

# پی مرتعش

Hasan Ghasemzadeh

soil Dynamics

1

# پی مرتعش

پی سطحی  
پی عمیق



soil Dynamics

2

کاربرد

پی ماشین آلات ضربه‌ای  
پی ماشین آلات دوار

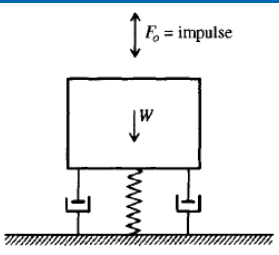


soil Dynamics 3

کاربرد

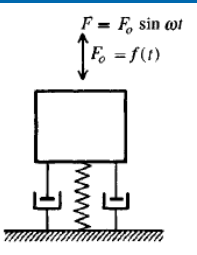
پی ماشین آلات ضربه‌ای  
پی ماشین آلات دوار

$F_o = \text{impulse}$

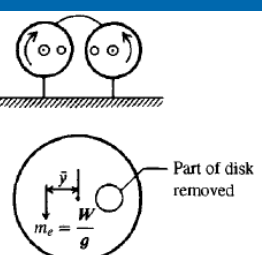


(a) Impulse-type force

$F = F_o \sin \omega t$   
 $F_o = f(t)$



(b) Force varying with time



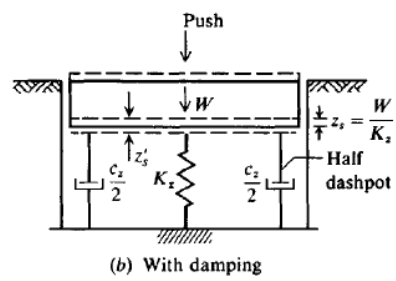
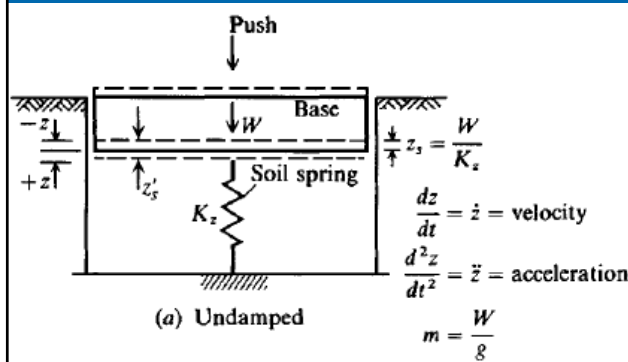
$\bar{y}$  = eccentricity of rotating-mass oscillator  
 $F_o = 4\pi^2 m_e f_o^2 \bar{y} = 2m_e \bar{y} \omega^2$   
 $J_o$  = frequency of the system

(c) Rotating-mass oscillator to develop  $F_o$ , for example, reciprocating machines, gas compressors, etc.

soil Dynamics

### پی مرتعش

اگر پی نسبت به خاک صلب باشد



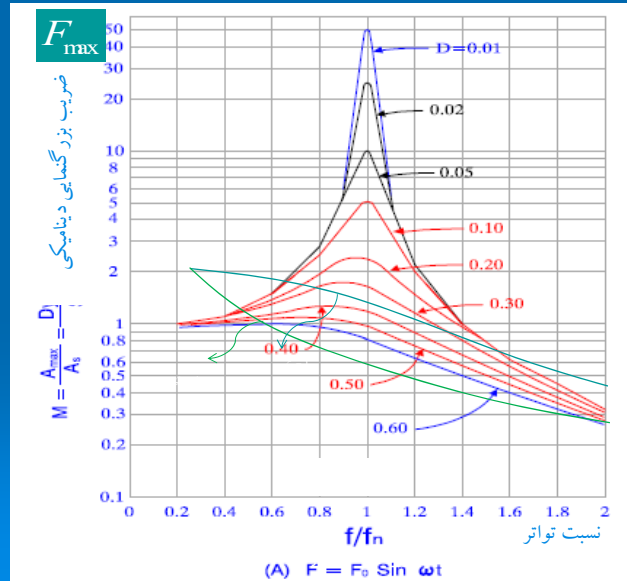
$$m\ddot{z} + c_z\dot{z} + K_z z = F_z(t)$$

Dynamics

5

### پی مرتعش

معمولا در طراحی پی ماشین آلات با دور کم فرکانس طبیعی خاک و پی دو برابر فرکانس ارتعاش دستگاه در نظر گرفته می شود



