دینامیک خاک

Soil dynamics

انتشار امواج در یک بعد(کاربرد)

Hasan Ghasemzadeh

http://sahand.kntu.ac.ir/~ghasemzadeh/index.html

انتشار امواج در یک بعد

انتشار امواج درشمع

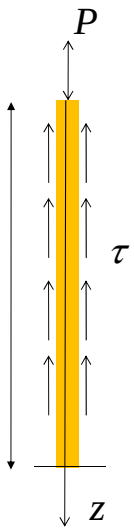
انتشار امواج در یک لایه خاک

انتشار امواج در مواد گیبسون

Dr. Hasan Ghasemzadeh

گسترش موج در شمع

اصطکاک جانبی τ در محیط شمع C



$$EA\frac{\partial^2 u}{\partial z^2} - C\tau = \rho A\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}$$

$$\tau = k_s u \qquad k_s = E_{soil}/D_{pile}$$

$$\Rightarrow \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} - \frac{u}{H^2} = \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \qquad c^2 = \frac{E}{\rho} \qquad H^2 = \frac{EA}{k_s C}$$ طول مشخصه

شرایط مرزی

$$z = 0, t > 0 \qquad F = \sigma A = E\frac{\partial u}{\partial z}A = -P\sin(\omega t)$$

$$z = l, u_0 = 0$$

$$u = Z(z)T(t)$$

گسترش موج در شمع

جواب

$$u = \frac{PH}{EA\alpha}\frac{\sinh\left(\alpha(l-z)/H\right)}{\cosh\left(\alpha l/H\right)}\sin(\omega t) \qquad \alpha = \sqrt{1-\omega^2 H^2/c^2}$$

$$z = 0 \ , u_{top} = \frac{P}{k}\sin(\omega t)$$

سختی شمع بدون اصطکاک $k = \frac{EA}{l}$

سختی شمع با اصطکاک $k = \frac{EA}{l}\frac{\alpha l/H}{\tanh\left(\alpha l/H\right)}$

$$\frac{\omega H}{c} > 1 \Rightarrow \alpha = i\beta, \beta = \sqrt{\omega^2 H^2/c^2 - 1} \qquad \Rightarrow k = \frac{EA}{l}\frac{\beta l/H}{\tan\left(\beta l/H\right)}$$

$$\omega^2 H^2/c^2 = 1 \Rightarrow \qquad k = 0$$ رزونانس

گسترش موج در شمع

$$H^2 = \frac{EA}{k_s C} = \frac{E_c \pi D^2/4}{(E_s/D)(\pi D)} = \frac{E_c D^2}{4E_s}$$

مثال : شمع دایره‌ای به قطر D در یک خاک نرم

$$\frac{E_c}{E_s} = 1000$$

خاک نرم

$$D = 0.6$$

با فرض:

$$c = \sqrt{E/\rho} \approx 3000 \text{m/s}$$

$$\frac{\omega H}{c} = \frac{\omega * 10}{3000} = \frac{\omega}{300} < 1$$

بجز در فرکانس های بالا

$\omega = 1$ Rad/s در بارگذاری باد و موج آب فرکانس برابر است با

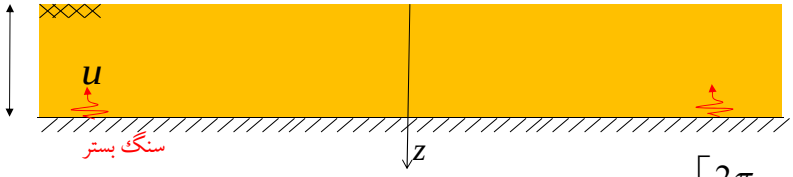
$$\frac{\omega}{300} = \frac{1}{300} << 1 \Rightarrow \alpha = \sqrt{1 - \omega^2 H^2 / c^2} \approx 1$$

پاسخ شمع استاتیکی است

در حالت کوبیدن شمع و حرکت قطار سریع السیر فرکانس زیاد است و بار گذاری دینامیکی است

