پی مرتعش
شمع تحت بار محوری

Hasan Ghasemzadeh

کاربرد

پی سطحی

پی عمیق

پی مرتعش

اگر ظرفیت باربری پی جواب ندهد می‌توان از شمع استفاده نمود:

انواع شمع :

شمع اتکایی (End-bearing piles) :

این شمع‌ها در لایه‌های خاک نرم نفوذ کرده و متکی بر لایه خاک سخت یا سنگ بستر (بخش صلب) هستند.

شمع اصطکاکی (Friction piles):

این شمع‌ها بر لایه صلب اتکا ندارند و بوسیله اصطکاک ایجاد شده بین پوسته شمع با خاک اطراف عمل می کنند

رفتار بر اساس دامنه‌های ارتعاشی کوچک بیان می‌شود

شمع اتکایی تحت ارتعاش قائم

فرکانس طبیعی شمع اتکایی

$$f_n = \omega_n / 2\pi$$

در دامنه ارتعاش کم شمع مقابل مشابه میله یک سر گیردار و یک سر آزاد عمل می کند

$$\omega_n = \frac{\pi}{2L} v_{c(p)}$$

۱- سربار ناچیز است

ω_n فرکانس طبیعی زاویه ای

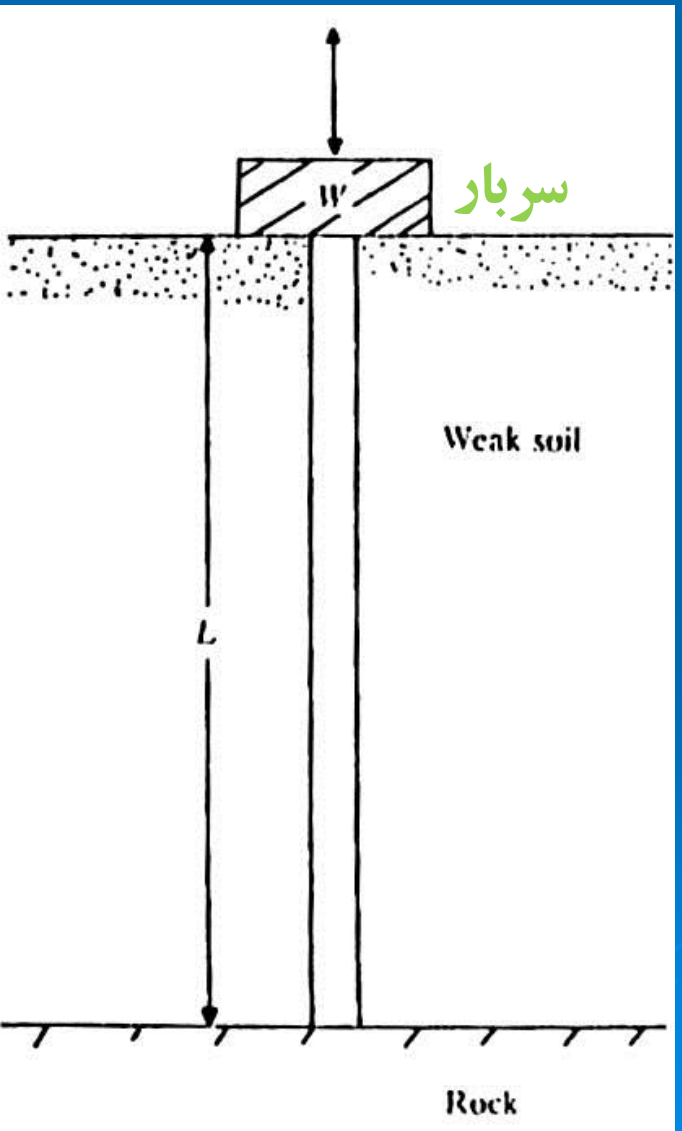
$v_{c(p)} = \sqrt{E_p / \rho_p}$ سرعت موج در شمع

E_p ضریب کشسانی

ρ_p چگالی مصالح شمع

$$\omega_n = \sqrt{\frac{E_p g}{L \sigma_0}}$$

۲- وزن شمع ناچیز است



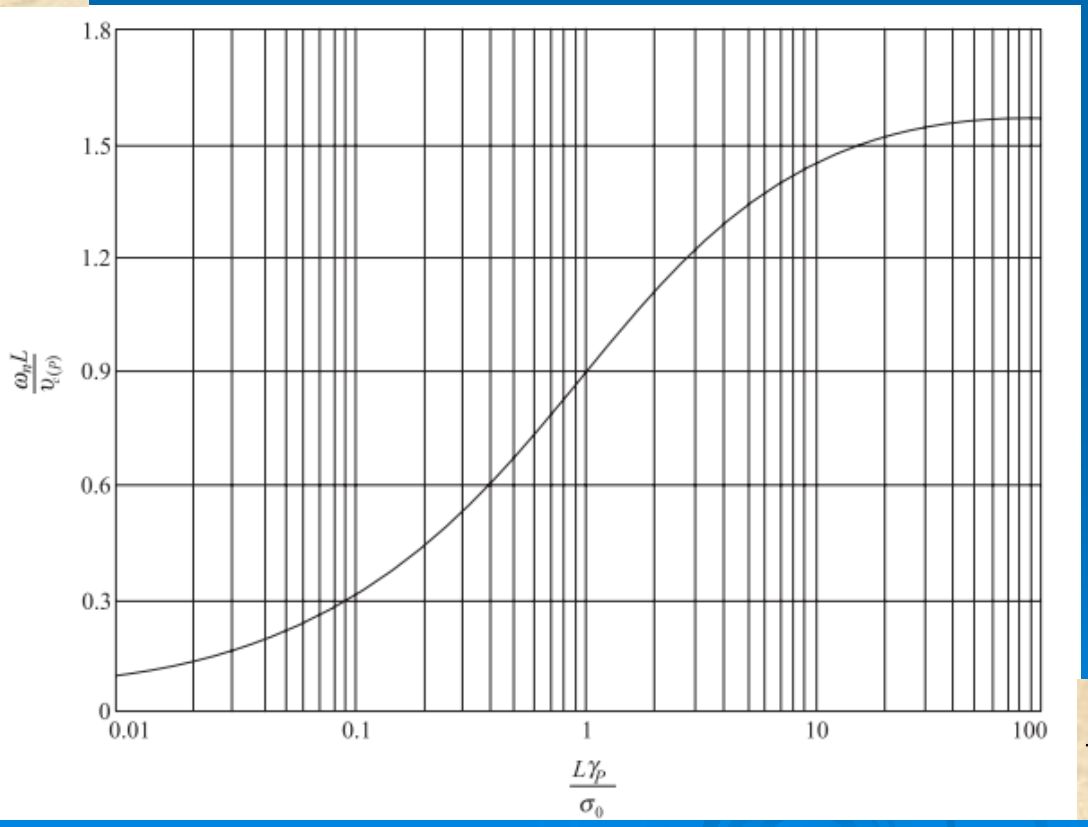
شمع اتکایی تحت ارتعاش قائم

فرکانس طبیعی شمع اتکایی

۳- سربار قابل ملاحظه در برابر وزن شمع

$$\frac{L\gamma_P}{\sigma_0} = \left(\frac{\omega_n L}{v_{c(p)}}\right)\tan\left(\frac{\omega_n L}{v_{c(p)}}\right)$$

$\frac{\omega_n L}{v_{c(p)}}$



$\frac{L\gamma_P}{\sigma_0}$

A سطح مقطع شمع

$v_{c(p)}$ سرعت موج طولی در

γ_p چگالی مصالح شمع

$\sigma_0 = \frac{W}{A}$ تنش اولیه

W سربار

شمع اتکایی تحت ارتعاش قائم

مثال: یک پی با چهار شمع پیش فشرده بتنی بربستر سنگی با مشخصات زیرتکیه دارد.

$$L=80\ ft, A=12\times12\ in, W=300\ kips, \gamma_p=150\,lb/\,ft^3,$$
$$E_p=3.5\times10^6\ lb/in^2$$

فرکانس طبیعی پی شمعی را بدست آورید.

$$W_{each\,p.}=\frac{300\times10^3\ lb}{4}=75\times10^3\ lb$$

$$AL\gamma_p=(\frac{12\times12}{144})\times80\times150=12\times10^3\ lb$$

$$v_{c(p)}=\sqrt{\frac{E_p}{\rho_p}}=\sqrt{\frac{E_p g}{\gamma_p}}=\sqrt{\frac{(3.5\times10^6)144}{150/32.2}}=10401.5\ \ ft/s$$

$$\frac{AL\gamma_p}{W}=(\frac{\omega_n L}{v_{c(p)}})\tan(\frac{\omega_n L}{v_{c(p)}})$$

$$\frac{75\times10^3}{12\times10^3}=(\frac{\omega_n(80)}{10401.5})\tan(\frac{\omega_n(80)}{10401.5})$$

$$[\omega_n(0.00769)]\tan[\omega_n(0.00769)]\Rightarrow$$

$$\omega_n=176.85\ rad/s\ \Rightarrow f_n=1688.8\ cycle/min$$

شمع اصطکاکی تحت ارتعاش قائم

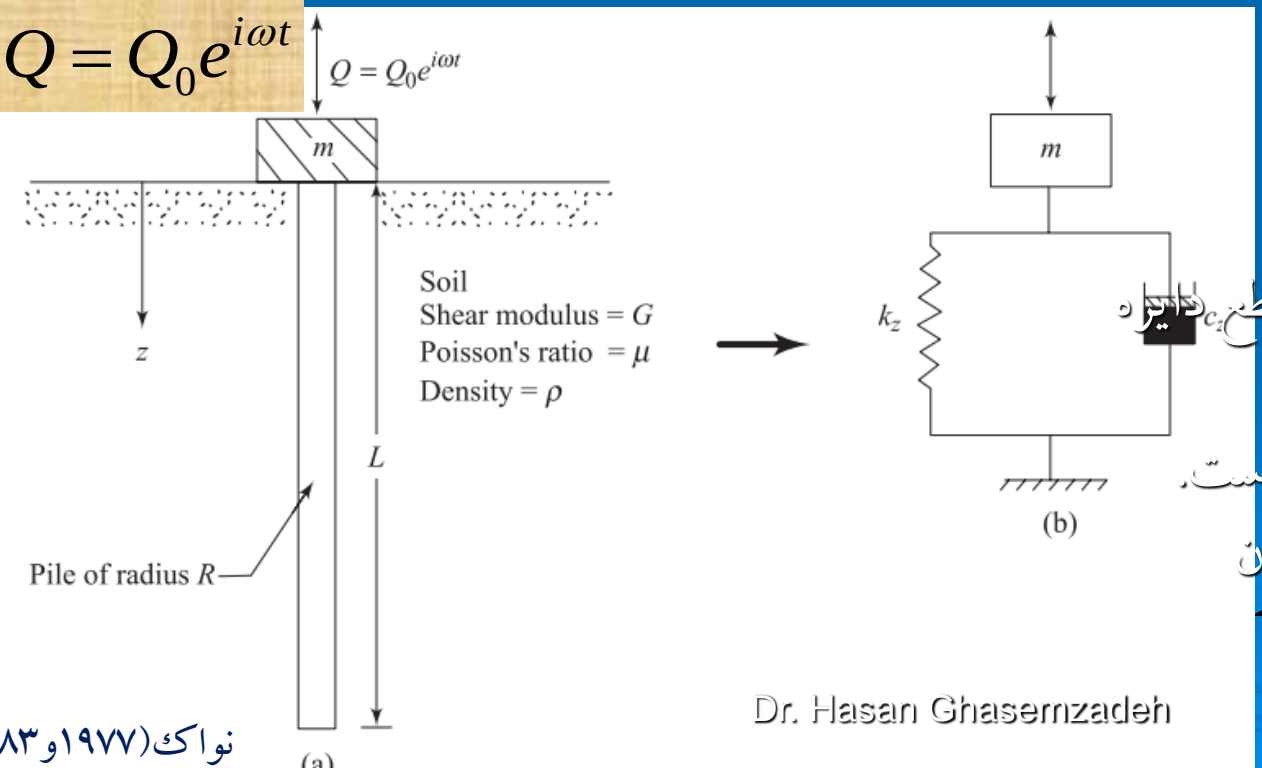
سختی دینامیکی $K = k_z + i\omega c_z$ $Q = Kz$

سختی فنر و ضریب میرایی

$$k_z = (\frac{E_p A}{R}) f_{z1} \ , \ c_z = (\frac{E_p A}{\sqrt{G/\rho}}) f_{z2}$$