6

### پی مرتعش

THE GENERAL CASE OF A VIBRATING BASE

Rectangular foundation block with 6 degrees of freedom

soil Dynamics 7

### Lumped Parameter System

$Z$

$C_z$

$I_\psi$

$\psi$

$C_\psi/2$     $K_\psi$     $C_\psi/2$

$m$

$K_z$

$X$

$C_x$

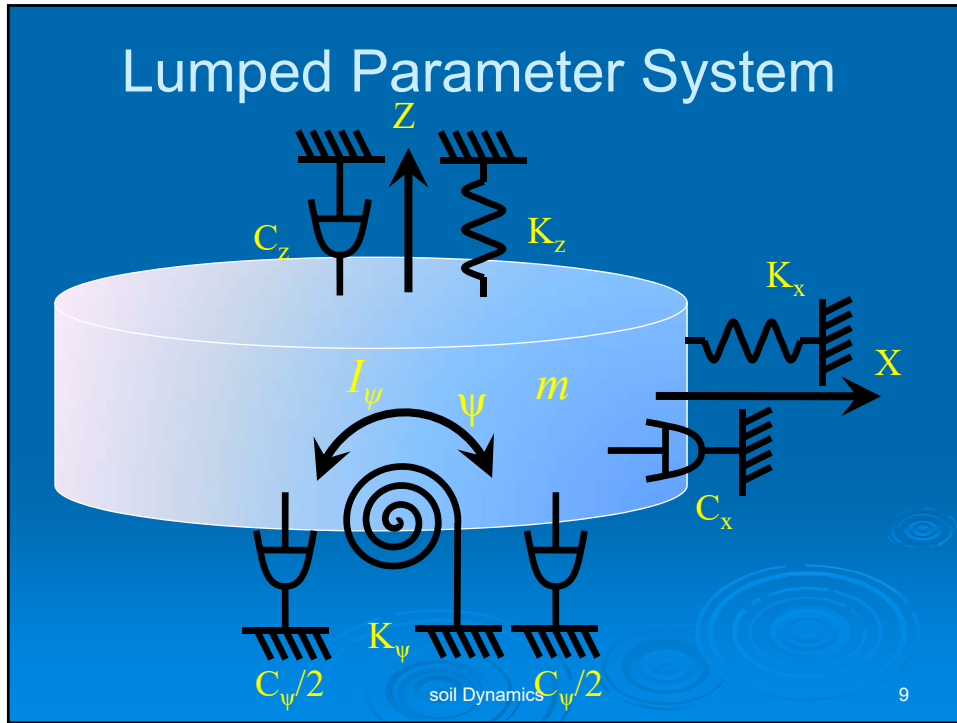
$K_x$

$$m_z \ddot{z} + c_z \dot{z} + k_z z = P_0 \sin(\omega t)$$

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

$$D = c/c_{cr} \quad c_{cr} = 2\sqrt{km}$$

soil Dynamics 8



### پی مرتعش

Sliding modes:

$$m\ddot{x} + c_x\dot{x} + K_x x = F_x(t)$$

$$m\ddot{y} + c_y\dot{y} + K_y y = F_y(t)$$

$$m_z\ddot{z} + c_z\dot{z} + k_z z = P_0 \sin(\omega t)$$

Rocking modes

$$I_\psi \ddot{\theta} + c_\psi \dot{\theta} + K_\psi \theta = F_\psi(t)$$

Yawing modes

$$I_\theta \ddot{\theta} + c_\theta \dot{\theta} + K_\theta \theta = F_\theta(t)$$

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad D = c/c_{cr} \quad c_{cr} = 2\sqrt{km}$$

soil Dynamics

10

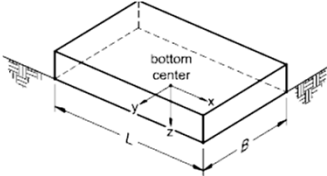
## پی مرتعش دایره‌ای

Lumped Parameter Values for circular foundation (whitman 1976)