Dr. Hasan Ghasemzadeh

گسترش موج زلزله در لایه خاک



اثر زلزله

$$u = u_0 \sin[\omega(t - x/c_2)] = u_0 \sin[\omega t - \lambda_2 x] = u_0 \sin\left[\frac{2\pi}{T}t - \frac{2\pi}{l_2}x\right]$$

u تغییر مکان جانبی در سطح سنگ دامنه u_0

ω عدد موج مربوط به λ_2

طول موج l_2

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \quad \lambda_2 = \frac{2\pi}{l_2} \quad c_2 = \sqrt{G/\rho}$$

$$G = 10GPa = 10^{10} N/m^2 \text{ or } kg/ms^2$$

برای سنگ

$$\rho = 2500 \ kg/m^3$$

$$\Rightarrow c_2 = 2000 m/s$$

$T = 0.1 \sim 0.5$ s پریود غالب زلزله

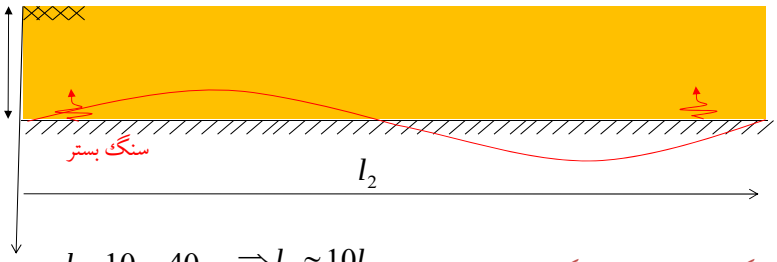
فرکانس زلزله

$$T = 0.2 \text{ s} \Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{0.2} \approx 30 \text{ Rad.s}^{-1}$$

$$\lambda_2 = \frac{\omega}{c_2} = \frac{30}{2000} = 0.015 m^{-1} \qquad l_2 = \frac{2\pi}{\lambda_2} = \frac{2\pi}{0.015} = 400m$$

Dr. Hasan Ghasemzadeh

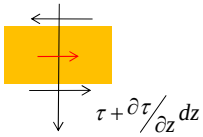
گسترش موج زلزله در لایه خاک



$$l = 10 \sim 40 \quad \Rightarrow l_2 \approx 10l$$

$$u = f(z)\sin\left[\omega(t - x/c_2)\right]$$

تغییر مکان قائم یکسان است پس موج یک بعدی بوده و فرض می شود



$$\frac{\partial \tau}{\partial z} = \rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}$$

$$\tau = G\gamma = G\left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial v}{\partial x}\right)$$

الاستیسیته

Dr. Hasan Ghasemzadeh

گسترش موج زلزله در لایه خاک

$$\frac{\partial u}{\partial z} >> \frac{\partial v}{\partial x} \qquad \Rightarrow \tau = G\left(\frac{\partial u}{\partial z}\right)$$

معادله حرکت معادله موج پیچشی (برشی) را نشان می دهد

$$\frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \qquad c^2 = \frac{G}{\rho}$$

معادله حرکت معادله موج برشی مشخصات حرکت اسکلت خاک را نشان می دهد زیرا آب برش تحمل نمی کند

Dr. Hasan Ghasemzadeh

گسترش موج زلزله در لایه خاک

الف – لایه خاک بدون بارگذاری

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = c^2 \frac{\partial^2 u}{\partial z^2}$$

شرایط مرزی $\begin{cases} z = 0, t > 0 & u_x = 0 \\ z = h, t > 0 & u = u_0 \sin\left[\omega(t - x/c_2)\right] \end{cases}$ انتهای آزاد

جواب

$$u = u_0 \frac{\cos(\omega z / c)}{\cos(\omega h / c)} \sin\left[\omega(t - x/c_2)\right]$$

دامنه تغییر مکان افقی در لایه بالای خاک

$$z = 0, \sin\left[\omega(t - x/c_2)\right] = 1 \quad \Rightarrow u_{top} = u_0 \frac{1}{\cos(\omega h / c)}$$

Dr. Hasan Ghasemzadeh

گسترش موج زلزله در لایه خاک

رزونانس

$$u_{top} = \infty \quad \Rightarrow \omega h / c = \pi / 2 \quad \Rightarrow \omega = \pi c / 2h$$