f_{z1} , f_{z2} این پارامترهای بدون بعد از گراف بدست می‌آیند

$Q = Q_0 e^{i\omega t}$

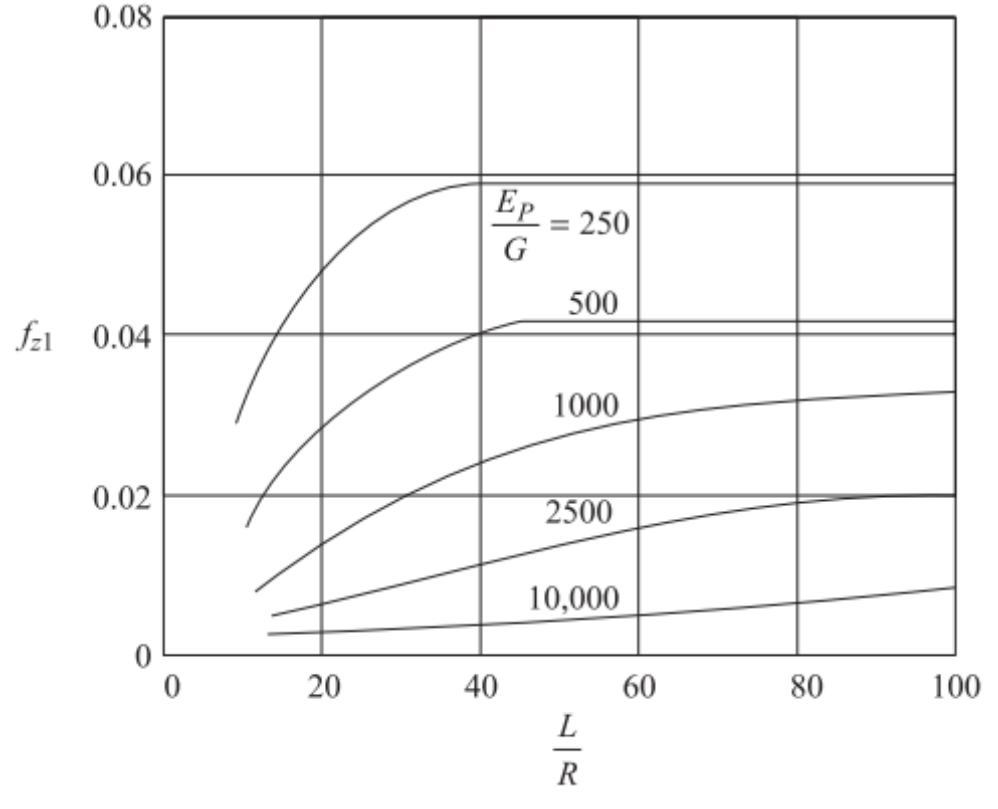


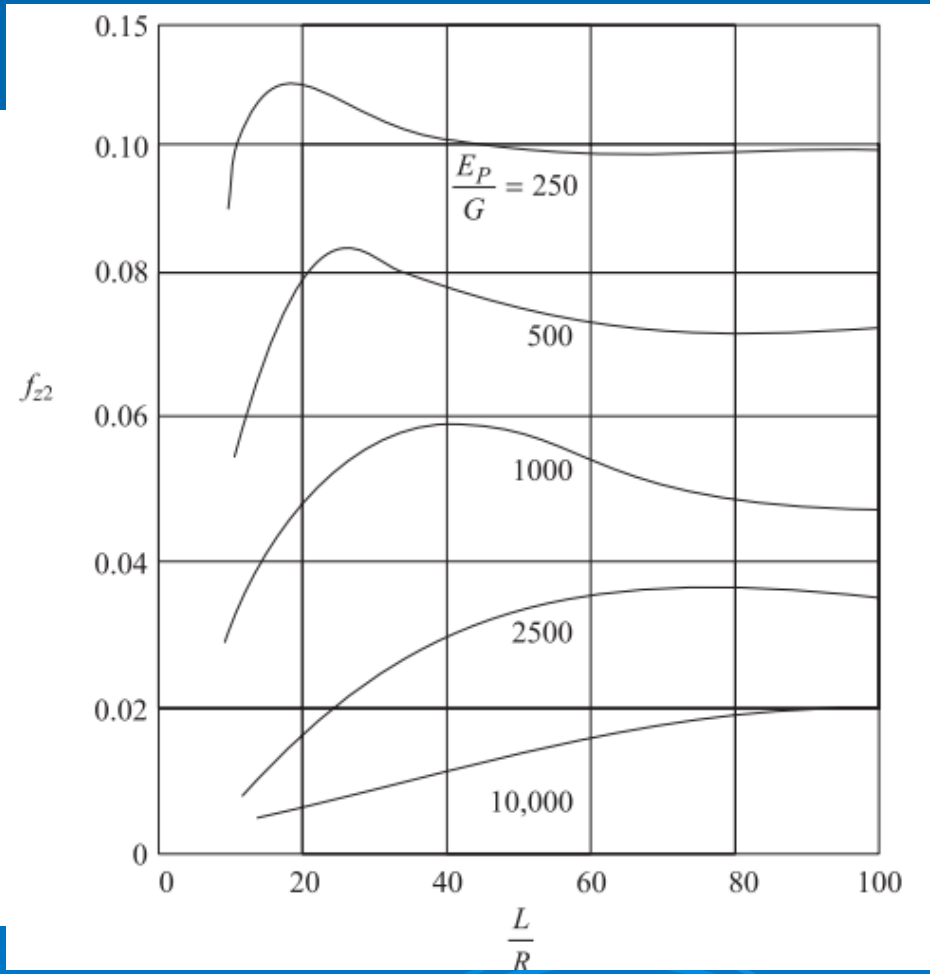
فرضیات :

- شمع عمودی و کشسان و با مقطع دایره
- شمع تنها اصطکاکی است.
- شمع در تماس کامل با خاک است.
- خاک شل در طول شمع کشسان

نواک(۱۹۷۷و۸۳)

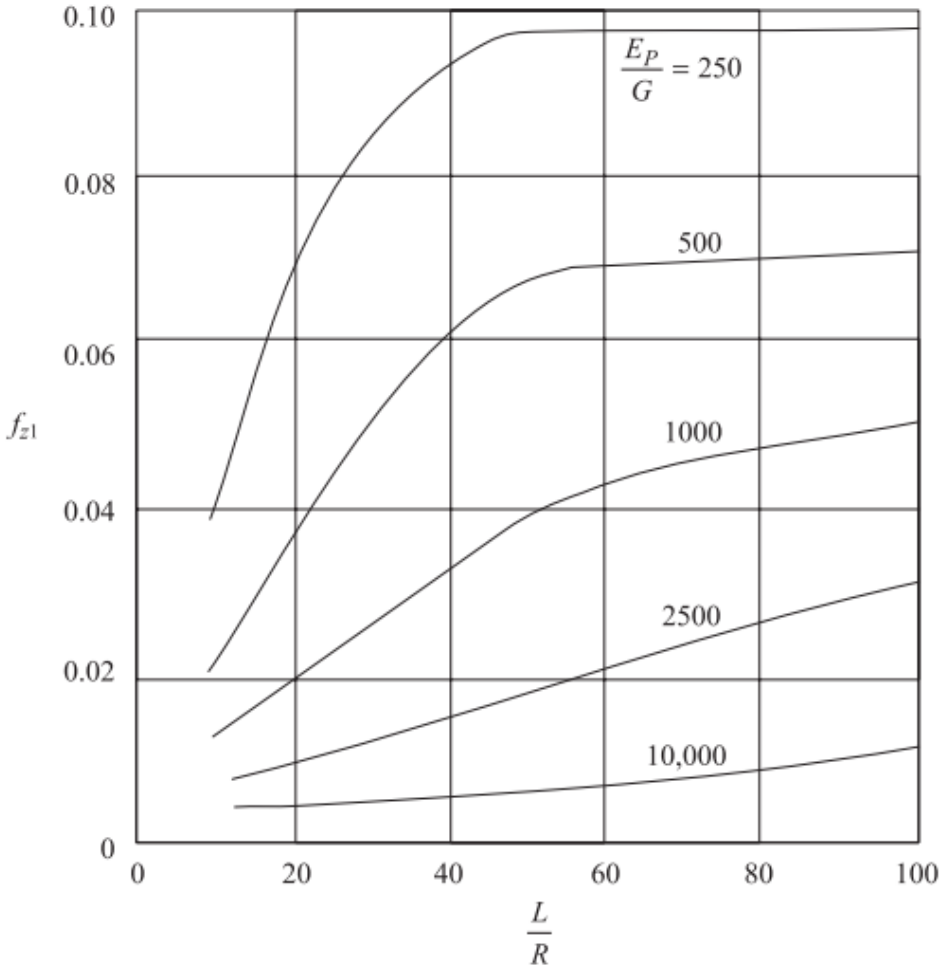
شمع اصطکاکی تحت ارتعاش قائم

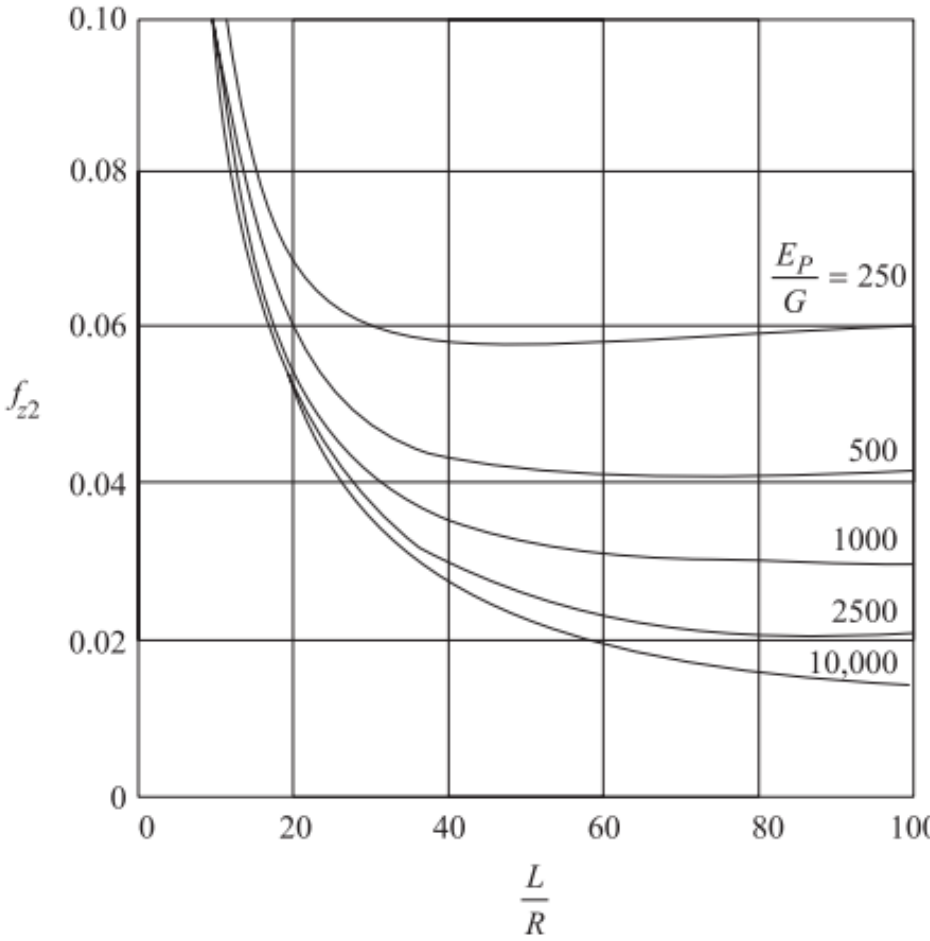




پارامترهای بی بعد برای شمع اصطکاکی

شمع اصطکاکی تحت ارتعاش قائم





پارامترهای بی بعد برای شمع د ر حالت اتکایی

گروه شمع

تغییرمکان یک شمع دراثر تغییرمکان گروه شمع افزایش می یابد

سختی و ضریب میرایی گروه شمع از جمع سختی و ضریب میرایی شمعهای گروه کمتراست

$$k_{z(group)} = \frac{\sum_{1}^{n} k_z}{\sum_{r=1}^{n} \alpha_r} \quad , \quad c_{z(group)} = \frac{\sum_{1}^{n} c_z}{\sum_{r=1}^{n} \alpha_r}$$

n تعداد شمع در گروه

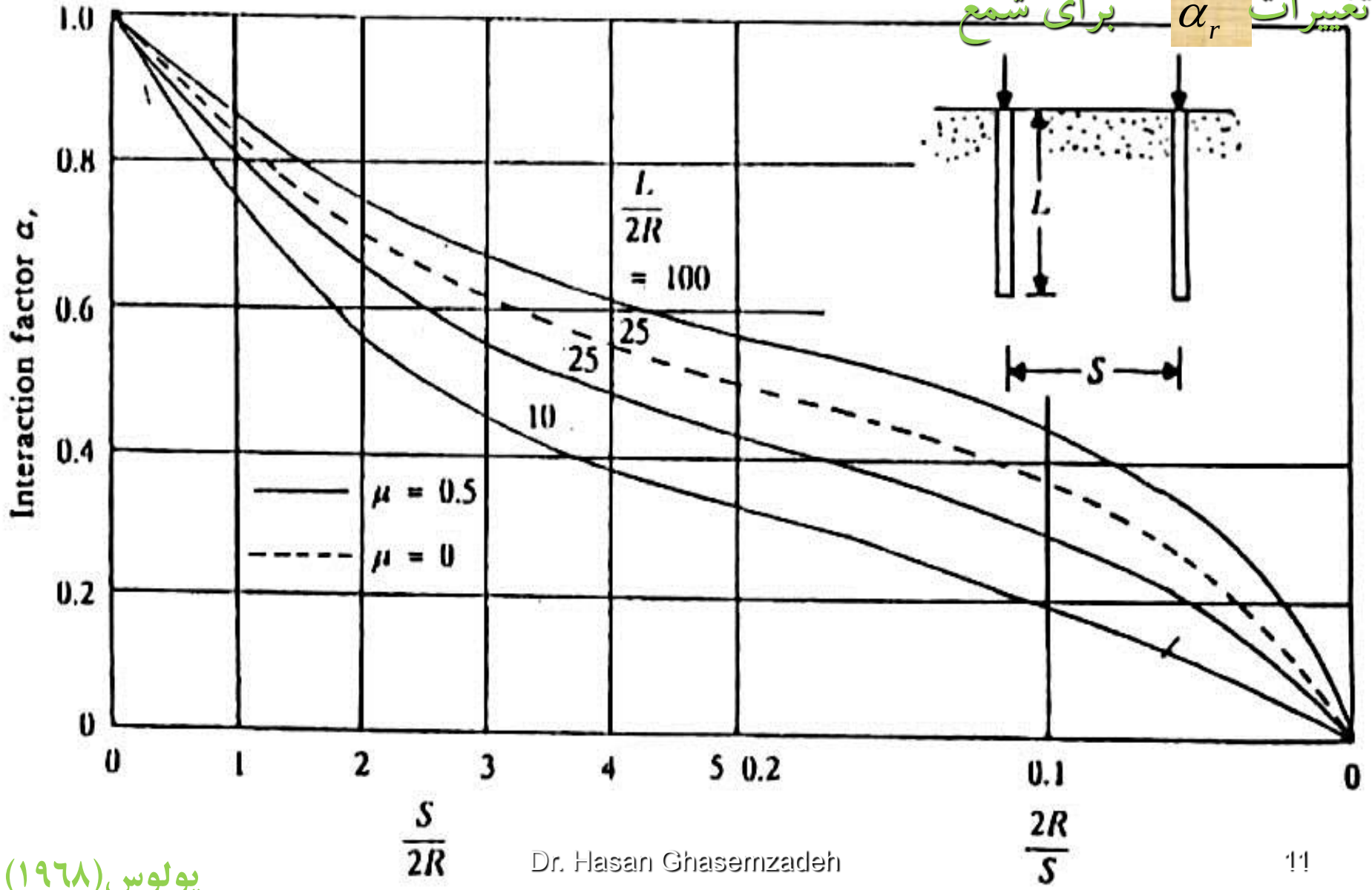
α_r ضریب اندرکنش شمع r ام در گروه نسبت به شمع مرجع ($\alpha_1 = 1$).

ضریب اندرکنش دینامیکی شمع در گروه براساس پیشنهاد پولوس(۱۹۶۸) در حالت استاتیکی مطابق شکل بعد است.