Mode	Vertical	Horizontal	Rocking	Torsion
Stiffness, K	$\frac{4Gr}{1-\nu}$	$\frac{8Gr}{2-\nu}$	$\frac{8Gr^3}{3(1-\nu)}$	$\frac{16Gr^3}{3}$
	$\frac{m(1-\nu)}{4\rho r^3}$	$\frac{m(2-\nu)}{8\rho r^3}$	$\frac{3I_\psi(1-\nu)}{8\rho r^5}$	$\frac{I_\theta}{\rho r^5}$
Mass Ratio, $\hat{m}$	0.425	0.288	0.15	0.50
	$\frac{\hat{m}^{1/2}}{0.27m}$	$\frac{\hat{m}^{1/2}}{0.095m}$	$\frac{(1+\hat{m})\hat{m}^{1/2}}{0.24I_\psi}$	$\frac{1+2\hat{m}}{0.24I_\theta}$
Damping Ratio, D	$\hat{m}$	$\hat{m}$	$\hat{m}$	$\hat{m}$
	$\hat{m}$	$\hat{m}$	$\hat{m}$	$\hat{m}$

$D=c/c_{cr}$   $G$ =Shear Modulus  $\nu$ =Poisson's Ratio  $r$ =Radius  $\rho$ =Mass Density  
 $I_\psi, I_\theta$ =Mass Moment of Inertia about horizontal and vertical axis

## پی مرتعش مستطیلی

Degree of Freedom	Stiffness of Foundation at Surface	Note
Translation along x-axis	$K_{x, sur} = \frac{GB}{2-\nu} \left[ 3.4 \left( \frac{L}{B} \right)^{0.65} - 1.2 \right]$	 <p>Orient axes such that <math>L \geq B</math></p>
Translation along y-axis	$K_{y, sur} = \frac{GB}{2-\nu} \left[ 3.4 \left( \frac{L}{B} \right)^{0.65} + 0.4 \frac{L}{B} + 0.8 \right]$	
Translation along z-axis	$K_{z, sur} = \frac{GB}{1-\nu} \left[ 1.55 \left( \frac{L}{B} \right)^{0.75} + 0.8 \right]$	
Rocking about x-axis	$K_{xx, sur} = \frac{GB^3}{1-\nu} \left[ 0.4 \left( \frac{L}{B} \right) + 0.1 \right]$	
Rocking about y-axis	$K_{yy, sur} = \frac{GB^3}{1-\nu} \left[ 0.47 \left( \frac{L}{B} \right)^{2.4} + 0.034 \right]$	
Torsion about z-axis	$K_{zz, sur} = GB^3 \left[ 0.53 \left( \frac{L}{B} \right)^{2.45} + 0.51 \right]$	

## پی مرتعش مستطیلی مدفون

Degree of Freedom	Correction Factor for Embedment	Note
Translation along x-axis	$\beta_x = \left(1 + 0.21 \sqrt{\frac{D}{B}}\right) \cdot \left[1 + 1.6 \left(\frac{hd(B+L)}{BL^2}\right)^{0.4}\right]$	<p><math>d</math> = height of effective sidewall contact (may be less than total foundation height)  <math>h</math> = depth to centroid of effective sidewall contact</p>
Translation along y-axis	$\beta_y = \beta_x$	
Translation along z-axis	$\beta_z = \left[1 + \frac{1}{21} \frac{D}{B} \left(2 + 2.6 \frac{B}{L}\right)\right] \cdot \left[1 + 0.32 \left(\frac{d(B+L)}{BL}\right)^{2/3}\right]$	<p>For each degree of freedom, calculate  <math>K_{emb} = \beta K_{sur}</math></p>
Rocking about x-axis	$\beta_{xx} = 1 + 2.5 \frac{d}{B} \left[1 + \frac{2d}{B} \left(\frac{d}{D}\right)^{-0.2} \sqrt{\frac{B}{L}}\right]$	
Rocking about y-axis	$\beta_{yy} = 1 + 1.4 \left(\frac{d}{L}\right)^{0.6} \left[1.5 + 3.7 \left(\frac{d}{L}\right)^{1.9} \left(\frac{d}{D}\right)^{-0.6}\right]$	
Torsion about z-axis	$\beta_{zz} = 1 + 2.6 \left(1 + \frac{B}{L}\right) \left(\frac{d}{B}\right)^{0.9}$	

soil Dynamics

13

## پی مرتعش

Plan

Section

Soil components

اگر پی نسبت به خاک صلب نباشد

Stiffness per unit length:

$$k_{end} = \frac{6.83 G}{1 - \nu}$$

for  $B/6$  end zones

$$k_{mid} = \frac{0.73 G}{1 - \nu}$$

for middle zone

Component stiffnesses:

$$K_i = l_i k$$

where  $k$  is the appropriate stiffness per unit length for the end zone or middle zone

