta \equiv \frac{1}{V_b}\frac{dm}{\rho} = \frac{dV_p}{V_b} + \phi C_f dP_p.$$

- و با توجه به رابطه $d\varepsilon_p = -dV_p / V_p^i = C_{pc}dP_c - C_{pp}dP_p$ که قبلا بیان شد، داریم:

$$d\zeta = -\phi[C_{pc}dP_c - (C_{pp} + C_f)dP_p].$$

Rock Mechanics 14

معادلات ساختاری

- با استفاده از رابطه اخیر می‌توان ضریب فشار حفره‌ای اعمال شده اسکمپتون را بدست آورد. در حالت زهکشی نشده می‌بایست $d\zeta = 0$ پس داریم:

$$B = \left(\frac{dP_p}{dP_c}\right)_{d\zeta=0} = \frac{C_{pc}}{C_{pp} + C_f}.$$

- با استفاده از روابط فشردگی و انتگرال‌گیری‌های لازم به دست می‌آید:

$$\zeta = -\frac{\alpha}{K}\left(P_c - \frac{1}{B}P_p\right).$$

- با استفاده از رابطه فوق و رابطه $\varepsilon_b = \frac{1}{K}(P_c - \alpha P_p) = C_{bc}(P_c - \alpha P_p)$ که قبلا بدست آمده بود، P_c را از معادلات حذف کرده وخواهیم داشت:

$$P_p = \frac{BK}{\alpha(1-\alpha B)}(\zeta + \alpha\varepsilon_b) \equiv M(\zeta + \alpha\varepsilon_b),$$

Rock Mechanics 15

معادلات ساختاری

- پارامتر M در رابطه اخیر مدول بایوت نام دارد. با استفاده از رابطه اخیر می‌توان نوشت:

$$\varepsilon_b = \frac{(1-\alpha B)}{K}P_c - B\zeta.$$

- رابطه فوق توأم بودن تغییر شکل با فشار سیال حفره‌ای را بخوبی نشان می‌دهد و شدت اثر آن وابسته به ضریب اسکمپتون B می‌باشد. در حالتی که $B \to 0$ روابط به تنش نرمال متوسط و کرنش بالک در محیط غیر متخلخل تبدیل می‌شود.

Rock Mechanics 16

بارگذاری‌های مختلف

- آزمایش فشاری هیدرواستاتیک بدون غلاف (*Unjacketed hydrostatic compression*)

$$\tau_{xx} = \tau_{yy} = \tau_{zz} = P_p = P$$

$$\varepsilon_b = \frac{(1-\alpha)P}{K} = \frac{P}{K_m}.$$

- آزمایش تک محوره زهکشی شده بدون کرنش جانبی

$$\tau_{zz} > 0, \ \varepsilon_{xx} = \varepsilon_{yy} = P_p = 0$$

$$\varepsilon_{zz} = \frac{1}{\lambda + 2G}\tau_{zz}.$$

Rock Mechanics 17

بارگذاری‌های مختلف

- آزمایش تک محوره زهکشی نشده بدون کرنش جانبی

$$\tau_{zz} > 0, \ \varepsilon_{xx} = \varepsilon_{yy} = \zeta = 0$$

$$P_p = \alpha M \varepsilon_{zz} = \frac{BK}{1-\alpha B}\varepsilon_{zz},$$

$$P_p = \frac{\alpha M}{(\lambda + 2G + \alpha^2 M)}\tau_{zz}.$$

$$\tau_{zz} = (\lambda + 2G + \alpha^2 M)\varepsilon_{zz}.$$

Rock Mechanics 18

پارامترهای مختلف

	Ruhr sandstone	Tennessee marble	Charcoal granite	Berea sandstone	Westerly granite
G (N/m^2)	1.3×10^{10}	2.4×10^{10}	1.9×10^{10}	6.0×10^{9}	1.5×10^{10}
ν	0.12	0.25	0.27	0.20	0.25
K (N/m^2)	1.3×10^{10}	4.0×10^{10}	3.5×10^{10}	8.0×10^{9}	2.5×10^{10}
B	0.88	0.51	0.55	0.62	0.85
α	0.65	0.19	0.27	0.79	0.47
K_s (N/m^2)	3.6×10^{10}	5.0×10^{10}	4.5×10^{10}	3.6×10^{10}	4.5×10^{10}
ϕ	0.02	0.02	0.02	0.19	0.01

Rock Mechanics 19