نواک(۱۹۷۷)

گروه شمع

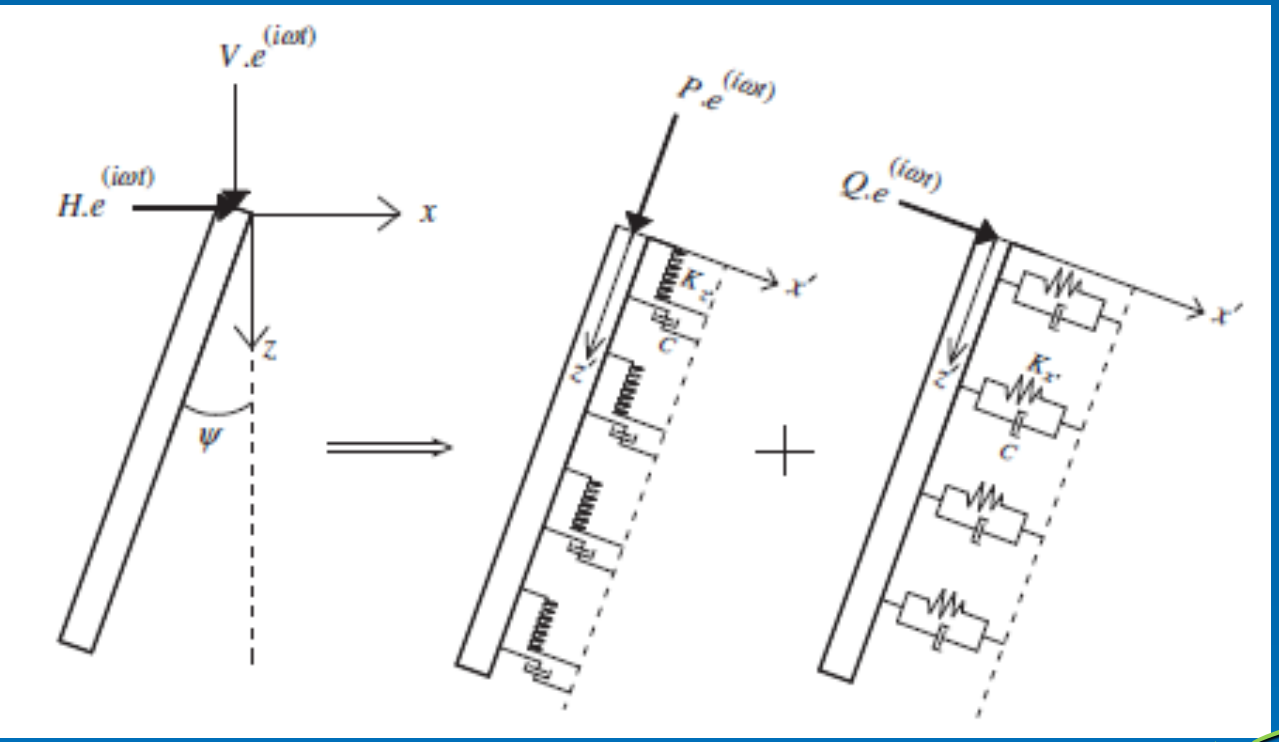
تغییرات α_r برای شمع



پولوس(۱۹۶۸)

گروه شمع

ضریب اندرکنش محوری-محوری و جانبی-محوری در حالت دینامیکی توسط قاسم زاده و علی بیک لو ارایه شده است



ماتریس ضرائب اندرکنش به‌صورت زیر قابل تعریف می‌باشد:

$$W_j = W_{jj} + AW_{ii}$$

A: تانسور اندرکنش از مرتبه دو

W_j: بردار تغییرمکان شمع دریافت کننده

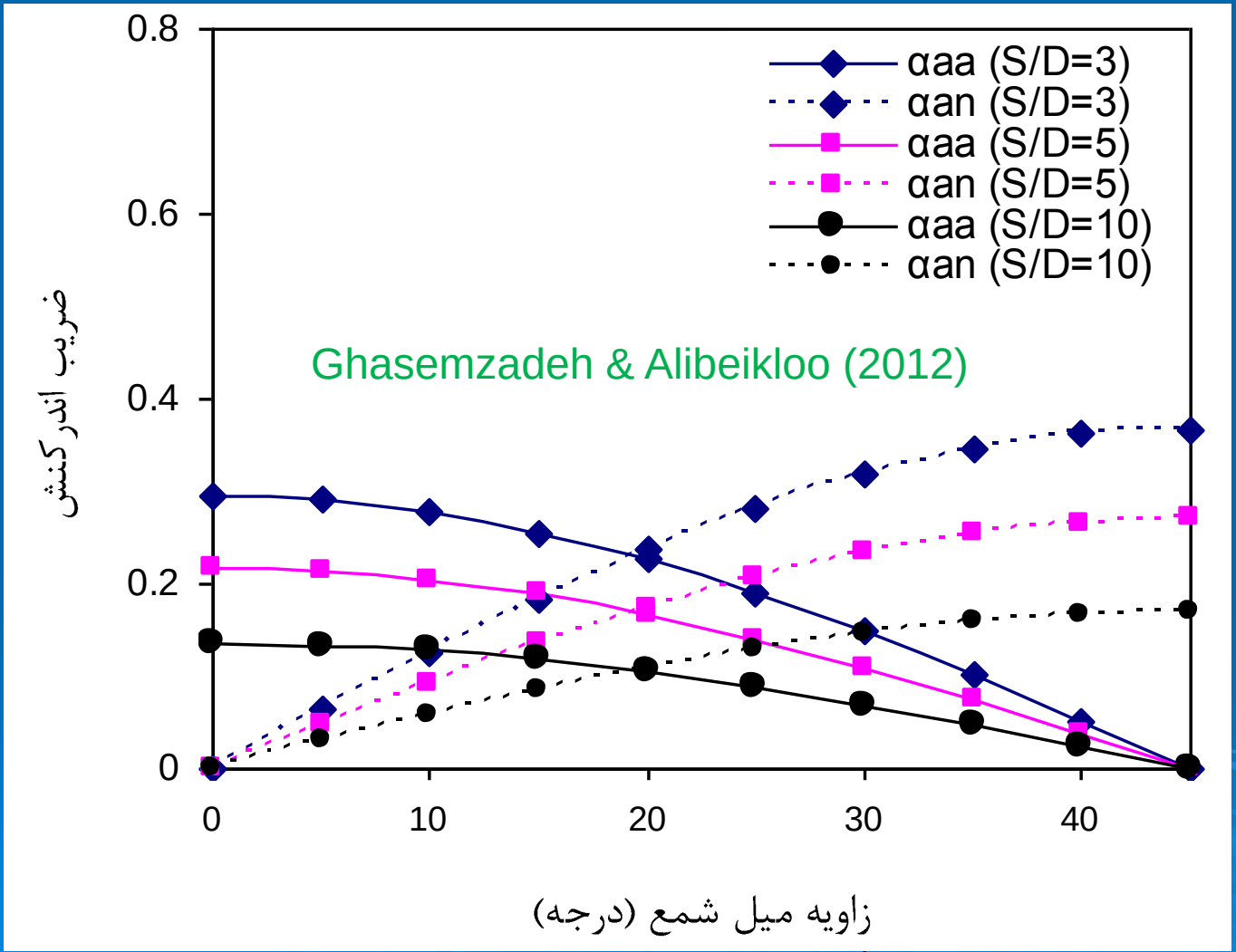
W_{jj}: بردار تغییرمکان شمع دریافت کننده تحت بارگذاری این شمع

W_{ii}: بردار تغییرمکان شمع مرجع تحت بارگذاری شمع مرجع

Ghasemzadeh & Alibeikloo (2012)

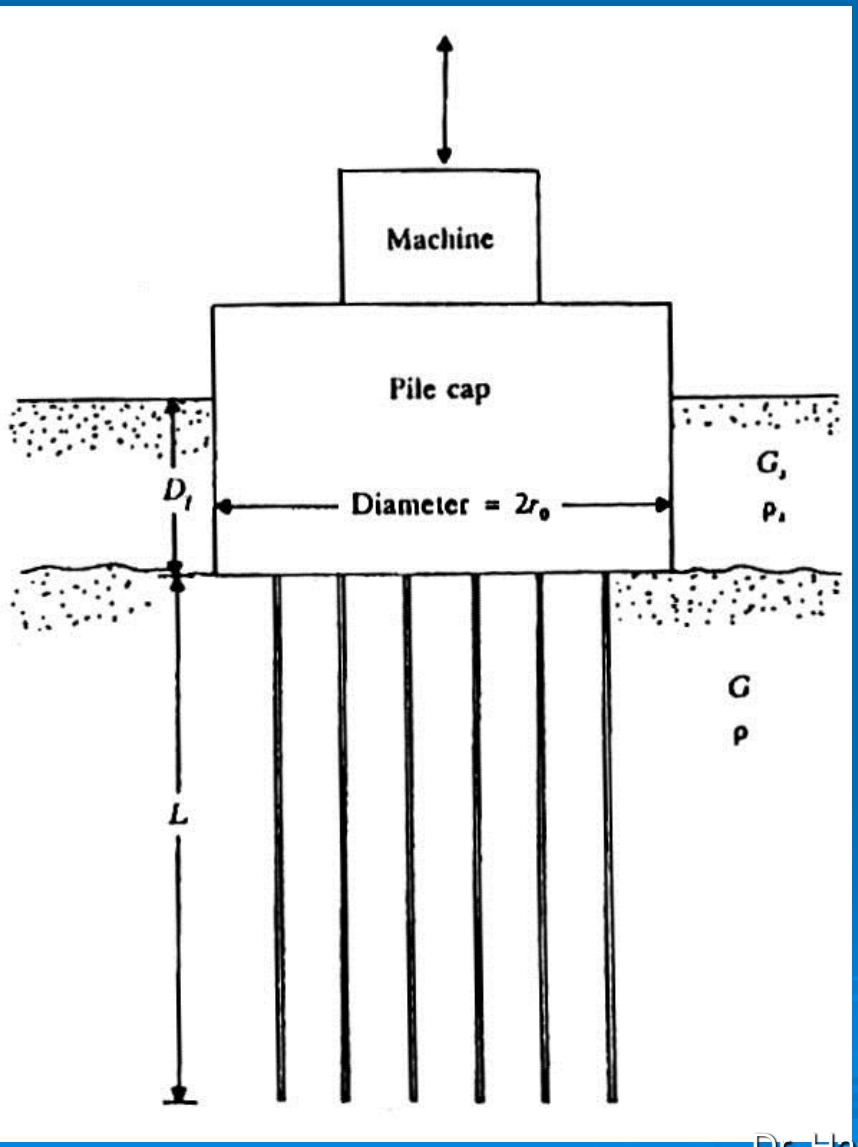
گروه شمع

ضریب اندرکنش محوری-محوری و جانبی-محوری در حالت دینامیکی



$L/D = 25,\ E_p/E_s = 1000,\ \rho_s/\rho_p = 0.7,\ \nu_s = 0.4,\ \beta_s = 0.05,\ a_0 = 0.5$

گروه شمع با کلاهک



سختی و ضریب میرایی گروه شمع با کلاهک

$$K_{z(T)} = K_{z(group)} + K_{z(cap)}$$

$$c_{z(T)} = c_{z(group)} + c_{z(cap)}$$

$$k_{z(group)} = \frac{\sum_{1}^{n} k_z}{\sum_{r=1}^{n} \alpha_r} \quad , \quad c_{z(group)} = \frac{\sum_{1}^{n} c_z}{\sum_{r=1}^{n} \alpha_r}$$

سختی و ضریب میرایی کلاهک گروه شمع

$$k_{z(cap)} = Gr_0[\bar{C}_1 + \frac{G_s D_f}{Gr_0}\bar{S}_1]$$

$$c_{z(cap)} = r_0^2\sqrt{\rho G}[\bar{C}_2 + \bar{S}_2\frac{D_f}{r_0}\sqrt{\frac{G_s\rho_s}{G\rho}}]$$

گروه شمع با کلاهک

سختی و ضریب میرایی گروه شمع با کلاهک

$$K_{z(T)} = K_{z(group)} + K_{z(cap)}$$

$$c_{z(T)} = c_{z(group)} + c_{z(cap)}$$

با فرض خاک زیر کلاهک نشست پذیر :

$$\bar{C}_1 = 0$$

$$\bar{C}_2 = 0$$

$$k_{z(\text{cap})} = G_s D_f \bar{S}_1$$

$$c_{z(\text{cap})} = D_f r_0 \bar{S}_2 \sqrt{G_s \rho_s}$$

Values of $\bar{C}_1, \bar{C}_2, \bar{S}_1$, and $\bar{S}_2$

Poisson's ratio, μ	$\bar{C}_1^a$	$\bar{C}_2^a$	$\bar{S}_1^b$	$\bar{S}_2^b$
0.0	3.9	3.5	2.7	6.7
0.25	5.2	5.0	2.7	6.7
0.5	7.5	6.8	2.7	6.7

[a] Validity range: $0 \le a_0 \le 1.5$

[b] Validity range: $0 \le a_0 \le 2$

گروه شمع با کلاهک

نسبت میرایی با احتساب ضریب میرایی گروه :

$$D_z = \frac{c_{z(T)}}{2\sqrt{k_{z(T)} m}}$$

m جرم کلاهک شمع و ماشین روی آن

برای ارتعاش بدون میرایی:

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k_{z(T)}}{m}}$$

$$f_n = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k_{z(T)}}{m}}$$

برای ارتعاش با احتساب میرایی:

$$m\ddot{z} + kz + c\dot{z} = Q_0 \sin \omega t$$

$$f_m = f_n \sqrt{1 - 2D_z^2} \quad \text{(for constant force excitation)}$$

$$f_m = \frac{f_n}{\sqrt{1 - 2D_z^2}} \quad \text{(for rotating mass – type excitation)}$$