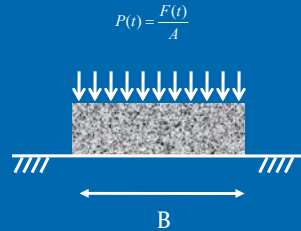
14





## ظرفیت باربری پی مرتعش

ظرفیت باربری پی واقع بر خاک چسبنده  
تحت بار دینامیکی قائم



### فرضیات

پی نواری و واقع بر خاک چسبنده است  
خاک زیر پی بصورت صلب با پی حرکت می کند  
تغییر شکل ها الاستیک است

$$P(t) = P_0 e^{-\beta t}$$

بار دینامیکی میرایی نمایی دارد

از وزن پی صرف نظر می شود

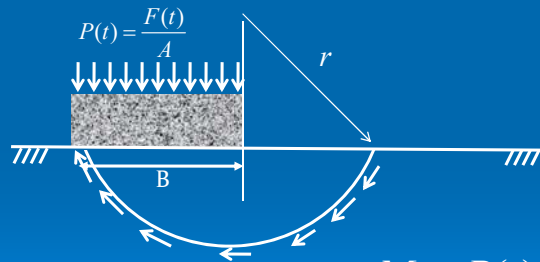
تغییر شکل ها اثری بر مقاومت خاک ندارد

soil Dynamics

17

## پی تحت بار دینامیکی قائم

ظرفیت باربری پی واقع بر خاک چسبنده  
تحت بار دینامیکی قائم



### لنگر محرک

$$M = P(t)B \frac{B}{2} = P(t) \frac{B^2}{2}$$

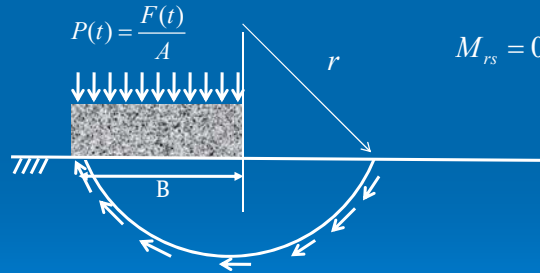
soil Dynamics

18

## پی تمنت بار دینامیکی قائم

نیروهای مقاوم

مقاومت خاک



$$q_s = 5.54 C_u$$

$$M_{rs} = 0.5 q_s B^2$$

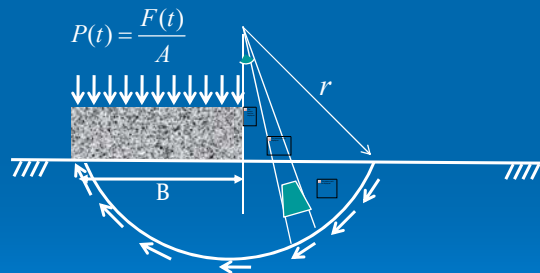
soil Dynamics

19

## پی تمنت بار دینامیکی قائم

نیروهای مقاوم

اینرسی خاک



$$M_{ri} = I_0 \ddot{w}$$

$$I_0 = \int r^2 dm$$

$$dm = \rho dA = \frac{\gamma}{g} r d\theta dr$$

$$I_0 = \frac{1}{1.36} \frac{w B^2}{g}$$

$$w = 0.31 \pi \gamma B^2$$

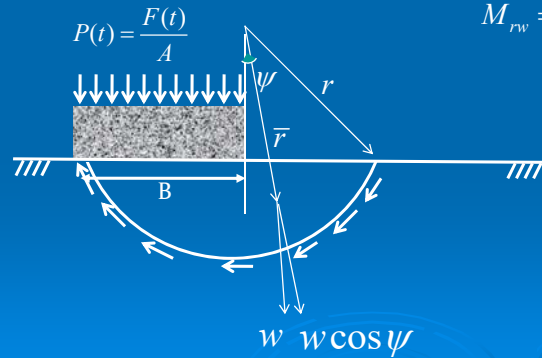
soil Dynamics

20

## پی تمت بار دینامیکی قائم

نیروهای مقاوم

جابجایی توده خاک



$$M_{rw} = (w \sin \psi) \bar{r}$$

$$\sin \psi = \psi \quad \psi \text{ کوچک}$$

$$\bar{r} = 2.205B / \pi$$

$$M_{rw} = w \psi \bar{r}$$

soil Dynamics

21

## پی تمت بار دینامیکی قائم

تعداد لنگر

$$-0.5P_t B^2 + M_{rs} + M_{ri} + M_{rw} = 0$$

$$\ddot{\psi} + \frac{3g}{\pi B} \psi = \frac{0.68}{w} (P_t - q_s) g$$

$$K^2 = \frac{3g}{\pi B}$$

$$\ddot{\psi} + K^2 \psi = \frac{0.68}{w} (P_t - q_s) g$$

soil Dynamics

22

## پی تمنت بار دینامیکی قائم

$$P(t) = P_0 e^{-\beta t} = \lambda q_s e^{-\beta t}$$