کوچکترین فرکانس رزونانس $\omega_1 = 1.571 c / h, \quad T_1 = 4h / c$

زمان عبور موج از لایه خاک h / c

اگر پریود ارتعاش چهار برابر زمان عبور موج از لایه خاک باشد تشدید داریم که ناشی از حرکت موج بسمت بالا وانعکاس آن در سطح و در سطح سنگ می باشد

در خاک خشک

ضریب فشردگی $C_{sand} = 250 \sim 2500$, $C_{clay} = 100 \sim 1000$

$$G \approx 0.5 C \sigma_v$$

$$\sigma_v = 1/2\, \gamma h$$

$$c = \sqrt{\frac{G}{\rho}} \quad \Rightarrow c = 1/2 \sqrt{Cgh}$$

Dr. Hasan Ghasemzadeh

گسترش موج زلزله در لایه خاک

در ماسه خشک

$$C_{sand}=1000,\ h=10m \Rightarrow c=1/2\sqrt{Cgh}=150m/s$$

از سرعت موج در سنگ ۱۰ برابر کمتر است

کوچکترین فرکانس رزونانس

$$\omega_1=1.571c/h=1.571*150/10\approx 25 \quad \text{Rad/s}$$

که به فرکانس زلزله (۳۰) نزدیک است البته میرایی در نظر گرفته نشده است

Dr. Hasan Ghasemzadeh

گسترش موج زلزله در لایه خاک

ب – لایه خاک با بارگذاری سطحی

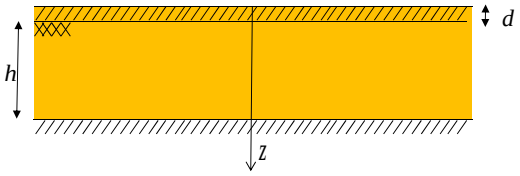
$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}=c^2\frac{\partial^2 u}{\partial z^2}$$

شرایط مرزی

$$z=0,t>0 \qquad \rho\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}=\tau=G\frac{\partial u}{\partial z}$$

$$z=h,t>0 \qquad u=u_0\sin\left[\omega(t-x/c_2)\right]$$

تنش برشی اعمال شده با لایه ای از خاک به عمق d مدل شده است



جواب

$$\frac{u}{u_0}=\frac{\cos(\omega z/c)-(\omega d/c)\sin(\omega d/c)}{\cos(\omega h/c)-(\omega d/c)\sin(\omega h/c)}\sin\left[\omega(t-x/c_2)\right]$$

Dr. Hasan Ghasemzadeh

گسترش موج زلزله در لایه خاک

دامنه تغییر مکان افقی در لایه بالای خاک

$$z=0,\ \sin\left[\omega(t-x/c_2)\right]=1 \Rightarrow \frac{u_{top}}{u_0}=\frac{1}{\cos(\omega h/c)-(\omega d/c)\sin(\omega h/c)}$$

مثال : خاک ماسه ای

$$c=300\ \text{m/s} \quad h=20\ \text{m} \quad \omega=30\ \text{s}^{-1} \quad d=2\ \text{m} \Rightarrow \frac{u_{top}}{u_0}=?$$

$$\omega h/c=\frac{30*20}{300}=2 \qquad \omega d/c=\frac{30*2}{300}=0.2$$

$$\Rightarrow \frac{u_{top}}{u_0}=\frac{1}{\cos(\omega h/c)-(\omega d/c)\sin(\omega h/c)}=1.67$$

رزونانس

$$\cos(\omega h/c)-(\omega d/c)\sin(\omega h/c)=0 \Rightarrow \omega_1 d/c=\cot(\omega_1 h/c)$$