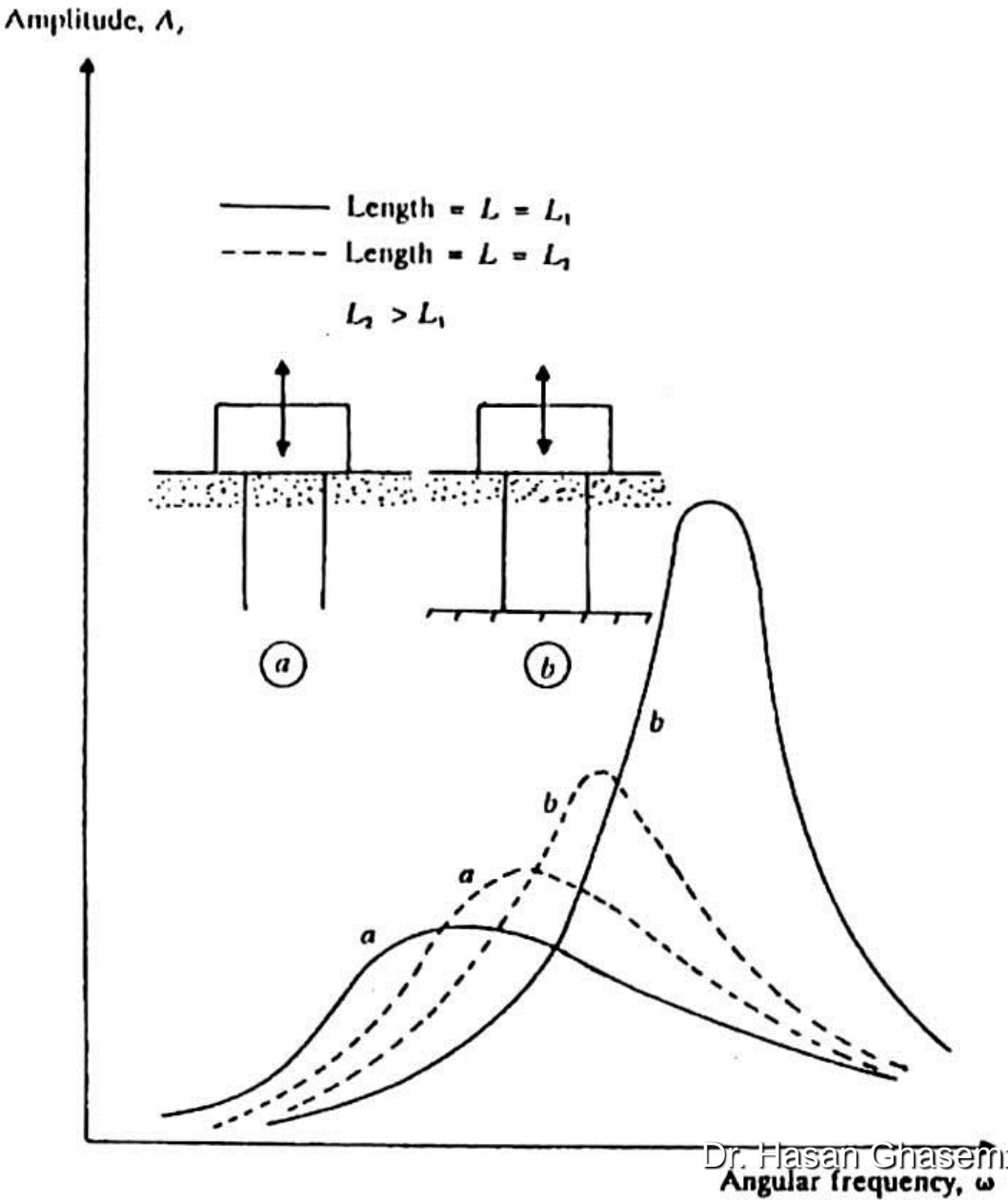
$$Q_0 = 2 m_e e \omega^2 = U \omega^2$$

دامنه در حالت تشدید:

$$A_z = \frac{Q_0}{k_{z(T)}} \frac{1}{2D_z\sqrt{1-2D_z^2}} \quad (cons.\ force)$$

$$A_z = \frac{m_1 e}{m} \frac{1}{2D_z\sqrt{1-2D_z^2}} \quad (rotating\ mass)$$

گروه شمع با کلاهک



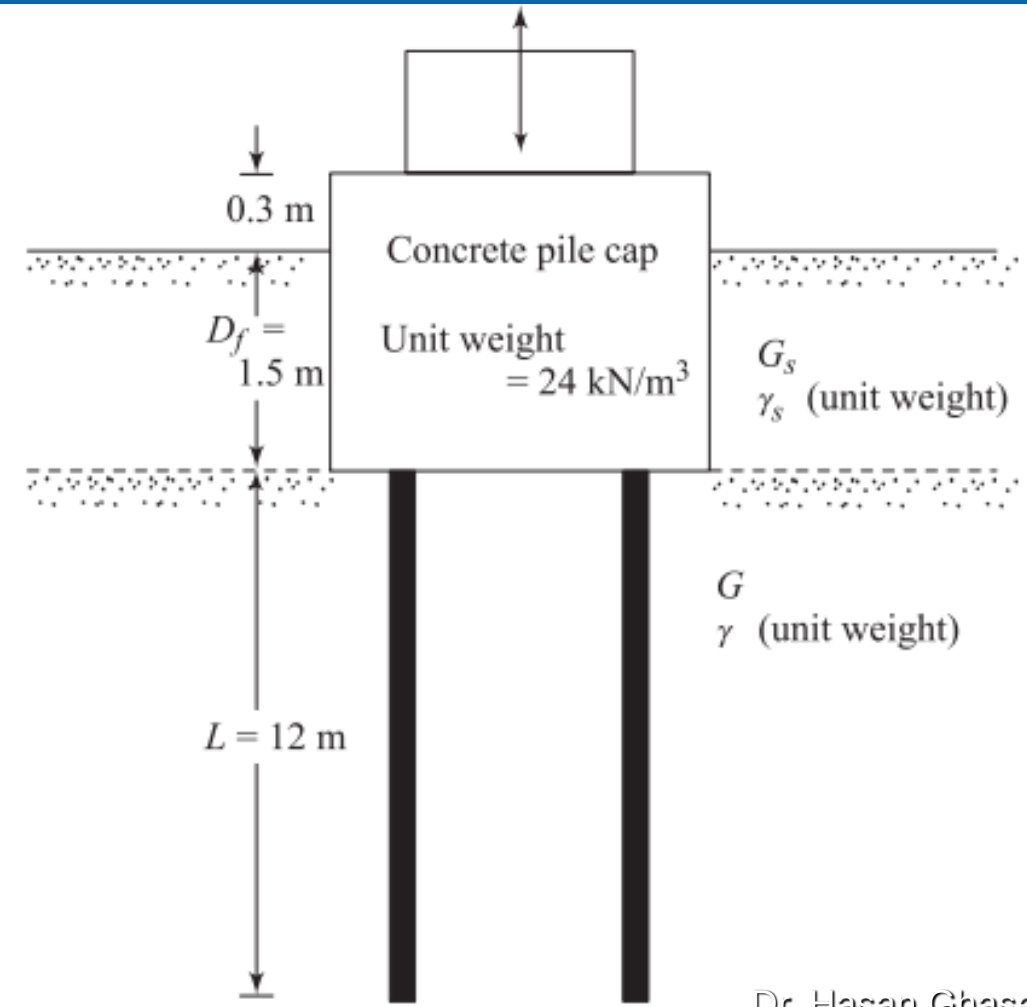
دامنه در حالت غیر تشدید:

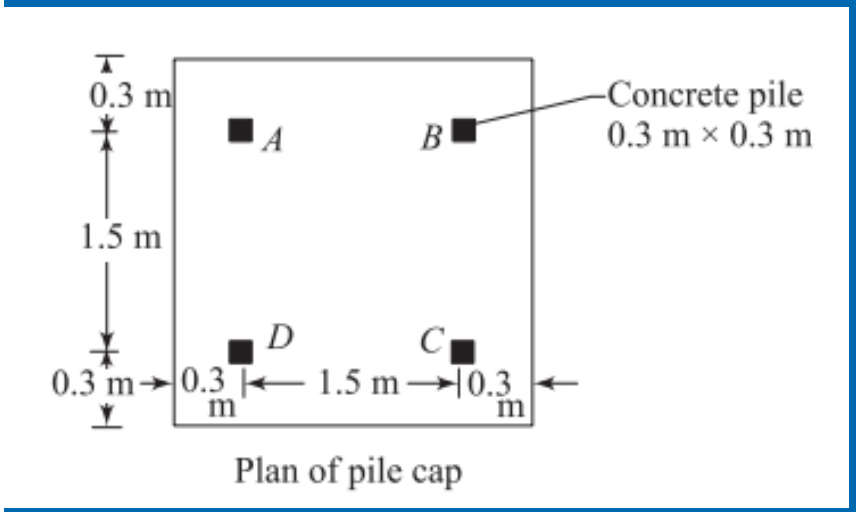
$$A_z = \frac{\frac{Q_0}{k_{z(T)}}}{\sqrt{(1-\frac{\omega^2}{\omega_n^2})^2 + 4D_z^2\frac{\omega^2}{\omega_n^2}}} \quad (cons.\ force)$$

$$A_z = \frac{\frac{m_1 e}{m}(\frac{\omega^2}{\omega_n^2})^2}{\sqrt{(1-\frac{\omega^2}{\omega_n^2})^2 + 4D_z^2\frac{\omega^2}{\omega_n^2}}} \quad (rotating\ mass)$$

گروه شمع با کلاهک

مثال: مطلوبست سختی و میرایی یک پی ماشین با چهار شمع و سرشمع به صورت زیر:





Plan of pile cap

$$\gamma = \gamma_s = 19\ \text{kN/m}^3$$

$$\mu = 0.5$$

$$E_P = 21 \times 10^6\ \text{kPa}$$

$$G = G_s = 28{,}000\ \text{kPa}$$

گروه شمع با کلاهک

حل : ابتدا شعاع معادل

$$R = \left(\frac{0.3 \times 0.3}{\pi}\right)^{1/2} = 0.17\,\text{m.}$$

تعیین سختی و میرایی تک شمع

Length of piles = L = 12 m:

$$\frac{L}{R} = \frac{12}{0.17} = 70.6$$

$$\frac{E_P}{G} = \frac{21 \times 10^6}{28000} = 750$$

$$f_{z1} \approx 0.034 \quad \text{and} \quad f_{z2} \approx 0.06$$

$$k_z = \left(\frac{E_P A}{R}\right) f_{z1} = \left[\frac{(21 \times 10^9)(0.3 \times 0.3)}{0.17}\right](0.034) = 378 \times 10^6\ \text{N/m.}$$

$$c_z = \left(\frac{E_P A}{\sqrt{G/\rho}}\right) f_{z2}$$

$$\sqrt{\frac{G}{\rho}} = \sqrt{\frac{28000 \times 9.81}{19}} = 120.24\ \text{m/s}$$

$$c_z = \left[\frac{(21 \times 10^9)(0.3 \times 0.3)}{120.24}\right](0.06) = 94.311 \times 10^4\ \text{N-s/m.}$$

گروه شمع با کلاهک

تعیین ضرایب سختی و میرایی گروه شمع با استفاده از ضرایب اندرکنش :

ضرائب اندرکنش شمع‌ها را بر اساس طول به قطر و فاصله به قطر از شکل ارایه شده توسط پولووس استخراج می‌کنیم

ضریب اندرکنش شمع با خودش برابر یک است

For interaction between piles A and A, $S = 0$ and $S/2R = 0$. So $\alpha_r = 1$

For interaction between piles A and B, $S = 1.5$ m, $2R = (2)(0.17) = 0.34$ m and $S/2R = 4.412$. So $\alpha_r \approx 0.54$

Similarly, for interaction between piles A and D, $\alpha_r \approx 0.54$

جدول خلاصه ضرایب اندرکنش

Interacting pile \ Reference pile →	A[a]	B	C	D
A	1.00	0.54	0.48	0.54
B	0.54	1.00	0.54	0.48
C	0.48	0.54	1.00	0.54
D	0.54	0.48	0.54	1.00
	2.56	2.56	2.56	2.56

[a] *Note:* Reference pile A.

$$\sum_{r=1}^{n} \alpha_r = 2.56$$

سختی و میرایی گروه شمع بدون کلاهک:

$$k_{z(g)} = \frac{(4)(378\times10^6)}{2.56} = 590.63\times10^6 \text{ N/m}$$

$$c_{z(g)} = \frac{(4)(943.11\times10^3)}{2.56} = 147.36\times10^4 \text{ N-s/m}$$

گروه شمع با کلاهک

اثر کلاهک بر سختی و میرایی گروه شمع:

$D_f = 1.5$ m; $G = 28{,}000$ kPa

$\bar{S}_1 = 2.7$ $\bar{S}_2 = 6.7$

$$r_0 = \sqrt{\frac{2.1 \times 2.1}{\pi}} = 1.185 \text{ m.}$$

$$k_{z(\text{cap})} = G_s D_f \bar{S}_1 = (28000 \times 10^3) \times (1.5) \times (2.7) = 113.4 \times 10^6 \text{ N/m}$$

$$c_{z(\text{cap})} = D_f r_0 \bar{S}_2 \sqrt{G_s \rho_s}$$

$$= (1.5) \times (1.185) \times (6.7) \sqrt{\frac{(28000 \times 10^3)(19 \times 10^3)}{9.81}} = 277.33 \times 10^4 \text{ N-s/m}$$

Table 5.2 Values of $\bar{C}_1$, $\bar{C}_2$, $\bar{S}_1$, and $\bar{S}_2$

Poisson's ratio μ	$\bar{C}_1$[a]	$\bar{C}_2$[a]	$\bar{S}_1$[b]	$\bar{S}_2$[b]
0.0	3.9	3.5	2.7	6.7
0.25	5.2	5.0	2.7	6.7
0.5	7.5	6.8	2.7	6.7

[a] Validity range: $0 \le a_0 \le 1.5$
[b] Validity range: $0 \le a_0 \le 2$

در نهایت سختی و میرایی گروه شمع با سر شمع بدست می‌آید:

$$k_{z(T)} = k_{z(g)} + k_{z(\text{cap})} = 590.63 \times 10^6 + 113.4 \times 10^6$$

$$= \mathbf{704.03 \times 10^6 \text{ N/m} = 704.03 \times 10^3 \text{ kN/m}}$$

$$c_{z(T)} = c_{z(g)} + c_{z(\text{cap})} = 147.36 \times 10^4 + 277.33 \times 10^4$$

$$= \mathbf{424.69 \times 10^4 \text{ N-s/m}}$$

گروه شمع با کلاهک

در مثال قبلی، با فرض وزن ماشین برابر ۱۰۰۰۰ پاند، نسبت میرایی را بدست آورید.

حل : وزن کلاهک گروه شمع و ماشین را در محاسبات نسبت میرایی منظور می کنیم:

$$7\times 7\times 6\times 150 = 44100\,lb$$

$$44100 + 10000 = 54100\,lb$$

$$D_s = \frac{c_{z(T)}}{2\sqrt{k_{z(T)}m}} =$$

$$= \frac{2.452\times 10^4}{2\sqrt{4.038\times 10^6 \times 54100/(32.2\times 12)}} =$$

$$= 0.516$$

ارتعاش لغزشی

ارتعاش لغزشی

سختی و میرایی ارتعاش لغزشی برای شمع تک:

$$k_x = \left(\frac{E_p I_p}{R^3}\right) f_{x1} \quad , \quad c_x = \left(\frac{E_p I_p}{R^2 v_s}\right) f_{x2}$$

I_p گشتاور ماند مقطع شمع

v_s سرعت موج برشی در خاک

R شعاع شمع

f_{x1}, f_{x2} از جداول مقابل برای $L/R \rangle 25$

Stiffness and Damping Parameters for Sliding Vibration ($L/R > 25$)

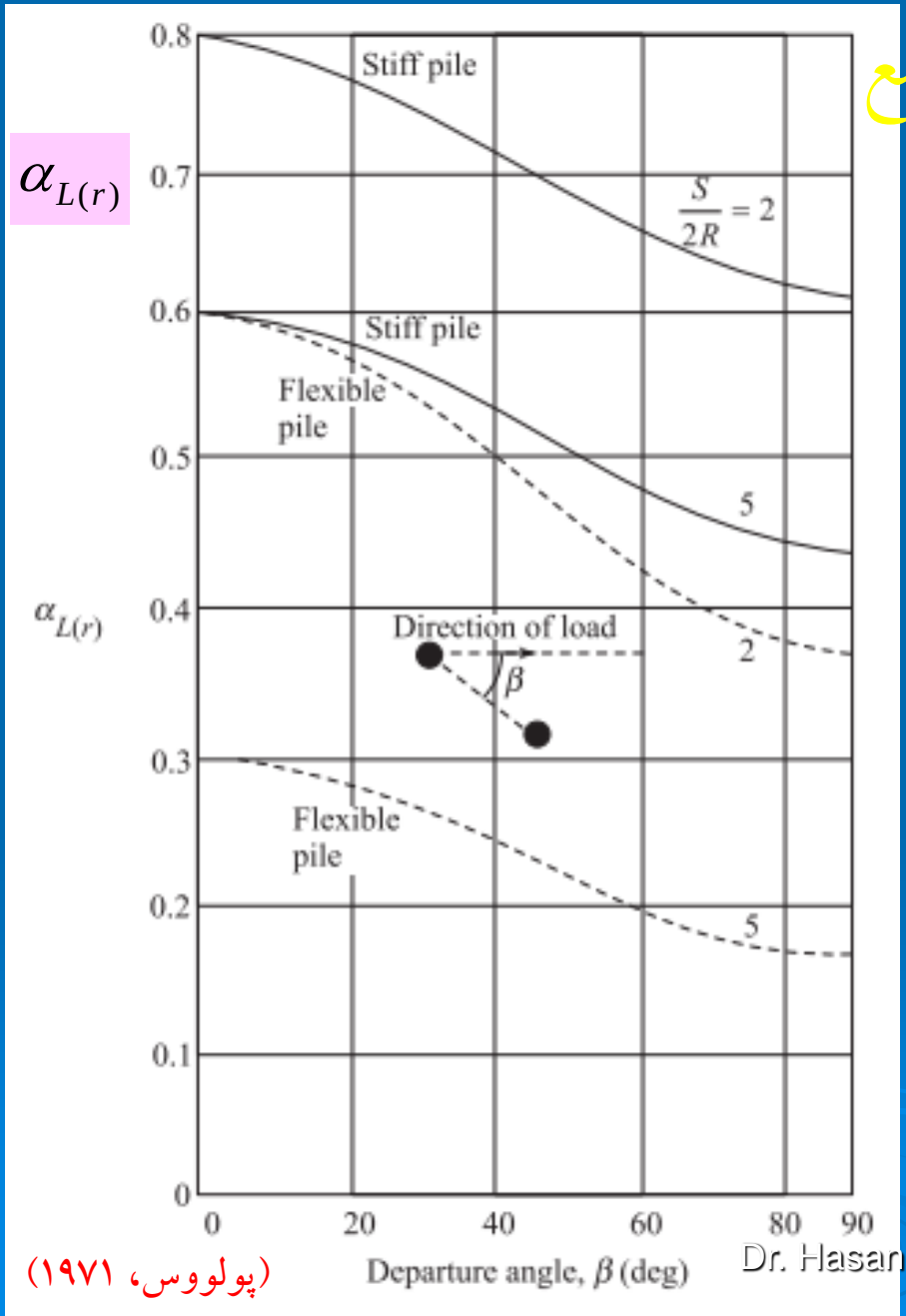
Poisson's ratio of soil, μ	(E_P/G)	f_{x1}	f_{x2}
0.25	10,000	0.0042	0.0107
	2,500	0.0119	0.0297
	1,000	0.0236	0.0579
	500	0.0395	0.0953
	250	0.0659	0.1556
0.40	10,000	0.0047	0.0119
	2,500	0.0132	0.0329
	1,000	0.0261	0.0641
	500	0.0436	0.1054
	250	0.0726	0.1717

Note: G = shear modulus of soil.

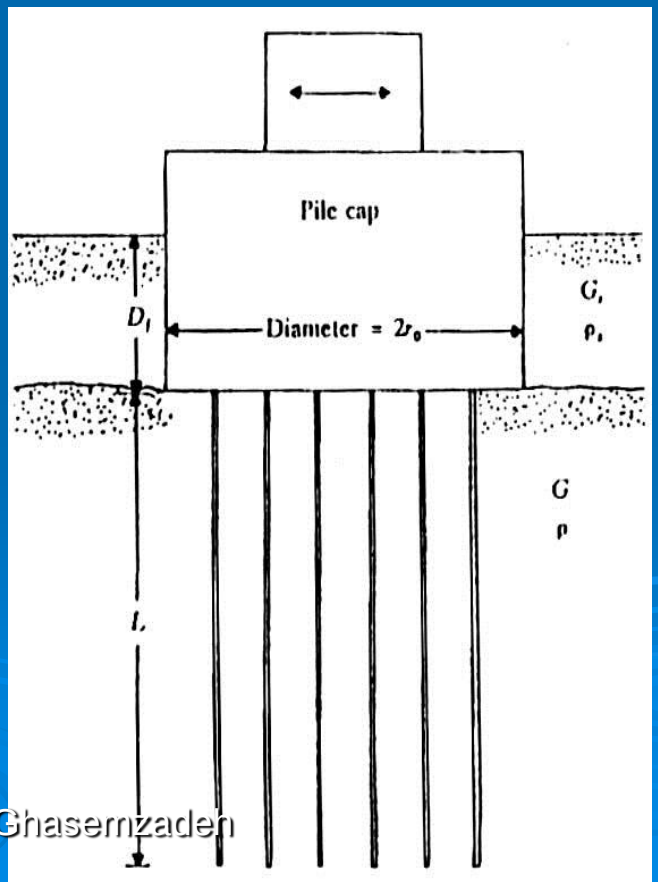
ارتعاش لغزشی

سختی و میرایی ارتعاش لغزشی گروه شمع

$$k_{x(g)} = \frac{\sum_{1}^{n} k_x}{\sum_{r=1}^{n} \alpha_{L(r)}} \quad , \quad c_{x(g)} = \frac{\sum_{1}^{n} c_x}{\sum_{r=1}^{n} \alpha_{L(r)}}$$



(پولووس، ۱۹۷۱)



ارتعاش لغزشی

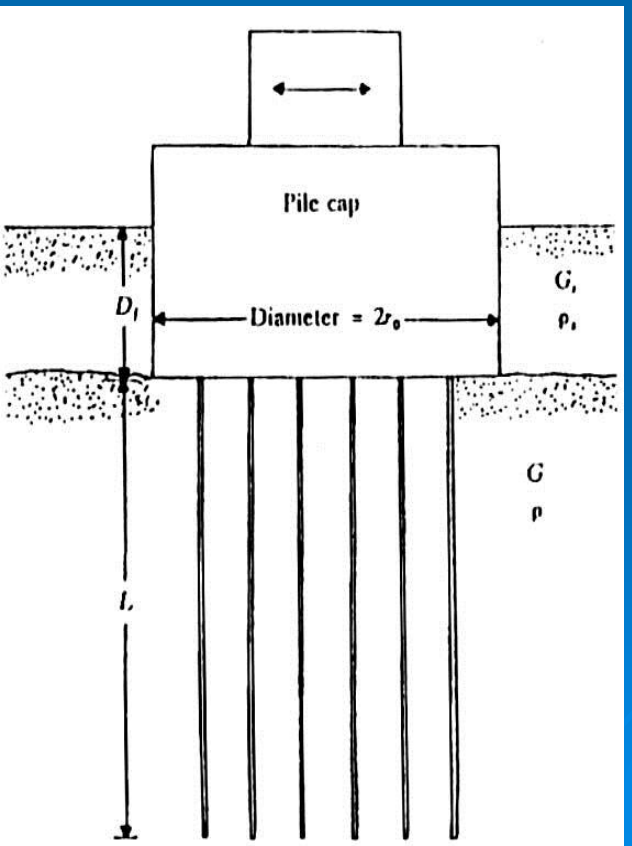
سختی و میرایی ارتعاش لغزشی گروه شمع با کلاهک

$$k_{x(cap)} = Gr_0[\bar{C}_{x1} + \frac{G_s D_f}{Gr_0}\bar{S}_{x1}]$$

$$c_{x(cap)} = r_0^2\sqrt{\rho G}[\bar{C}_{x2} + \bar{S}_{x2}\frac{D_f}{r_0}\sqrt{\frac{G_s\rho_s}{G\rho}}]$$

اثر کلاهک در این حالت مشابه روابط در حالت ارتعاش قائم است.

. با توجه به اینکه عموماً خاک در زیر کلاهک ضعیف و نشست پ



$$\bar{C}_{x1} = \bar{C}_{x2} = 0\ ,\ k_{x(cap)} = G_s D_f \bar{S}_{x1},$$

$$c_{x(cap)} = D_f r_0 \bar{S}_{x2}\sqrt{G_s\rho_s}$$

بنابراین:

$$k_{x(T)} = \frac{\sum_{1}^{n} k_x}{\sum_{r=1}^{n}\alpha_{L(r)}} + G_s D_f \bar{S}_{x1},$$

$$c_{x(T)} = \frac{\sum_{1}^{n} c_x}{\sum_{1}^{n}\alpha_{L(r)}} + D_f r_0 \bar{S}_{x2}\sqrt{G_s\rho_s}$$

ارتعاش لغزشی

نسبت میرایی ارتعاش لغزشی گروه شمع با کلاهک

$$D_x = \frac{c_{x(T)}}{2\sqrt{k_{x(T)} m}}$$

m جرم کلاهک شمع و ماشین

برای ارتعاش بدون میرایی:

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k_{x(T)}}{m}},\ f_n = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k_{x(T)}}{m}}$$

برای ارتعاش با احتساب میرایی:

$$f_m = f_n\sqrt{1-2D_x^2} \quad (cons.\ force)$$

$$f_m = \frac{f_n}{\sqrt{1-2D_x^2}} \quad (rotating\ mass)$$

دامنه در حالت تشدید:

$$A_x = \frac{Q_0}{k_{x(T)}}\frac{1}{2D_x\sqrt{1-2D_x^2}} \quad (cons.\ force)$$

$$A_x = \frac{m_1 e}{m}\frac{1}{2D_x\sqrt{1-2D_x^2}} \quad (rotating\ mass)$$

ارتعاش گهواره‌ای

ارتعاش گهواره ای

ارتعاش گهواره ای برای شمع تک:

$$k_\theta = \left(\frac{E_p I_p}{R^3}\right) f_{\theta 1} \quad , \quad c_\theta = \left(\frac{E_p I_p}{R^2 v_s}\right) f_{\theta 2}$$

I_p گشتاور ماند مقطع شمع

v_s سرعت موج برشی در خاک

R شعاع شمع

$f_{\theta 1}, f_{\theta 2}$ از جداول مقابل برای $L/R > 25$

The Stiffness and Damping Parameters for Rocking Vibration ($L/R > 25$)

Poisson's ratio of soil, μ	(E_P/G)	$f_{\theta 1}$	$f_{\theta 2}$
0.25	10,000	0.2135	0.1577
	2,500	0.2998	0.2152
	1,000	0.3741	0.2598
	500	0.4411	0.2953
	250	0.5186	0.3299
0.4	10,000	0.2207	0.1634
	2,500	0.3097	0.2224
	1,000	0.3860	0.2677
	500	0.4547	0.3034
	250	0.5336	0.3377

Note: G = shear modulus of soil.

ارتعاش توام لغزشی و گهواره ای

ارتعاش توام لغزشی و گهواره ای

$$k_{x\theta} = (\frac{E_p I_p}{R^3}) f_{x\theta 1} \quad , \quad c_{x\theta} = (\frac{E_p I_p}{R^2 v_s}) f_{x\theta 2}$$

ارتعاش برای شمع تک:

I_p گشتاور ماند مقطع شمع

v_s سرعت موج برشی در خاک

R شعاع شمع

$f_{x\theta 1}, f_{x\theta 2}$ از جداول مقابل برای $L/R \geq 25$

Poisson's ratio of soil, μ	$\frac{E_p}{G}$	$f_{x\theta 1}$	$f_{x\theta 2}$
0.25	10,000	−0.0217	−0.0333
	2,500	−0.0429	−0.0646
	1,000	−0.0668	−0.0985
	500	−0.0929	−0.1337
	250	−0.1281	−0.1786
0.4	10,000	−0.0232	−0.0358
	2,500	−0.0459	−0.0692
	1,000	−0.0714	−0.1052
	500	−0.0991	−0.1425
	250	−0.1365	−0.1896

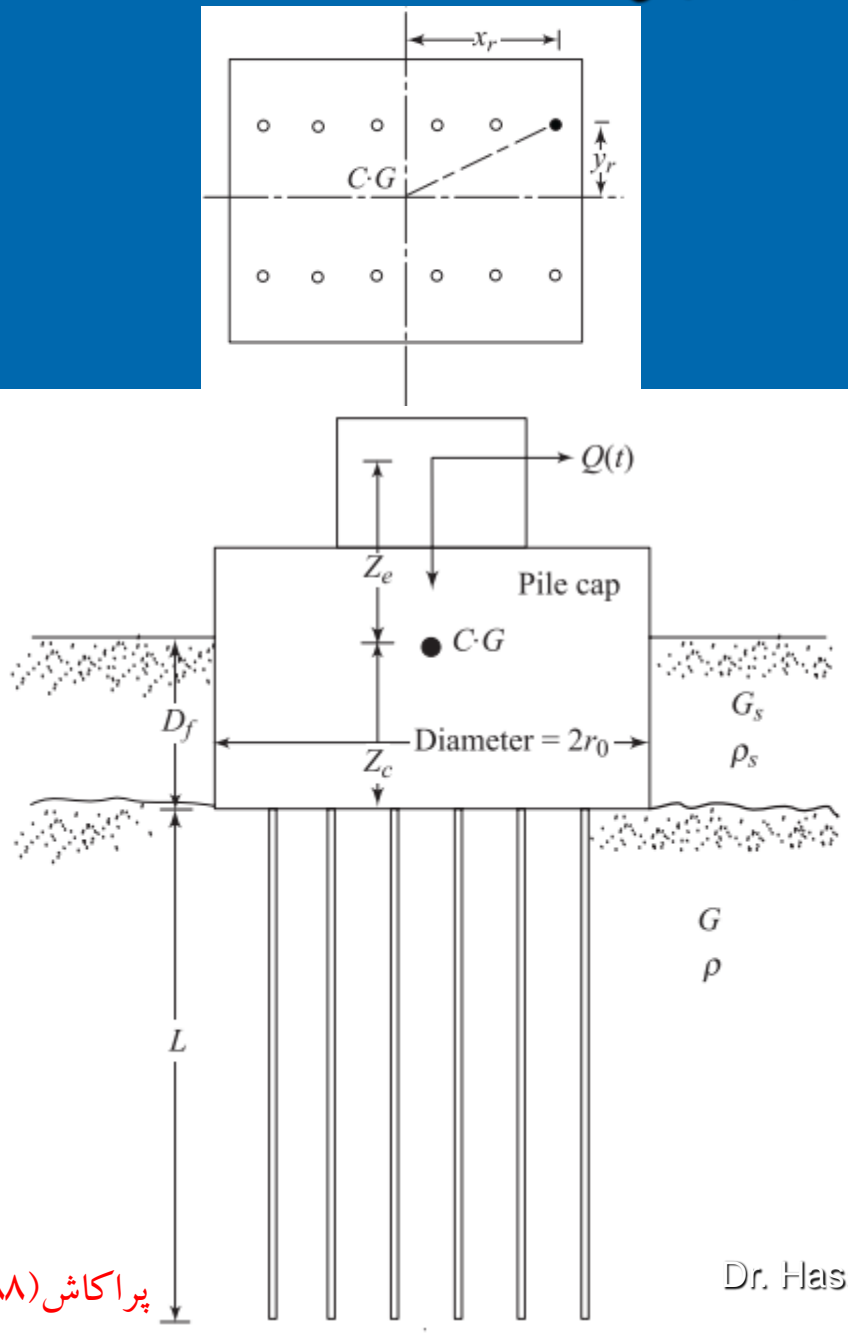
Note: G = shear modulus of soil.