Dr. Hasan Ghasemzadeh

گسترش موج زلزله در لایه خاک

موج برشی در مواد گیبسون Gibson

سختی خاک با افزایش تنش موثر (عمق) افزایش می یابد این نوع مواد به نام گیبسون معروف است

$$G=G_0\frac{z}{h}$$

$$\rho\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}=\frac{\partial \tau}{\partial z}=\frac{\partial}{\partial z}\left(G\frac{\partial u}{\partial z}\right)$$

$$\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}=\frac{z}{h}\frac{\partial^2 u}{\partial z^2}+\frac{1}{h}\frac{\partial u}{\partial z} \qquad c^2=\frac{G_0}{\rho}$$

جواب

$$u(z,t)=f(z)\sin\left[\omega(t-x/c)\right]$$

جایگذاری در معادله

$$\frac{d^2 f}{dz^2}+\frac{1}{z}\frac{df}{dz}+\frac{\omega^2 h}{c^2 z}f=0$$

$$f=AJ_0(2\omega\sqrt{zh}/c)+BY_0(2\omega\sqrt{zh}/c)$$

$J_0(x)$ Bessel functions of order zero of the first kind

$Y_0(x)$Bessel functions of order zero of the second kind

Dr. Hasan Ghasemzadeh

گسترش موج زلزله در لایه خاک

موج برشی در مواد گیبسون Gibson

شرایط مرزی

$$z=0, t>0 \quad \tau=0 \quad \Rightarrow B=0$$

$$z=h \quad u=u_0 \sin\left[\omega(t-x/c_2)\right] \quad \Rightarrow A=\frac{u_0}{J_0(2\omega h/c)}$$

جواب

$$u=u_0\frac{J_0\left(2\omega\sqrt{zh}/c\right)}{J_0\left(2\omega h/c\right)}\sin\left[\omega(t-x/c_2)\right]$$

$$u_{top}=\frac{u_0}{J_0(2\omega h/c)}>u_{bot}$$

$$J_0=0 \quad (x=2.405) \quad \Rightarrow \omega_1=1.202c/h \;, \mathrm{T}_1=5.22h/c$$

ω_1 ۲۳٪ از کوچکترین فرکانس رزونانس در حالت مدول برشی ثابت کمتر است

Dr. Hasan Ghasemzadeh

میرایی هیسترزیس

این میرایی سبب کاهش قابل ملاحظه در تغییر مکان سطح خاک می شود

$$\frac{\partial\tau}{\partial z}=\rho\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}$$

$$\tau=G\gamma+Gt_r\frac{\partial\gamma}{\partial t}=G\frac{\partial u}{\partial z}+Gt_r\frac{\partial^2 u}{\partial t\partial z}$$

زمان پاسخ ماده میرایی به سختی سیستم $t_r=C/k$

فنر موثر $t\approx 4t_r$

میراگر موثر $t<t_r$

نسبت میرایی در خاک $\lambda_h=\zeta=\frac{\omega t_r}{2}=\frac{\omega C}{2k}$

$$\tau=G\frac{\partial u}{\partial z}+2G\left(\frac{\zeta}{\omega}\right)\frac{\partial^2 u}{\partial t\partial z}$$

$$\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}=\frac{\partial^2 u}{\partial z^2}+\frac{2\zeta}{\omega}\frac{\partial^2 u}{\partial t\partial z}$$

فرض جواب $u=f(z)\sin\left[\omega(t-x/c_2)\right]+g(z)\cos\left[\omega(t-x/c_2)\right]$

Dr. Hasan Ghasemzadeh

میرایی هیسترزیس

$$\frac{d^2 f}{dz^2}+\frac{\omega^2}{c^2} f-2\zeta\frac{d^2 g}{dz^2}=0$$
$$\frac{d^2 g}{dz^2}+\frac{\omega^2}{c^2} g-2\zeta\frac{d^2 f}{dz^2}=0$$

جایگذاری جواب در معادله

$$f = A_1 \exp[(p+iq)z] + A_2 \exp[(p-iq)z] + A_3 \exp[-(p+iq)z] + A_4 \exp[-(p-iq)z],$$
$$g = -iA_1 \exp[(p+iq)z] + iA_2 \exp[(p-iq)z] - iA_3 \exp[-(p+iq)z] + iA_4 \exp[-(p-iq)z],$$

$$p = r\sin\varphi \qquad q = r\cos\varphi$$
$$\varphi = \tfrac{1}{2}\arctan(2\zeta) \qquad r = \sqrt[4]{\frac{\omega^4/c^4}{1+4\zeta^2}}$$
$$\zeta = 0 \Rightarrow p = 0 \quad q = \omega/c$$