برای گروه شمع

$$k_{\theta(g)} = \sum_1^n [k_\theta + k_z x_r^2 + k_x Z_c^2 - 2k_{x\theta} Z_c] ,$$

$$c_{\theta(g)} = \sum_1^n [c_\theta + c_z x_r^2 + c_x Z_c^2 - 2c_{x\theta} Z_c]$$

ارتعاش توام لغزشی و گهواره ای



سختی و میرایی برای گروه شمع با کلاهک

$$k_{\theta(cap)} = Gr_0^2 D_f \bar{S}_{\theta 1} +$$

$$+ G_s r_0^2 D_f \left[\frac{\delta^2}{3} + \left(\frac{Z_c}{r_0}\right)^2 - \delta\left(\frac{Z_c}{r_0}\right)\right]\bar{S}_{x1}$$

$$c_{\theta(cap)} = \delta r_0^4 \sqrt{\rho_s G_s}\{\bar{S}_{\theta 2} +$$

$$+ \left[\frac{\delta^2}{3} + \left(\frac{Z_c}{r_0}\right)^2 - \delta\left(\frac{Z_c}{r_0}\right)\right]\bar{S}_{x2}\}$$

r_0 شعاع معادل کلاهک شمع

$$\delta = \frac{D_f}{r_0}\ ,\ k_{\theta(T)} = k_{\theta(g)} + k_{\theta(cap)}$$

$$c_{\theta(T)} = c_{\theta(g)} + c_{\theta(cap)}$$

پراکاش(۱۹۸۸)

ارتعاش توام لغزشی و گهواره ای

$$D_\theta = \frac{c_{\theta(T)}}{2\sqrt{k_{\theta(T)} I_q}}$$

نسبت میرایی

$$I_q = \frac{m}{12}(L^2 + h^2) = \frac{m}{12}(3r_0^2 + h^2)$$

I_q گشتاور ماندجرم کلاهک شمع و ماشین روی آن حول مرکز بلوک (مطابق شکل).

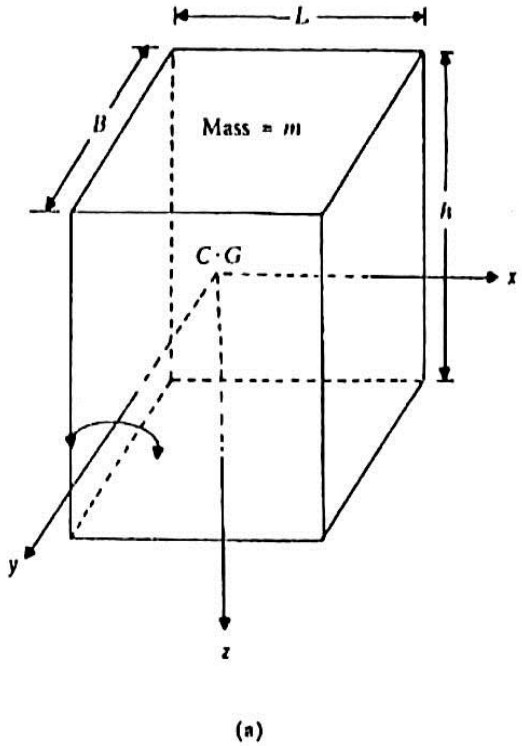
$$\omega_n = \sqrt{\frac{k_{\theta(T)}}{I_\theta}},\ f_n = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k_{\theta(T)}}{I_\theta}}$$

برای ارتعاش بدون میرایی

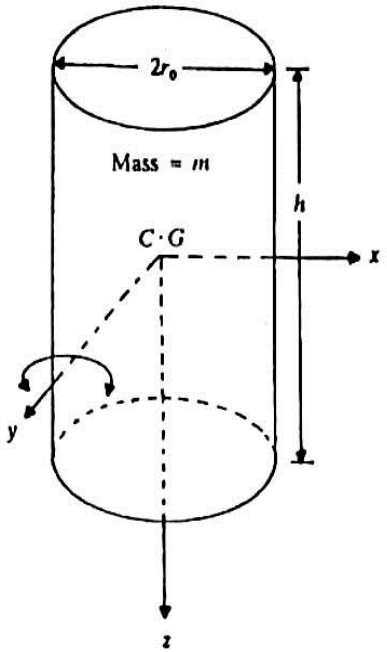
برای ارتعاش با احتساب میرایی:

$$f_m = f_n\sqrt{1-2D_\theta^2} \quad (cons.\ force)$$

$$f_m = \frac{f_n}{\sqrt{1-2D_\theta^2}} \quad (rotating\ mass)$$



(a)



(b)

دامنه در حالت تشدید:

$$A_\theta = \frac{Q_0}{k_{\theta(T)}}\frac{1}{2D_\theta\sqrt{1-2D_\theta^2}} \quad (cons.\ force)$$

$$A_\theta = \frac{m_1 e}{m}\frac{1}{2D_\theta\sqrt{1-2D_\theta^2}} \quad (rotating\ mass)$$

ارتعاش توام لغزشی و گهواره ای

مثال:

در مثال قبلی، یک پی با چهار شمع با مشخصات زیریک پی ماشین مطابق شکل است. $k_{x(T)}, c_{x(T)}$ را برای ارتعاش لغزشی بدست آورید.

برای شمع تک:

$$L = 40\ ft, A = 12\times12\ in,\ \nu = 0.25$$
$$, \gamma = \gamma_s = 118\, lb/\ ft^3,$$
$$E_p = 3\times10^6\ lb/in^2\ ,$$
$$G = G_s = 4000\ lb/in^2$$

$$k_x = (\frac{E_p I_p}{R^3}) f_{x1}, c_x = (\frac{E_p I_p}{R^2 v_s}) f_{x2}$$

$$I_p = \frac{\pi}{4} R^4 = \frac{\pi}{4}(6.77)^4 = 1649.8\ in^4$$

$$v_s = \sqrt{\frac{G}{\rho}} = \sqrt{\frac{4000}{(118/12^3)/(32.2\times12)}} = 4757.5\, in/s$$

$$\frac{E_p}{G} = \frac{3\times10^6}{4000} = 750$$

Reference pile → / Interacting pile ↓	β (deg)	$\frac{s}{2R}$	α_{Lxx}
A	0	0	1.0
B	0	4.43	0.32
C	45	6.27	0.24
D	90	4.43	0.18
			1.74

ارتعاش توام لغزشی و گهواره ای

با توجه به جدول:

$$\xrightarrow{\nu=0.25,\ \frac{E_p}{G}=750,\ f_{x1}=0.027,\ f_{x2}=0.068}$$

$$k_x=(\frac{E_pI_p}{R^3})f_{x1}=\frac{3\times10^6\times1649.8}{6.77^3}(0.027)f_{x1}=4.31\times10^5\ lb/in$$

$$,c_x=(\frac{E_pI_p}{R^2v_s})f_{x2}=\frac{3\times10^6\times1649.8}{6.77^3(4757.5}(0.068)=1.543\times10^3\quad lb-s/in$$

برای گروه شمع:

$$\sum_{r=1}^{n}\alpha_{L(r)}=1.74$$

بااستفاده از شکل و جدول و انعطاف پذیری شمع:

$$k_{x(g)}=\frac{\sum_{1}^{n}k_x}{\sum_{r=1}^{n}\alpha_{L(r)}}=\frac{4\times4.31\times10^5}{1.74}=9.91\times10^5\ lb/in$$

بنابراین:

$$c_{x(g)}=\frac{\sum_{1}^{n}c_x}{\sum_{r=1}^{n}\alpha_{L(r)}}=\frac{4\times1.543\times10^3}{1.74}=3.547\times10^3\ lb-s/in$$

ارتعاش توام لغزشی و گهواره ای

با وجود کلاهک:

$$k_{x(cap)} = G_s D_f \bar{S}_{x1} = 4000(5\times12)4.0 = 9.6\times10^5 \ lb/in,$$

$$c_{x(cap)} = D_f r_0 \bar{S}_{x2}\sqrt{G_s\rho_s} = (5\times12)47.39[\sqrt{\frac{4000\times(118/12^3)}{32.2\times12}}(9.1) = 21.76\times10^3 \ lb-s/in$$

سختی و میرایی کل:

$$k_{x(T)} = k_{x(g)} + k_{x(cap)} = 9.91\times10^5 + 9.6\times10^5 = 19.51\times10^5 \ lb/in$$

$$c_{x(T)} = c_{x(g)} + c_{x(cap)} = 3.547\times10^3 + 21.76\times10^3 = 25.307\times10^3 \ lb-s/in$$

ارتعاش توام لغزشی و گهواره ای

مثال:

در مثال قبلی، یک پی با چهار شمع با مشخصات زیریک پی ماشین مطابق شکل است.
اگر وزن ماشین برابر ۲۰۰۰۰ پاند باشد، نسبت میرایی را بدست آورید.

وزن کلاهک شمع ۴۴۱۰۰ پانداست پس وزن کل:

$$44100 + 20000 = 64100\ lb$$

$$D_x = \frac{c_{x(T)}}{2\sqrt{k_{x(T)} m}} =$$

$$= \frac{25.307 \times 10^3}{2\sqrt{19.51 \times 10^5 (64100/(32.2 \times 12)}} =$$

$$= 0.703$$

$$L = 40\ ft, A = 12 \times 12\ in,\ \nu = 0.25$$

$$, \gamma = \gamma_s = 118 lb/\ ft^3,$$

$$E_p = 3 \times 10^6\ lb/in^2\ ,$$

$$G = G_s = 4000\ lb/in^2$$

ارتعاش توام لغزشی و گهواره ای

مثال:

در مثال اولیه، یک پی با چهار شمع با مشخصات زیریک پی ماشین مطابق شکل است. اگر ضریب پواسون ۲۵/۰ باشد، $k_{\theta(T)}$ و $c_{\theta(T)}$ را برای ارتعاش گهواره ای را بدست آورید.

$$L = 40\ ft, A = 12\times 12\ in,\ \nu = 0.25$$
$$, \gamma = \gamma_s = 118 lb/\ ft^3,$$
$$E_p = 3\times 10^6\ lb/in^2\ ,$$
$$G = G_s = 4000\ lb/in^2$$

$$k_\theta = (\frac{E_p I_p}{R}) f_{\theta 1}, c_x = (\frac{E_p I_p}{v_s}) f_{\theta 2}$$

$$\frac{E_p}{G} = \frac{3\times 10^6}{4000} = 750 \xrightarrow{Table} f_{\theta 1} = 0.39,\ f_{\theta 2} = 0.275$$

$$I_p = \frac{\pi}{4} R^4 = \frac{\pi}{4}(6.77)^4 = 1649.8\ in^4$$

$$k_\theta = (\frac{E_p I_p}{R}) f_{\theta 1} = \frac{3\times 10^6 \times 1649.8\times 0.39}{6.77} =$$

$$= 285.12\times 10^6\ lb - in/rad$$

$$c_x = (\frac{E_p I_p}{v_s}) f_{\theta 2} = \frac{3\times 10^6 \times 1649.8\times 0.0.275}{4757.5} =$$

$$= 0.286\times 10^6\ lb - in - s/rad$$

سختی و م

$$k_{x\theta} = (\frac{E_p I_p}{R^3}) f_{x\theta 1}$$

$$,\ c_{x\theta} = (\frac{E_p I_p}{R^2 v_s}) f_{x\theta 2}$$

ارتعاش توام لغزشی و گهواره ای

با توجه به جدول:

$$f_{x\theta 1} = -0.076 \ , \ f_{x\theta 2} = -0.115$$

$$k_{x\theta} = \frac{3\times 10^6 \times 1649.8}{6.77^3}(-0.076) = -8.21\times 10^6 \ \ lb/rad$$

$$c_{x\theta} = \frac{3\times 10^6 \times 1649.8}{6.77\times 4757.5}(-0.115) = -1.77\times 10^4 \ \ lb-s/rad$$

سختی و میرایی گروه شمع:

$$k_{\theta(g)} = \sum_1^n [k_\theta + k_z x_r^2 + k_x Z_c^2 - 2k_{x\theta} Z_c] \ ,$$

$$c_{\theta(g)} = \sum_1^n [c_\theta + c_z x_r^2 + c_x Z_c^2 - 2c_{x\theta} Z_c]$$

$$n = 4, k_\theta = 285.12\times 10^6 \ \ lb-in/rad$$

$$k_z = 2.17\times 10^6 \ \ lb/in \ , \ x_r = 2.5 \ ft = 30 \ in.$$

$$k_x = 4.31\times 10^5 \ \ lb/in \ , \ k_{x\theta} = -8.21\times 10^6 \ \ lb/in$$

$$Z_r = 3 \ ft = 36 \ in.$$

$$k_{\theta(g)} = 4[285.12\times 10^6 + 2.17\times 10^6 \times 30^2 +$$

$$+ 4.31\times 10^5 \times 36^2 - 2\times 36(-8.21\times 10^6)] =$$

$$= 13.55\times 10^6 \ \ lb-in/rad$$

$$c_{\theta(g)} = \sum_1^n [c_\theta + c_z x_r^2 + c_x Z_c^2 - 2c_{x\theta} Z_c]$$

بطور مشابه:

$$n=4, c_\theta = 285.12\times10^6\ lb-in-s/rad$$

$$c_z = 0.545\times10^4\ lb-s/in\ ,\ x_r = 2.5\ ft = 30\ in.$$

$$c_x = 1.543\times10^3\ lb-s/in\ ,\ c_{x\theta} = -1.77\times10^4\ lb-s/in$$

$$Z_r = 3\ ft = 36\ in.$$

$$c_{\theta(g)} = 4[0.286\times10^6 + 0.545\times10^4\times30^2 +$$

$$+1.543\times10^3\times36^2 - 2\times36\times(-1.77\times10^4)] =$$

$$= 33.84\times10^6\ \ lb-in-s/rad$$

سختی و میرایی کلاهک گروه شمع:

$$\delta = \frac{D_f}{r_0} = \frac{5\times12}{47.39} = 1.266$$

$$k_{\theta(cap)} = Gr_0^2 D_f \bar{S}_{\theta1} + G_s r_0^2 D_f [\frac{\delta^2}{3} + (\frac{Z_c}{r_0})^2 - \delta(\frac{Z_c}{r_0})]\bar{S}_{x1} =$$

$$= 4000\times47.39^2\times5\times12\{2.5 + [\frac{1.266^2}{3} + (\frac{36}{47.39})^2 - 1.266(\frac{36}{47.39})]4 =$$

$$= 1.347\times10^9 + 0.321\times10^9 = 1.668\times10^9\ lb-in/rad$$

ارتعاش توام لغزشی و گهواره ای

بطورمشابه:

$$c_{\theta(cap)} = \delta r_0^4 \sqrt{\rho_s G_s}\{\bar{S}_{\theta 2} + [\frac{\delta^2}{3} + (\frac{Z_c}{r_0})^2 - \delta(\frac{Z_c}{r_0})]\bar{S}_{x2}\} =$$

$$= 1.266 \times 47.49^4 \sqrt{\frac{4000 \times 118 \times 12^3}{32.2 \times 12}}\{1.8 +$$

$$+ [\frac{1.266^2}{3} + (\frac{36}{47.39})^2 - 1.266(\frac{36}{47.39})]9.1\} =$$

$$= 16.94 \times 10^6 \quad lb - in - s / rad$$

سختی و میرایی کل گروه شمع:

$$k_{\theta(T)} = k_{\theta(g)} + k_{\theta(cap)} = 13.55 \times 10^9 + 1.668 \times 10^9 =$$

$$= 15.218 \times 10^9 \ lb - in / rad$$

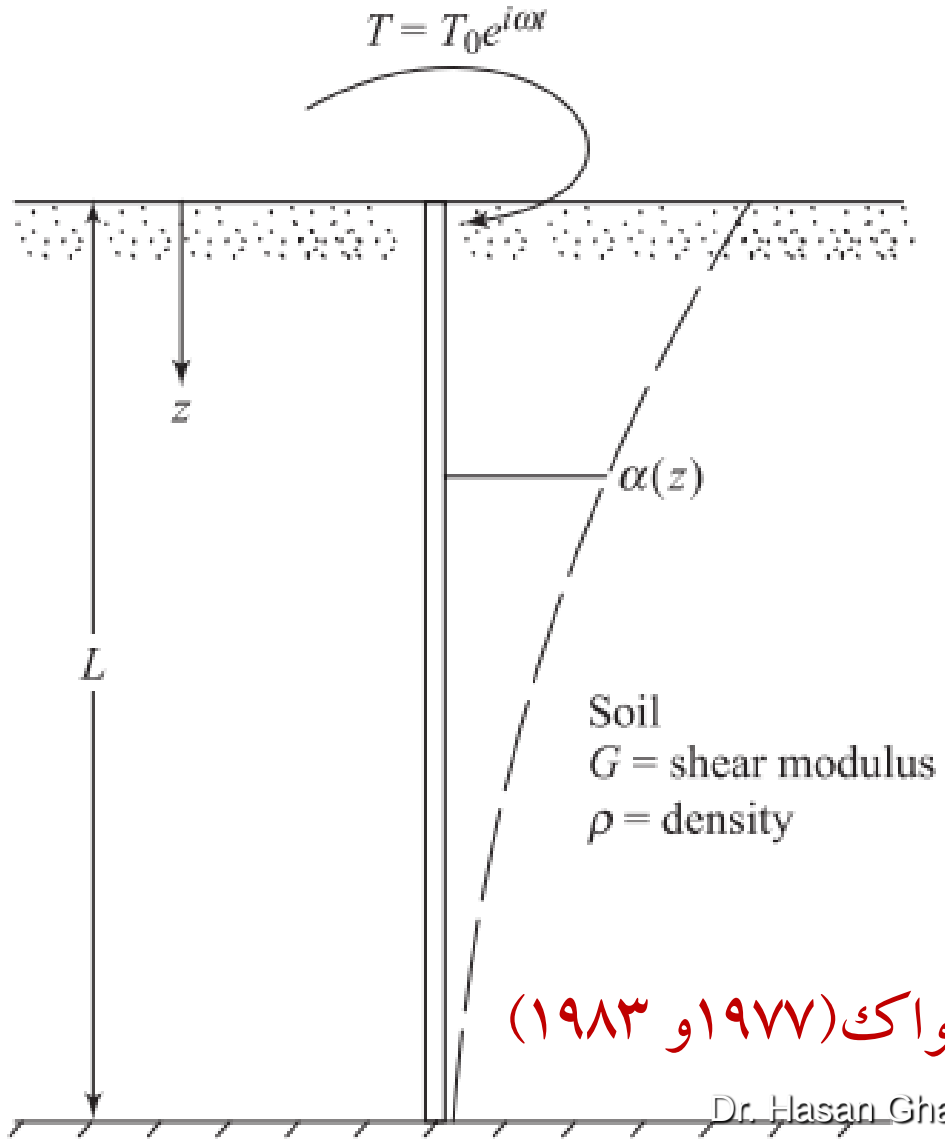
$$c_{\theta(T)} = c_{\theta(g)} + c_{\theta(cap)} = 33.84 \times 10^6 + 16.94 \times 10^6 =$$

$$= 50.78 \times 10^6 \ lb - in - s / rad$$

ارتعاش پیچشی

ارتعاش پیچشی

شمع کشسان با سطح مقطع مدور
ومقاومت انتهاییو همسازی کامل با خاک



نواک(۱۹۷۷و ۱۹۸۳)

این شمع تحت اعمال پیچش
هارمونیک زیر قرار دارد:

$$\alpha(z,t) = \alpha(z)e^{i\omega t}$$

$\alpha(z)$ دامنه ارتعاش چرخشی در
عمق Z است.

عکس العمل شمع از اصطکاک
جداره تامین می شود.

ارتعاش پیچشی

این عکس العمل برای طول dz بصورت زیر است

$$GR^2(S_{\alpha 1}+iS_{\alpha 2})[\alpha(z,t)]dz$$

به ترتیب فراسنج میرایی $S_{\alpha 1}(a_0),\ S_{\alpha 2}(a_0)$

و سختی می باشد. a_0 فرکانس بدون بعد است.

$$S_{\alpha 1}(a_0)=2\pi\left(2-a_0\frac{J_0J_1+Y_0Y_1}{J_1^2+Y_1^2}\right)$$

$$S_{\alpha 2}(a_0)=\frac{4}{J_1^2+Y_1^2}$$

$$a_0=\omega R\sqrt{\frac{\rho}{G}}$$

توابع بسل نوع اول با مرتبه ص $J_0(a_0), J_1(a_0)$

و یک و $Y_0(a_0), Y_1(a_0)$ ت توابع بسل نوع دو

با مرتبه صفرو یک می باشند.

بستگی به میرایی مواد داشته و $S_{\alpha 1},\ S_{\alpha 2}$

عموما اهمیت میرایی مواد از ارتعاش پیچشی

بیشتراست. این میرایی بصورت مولفه خارج فاز بر ضریب مقاومت برشی اثر می کند.

$$G^*=G_1+iG_2=G_1(1+i\tan\delta)\ ,\ \tan\delta=\frac{G_2}{G_1}$$

G_1 و G_2 بخشهای حقیقی و موهومی ضریب مقاومت برشی و δ زاویه خسران است.

ارتعاش پیچشی

$$G^* R^2 (S_{\alpha 1} + iS_{\alpha 2})[\alpha(z,t)]dz$$

بنابراین:

a_0 وابسته به G^*ست.

نواک و هاول(۱۹۷۷) نشان دادند که برای شمع تک با سر گیردار، سختی و میرایی بصورت زیر تعیین می شوند:

$$k_\alpha = (\frac{G_p J}{R}) f_{\alpha 1} \ , \ c_\alpha = (\frac{G_p J}{\sqrt{\frac{G}{\rho}}}) f_{x\theta 2}$$

G_p ضریب مقاومت برشی شمع است.

J گشتاورماند قطبی مقطع شمع است.

$f_{\alpha 1}, f_{\alpha 2}$ فراسنجهای بدون بعدهستند.

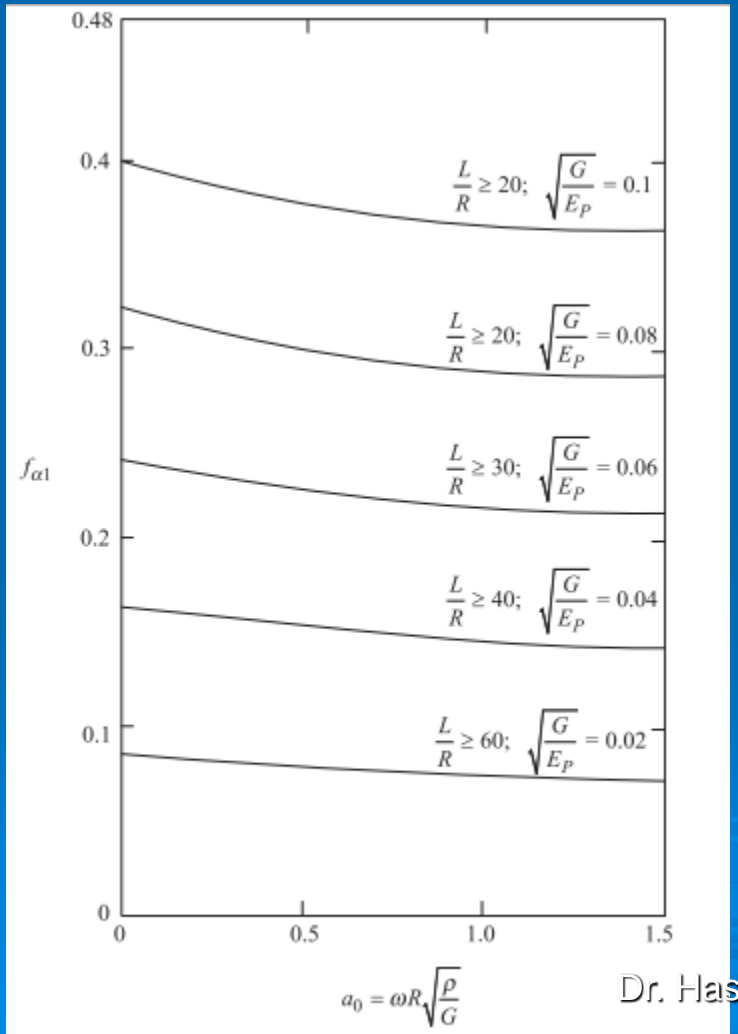
تغییرات $f_{\alpha 1}, f_{\alpha 2}$ برای شمع چوبی ($\rho / \rho_p = 2$) شکل اسلاید بعد نشان داده شده است.

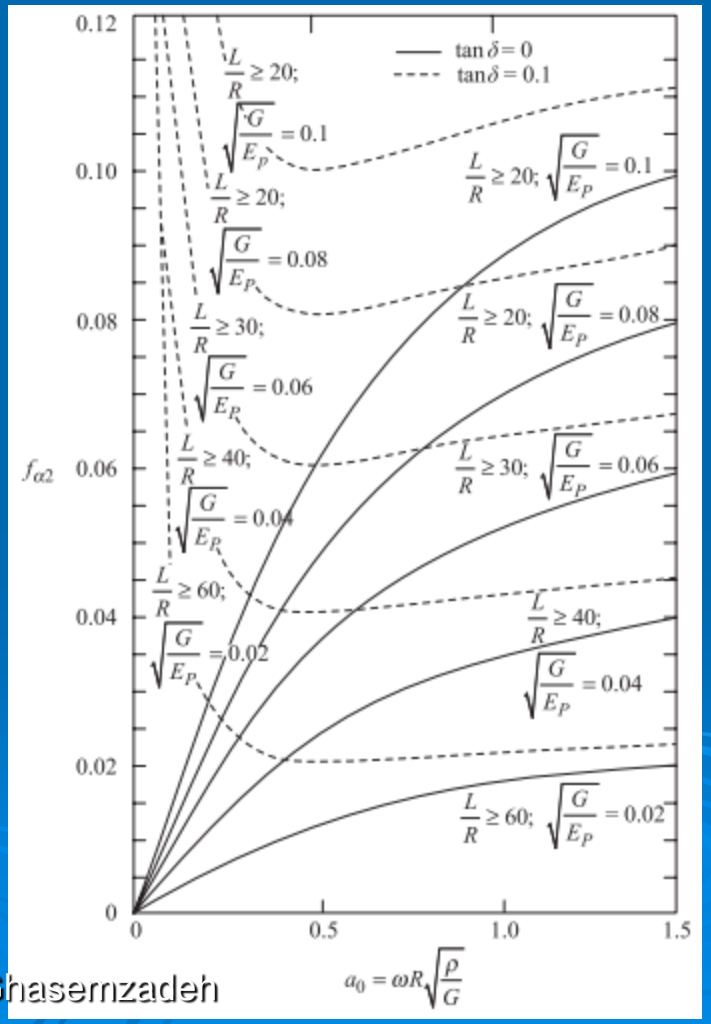
تغییرات $f_{\alpha 1}, f_{\alpha 2}$ برای شمع بتنی ($\rho / \rho_p = 0.7$) شکل اسلاید بعد نشان داده شده