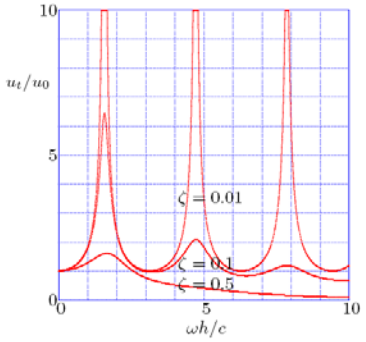
از شرایط مرزی A_1, A_2, A_3, A_4

میرایی هیسترزیس

الف – لایه خاک بدون بارگذاری

شرایط مرزی

$$z = 0, t > 0 \qquad \tau = 0$$
$$z = h \quad u = u_0 \sin\left[\omega(t - x/c_2)\right] \Rightarrow A_1, A_2, A_3, A_4$$



$$\frac{u_{top}}{u_0} = \frac{1}{\sqrt{A}} \qquad A = \cosh^2(ph) - \sinh^2(qh)$$

۱- فرکانس کم
تغییر مکان بالا و پایین لایه برابر است $\omega h/c \to 0$

۲- میرایی کم
تغییر مکان زیاد $\zeta \to 0 \quad \omega h/c = \pi/2, 3\pi/2, \ldots$

۳- با افزایش میرایی تغییر مکانها به شدت کم می شود

۴- $\zeta << 1 \Rightarrow \quad \frac{u_{top}}{u_0} = \frac{1}{\sqrt{(\omega h/c\,\zeta)^2 + \cos^2(\omega h/c)}}$

$$\omega h/c = \pi/2 \qquad \frac{u_{top}}{u_0} = \frac{2}{\pi\zeta}$$

$$\zeta = 0.1 \Rightarrow \quad \frac{u_{top}}{u_0} = \frac{2}{\pi * 0.1} = 6.366$$

میرایی هیسترزیس

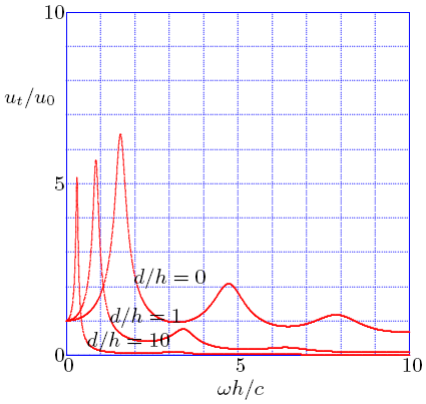
ب – لایه خاک با بارگذاری سطحی

شرایط مرزی

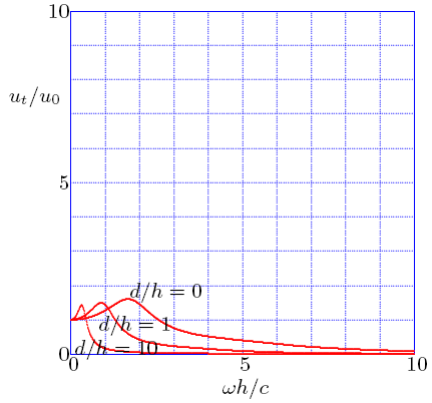
$$z = 0, t > 0 \qquad \tau = \rho d \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}$$

$$z = h \quad u = u_0 \sin\left[\omega(t - x/c_2)\right]$$

با افزایش بار سطحی و یا میرایی
تغییر مکانهای سطح خاک کم می شود



$\zeta = 0.1$



$\zeta = 0.5$

Dr. Hasan Ghasemzadeh

انتشار امواج در محیط الاستیک

انتشار امواج درمیله با طول نامحدود
انتشار امواج درمیله با طول محدود
انتشار امواج درشمع
انتشار امواج در یک لایه خاک
انتشار امواج در نیم فضای الاستیک

Dr. Hasan Ghasemzadeh