$J_0(a_0), J_1(a_0)$

ارتعاش پیچشی

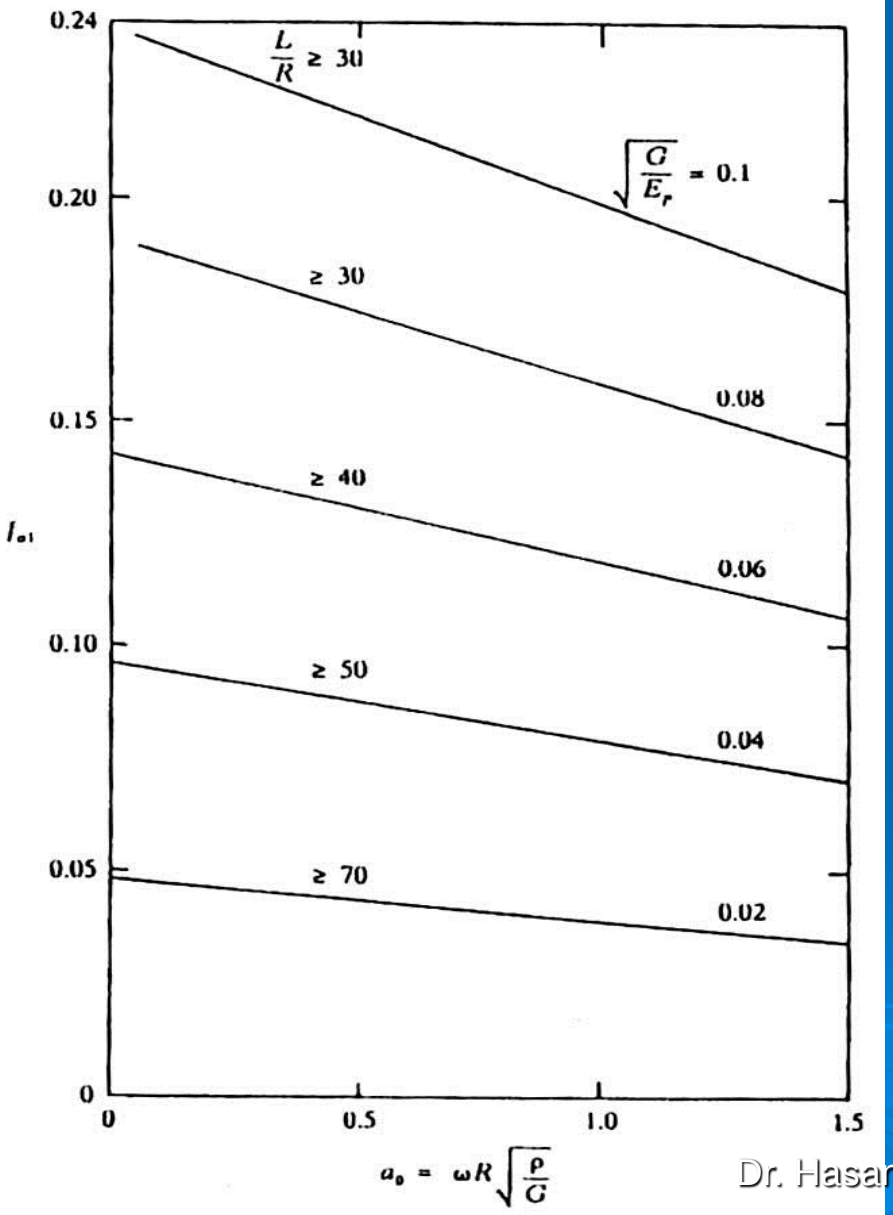
$\rho/\rho_p = 2$ تغییرات $f_{\alpha 1}$, $f_{\alpha 2}$ برای شمع چوبی

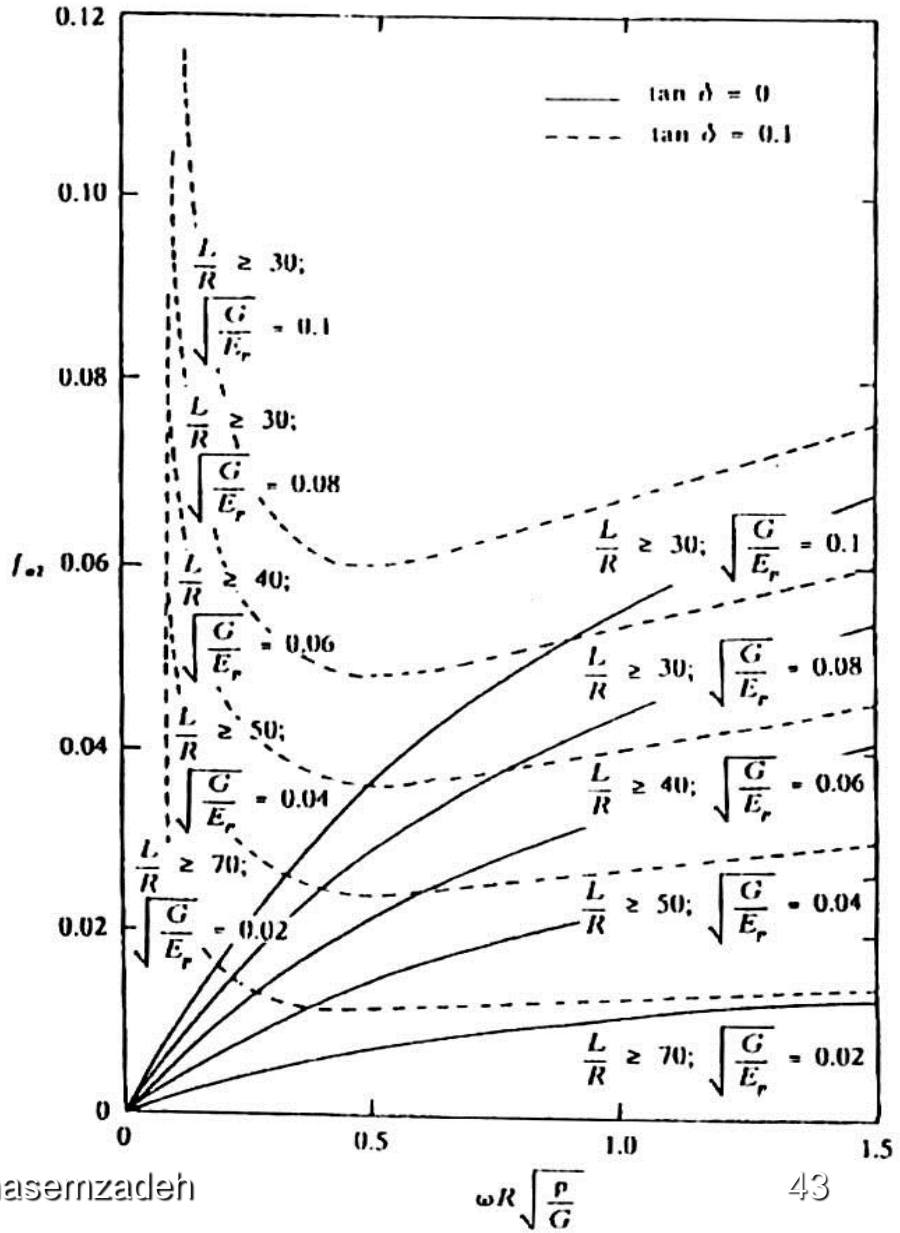




تغییرات $f_{\alpha 1}$, $f_{\alpha 2}$ برای شمع بتنی

$\rho / \rho_p = 0.7$





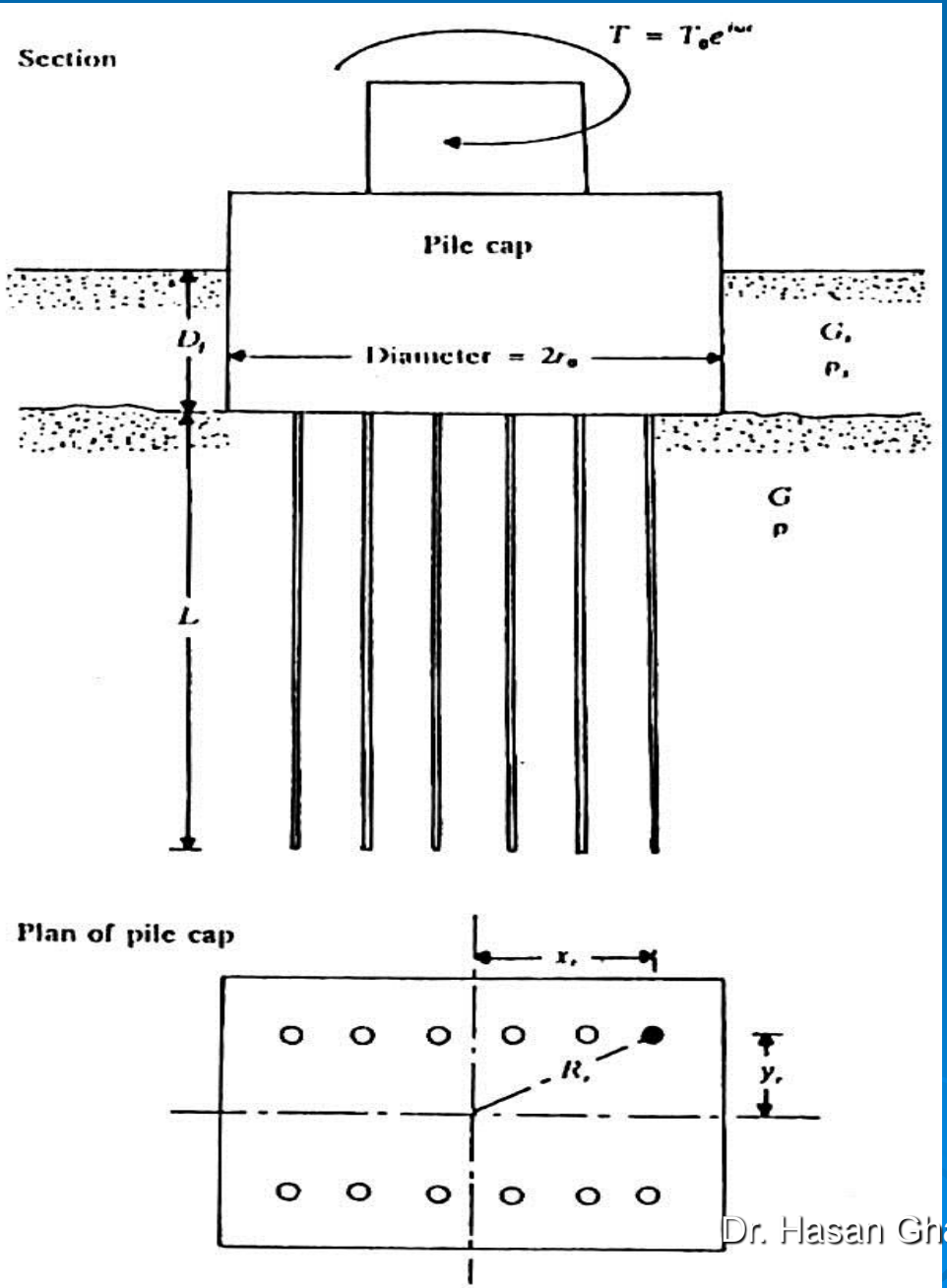
ارتعاش پیچشی

نکات مهم در ارتعاش پیچشی:

- برای یک نوع شمع خاص، ضریب بدون بعد $f_{\alpha 2}$ بت بیشتر از $f_{\alpha 1}$ به فر س وابسته است.
- نواک و هاول(۱۹۷۷) نشان دادند که تغییرشکل شمع لاغر با افزایش عمق ناپدید می شود و وابستگی آن به فرکانس کم می گردد. نتیجتاً اثر گیرداری سرشمع در رفتار شمع لاغر با خاک کم اهمیت خواهد.
- اثر میرایی مصالح در نمودارهای دوم دو اسلاید قبل ارائه شده است. مقدار $\tan\delta = 0.1$ برای خاک معمول بوده و در فرکانسهای کم، میرایی مصالح باعث افزایش میرایی پیچشی شمع می شود. این موضوع را می توان با مقایسه مقدار برای $f_{\alpha 2}$ ا مقدار $\tan\delta = 0.1$ ی تحت یک مق $\tan\delta = 0$ شان داد.

a_0

گروه شمع تحت ارتعاش پیچشی



گروه شمع تحت پیچش مطابق شکل داری سختی میرایی پیچشی $k_{\alpha(g)}$ $c_{\alpha(g)}$ مطابق روابط زیر است:

$$k_{\alpha(g)} = \sum_{1}^{n} [k_\alpha + k_x (x_r^2 + y_r^2)] ,$$

$$c_{\alpha(g)} = \sum_{1}^{n} [c_\alpha + c_x (x_r^2 + y_r^2)]$$

مقادیر k_α و c_α را از روابط قبلی زیر می توان محاسبه نمود:

$$k_\alpha = (\frac{G_p J}{R}) f_{\alpha 1} \ , \ c_\alpha = (\frac{G_p J}{\sqrt{G/\rho}}) f_{x\theta 2}$$

$$k_x = (\frac{E_p I_p}{R^3}) f_{x1} \ , \ c_x = (\frac{E_p I_p}{R^2 v_s}) f_{x2}$$

گروه شمع تحت ارتعاش پیچشی

$R_r = \sqrt{x_r^2 + y_r^2}$

س ع در لغزش هر شمع در گروه با افزایش فاصله به نسبت مربع
ت از مرکز کلاهک افزایش می یابد. بنابراین مقاومت پیچشی گروه
شمع با شمعهای نازک اما فاصله زیاد افزایش می یابد. مضافاً تعداد شمعهای کم با
بزرگ و فواصل بزرگ از مرکز بهتر است.

$c_{\alpha(g)}$

اثر کلاهک شمع در ضرائب سختی و میرایی گروه شمع از روابط زیر با فرض
صفربودن $\overline{C}_{\alpha 2}, \overline{C}_{\alpha 1}$ با

$$k_\alpha = G r_0^3 (\overline{C}_{\alpha 1} + \frac{G_s D_f}{G r_0} \overline{S}_{\alpha 1}) = G_s D_f r_0^2 \overline{S}_{\alpha 1} ,$$

$$c_\alpha = r_0^4 \sqrt{G\rho} (\overline{C}_{\alpha 2} + \overline{S}_{\alpha 2} \frac{D_f}{r_0} \sqrt{\frac{G_s \rho_s}{G\rho}}) = D_f r_0^3 \overline{S}_{\alpha 2} \sqrt{G_s \rho_s}$$

بنابراین، سخت

$$k_{\alpha(T)} = k_{\alpha(g)} + k_{\alpha(cap)} = \sum_1^n [k_\alpha + k_x (x_r^2 + y_r^2)] + G_s D_f r_0^2 \overline{S}_{\alpha 1} ,$$

$$c_{\alpha(T)} = c_{\alpha(g)} + c_{\alpha(cap)} = \sum_1^n [c_\alpha + c_x (x_r^2 + y_r^2)] + D_f r_0^3 \overline{S}_{\alpha 2} \sqrt{G_s \rho_s}$$

گروه شمع تحت ارتعاش پیچشی

$$D_\alpha = \frac{c_{\alpha(T)}}{2\sqrt{k_{\alpha(T)} J_{zz}}}$$

$$J_{zz} = \frac{m}{12}(L^2 + B^2) = \frac{mr_0^2}{2}$$

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k_{\alpha(T)}}{J_{zz}}},\quad f_n = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k_{\alpha(T)}}{J_{zz}}}$$

نسبت میرایی بر اساس رابطه:

J_{zz} گشتاور ماندجرم کلاهک شمع و ماشین روی آن حول محورقائم مرکزی بلوک (مطابق شکل Z-Z) است.

برای ارتعاش بدون میرایی:

برای ارتعاش با احتساب میرایی:

$$f_m = f_n\sqrt{1-2D_\alpha^2} \quad (cons.\ force)$$

$$f_m = \frac{f_n}{\sqrt{1-2D_\alpha^2}} \quad (rotating\ mass)$$

دامنه در حالت تشدید:

$$A_\alpha = \frac{Q_0}{k_{\alpha(T)}}\frac{1}{2D_\alpha\sqrt{1-2D_\alpha^2}} \quad (cons.\ force)$$

$$A_\alpha = \frac{m_1 e}{m}\frac{1}{2D_\alpha\sqrt{1-2D_\alpha^2}} \quad (rotating\ mass)$$