$$\ddot{\psi} + K^2 \psi = A e^{-\beta t} - B \quad A = \frac{0.68 g q_s \lambda}{w} \quad B = \frac{0.68 g q_s}{w}$$

$$\omega_n = K = \sqrt{\frac{3g}{\pi B}} \quad T = \frac{2\pi}{\omega_n} = 2\pi \sqrt{\frac{\pi B}{3g}}$$

$$\psi = c_1 \cos kt + c_2 \sin kt + \frac{A}{K^2 + \beta^2} e^{-\beta t} + \frac{B}{K^2}$$

soil Dynamics

23

## پی تمنت بار دینامیکی قائم

$$\dot{\psi} = 0 \Rightarrow t_c \quad \Rightarrow \psi_{\max}$$

$$\psi_{\max} \leq \psi_{all}$$

$$\psi_{\max} \geq \psi_{all}$$

در طراحی

ابعاد پی باید عوض شود

طبق کد هندوستان

ساختمانهای فلزی

ساختمانهای بتنی

پی های گسترده

$$\psi_{all} = \frac{1}{300}$$

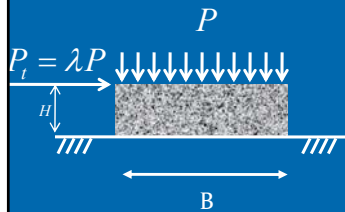
$$\psi_{all} = \frac{1}{666}$$

$$\psi_{all} = \frac{1}{500}$$

soil Dynamics

24

## پی تحت بار دینامیکی افقی



### فرضیات

پی نواری تحت بار قائم و بار افقی ناشی از زلزله پی حرکت دورانی حول نقطه چرخش خود دارد گوشه پی مرکز دوران بوده و منحنی لغزش یک منحنی اسپیرال لگاریتمی است خاک زیر پی بصورت صلب با پی حرکت می کند خاک دارای خصوصیات تنش کرنش پلاستیک است گسیختگی تحت بار افقی رخ می دهد تغییر شکل ها اثری بر مقاومت خاک ندارد

soil Dynamics

25

## پی تحت بار دینامیکی افقی

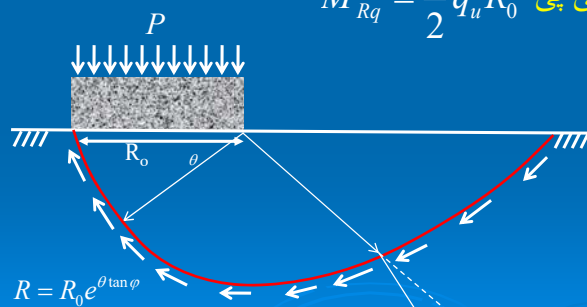
ظرفیت باربری استاتیکی پی عبارتست از

$$q_u = cN_C + 0.5\gamma BN_\gamma$$

نیروهای محرک

$$M_{Rq} = \frac{1}{2} q_u R_0^2$$

در صورتیکه تا بار نهایی پی بار گذاری نمایم



soil Dynamics

26

### پی تمت بار دینامیکی افقی

ظرفیت باربری استاتیکی  
نیروهای مقاوم  
چسبندگی

$$dM_{RC} = (Rd\theta C) R = CR_0^2 e^{2\theta \tan \varphi} d\theta$$

$$M_{RC} = \int_0^{\pi} dM_{RC} = \frac{CR_0^2}{2 \tan \varphi} (e^{2\pi \tan \varphi} - 1)$$

soil Dynamics 27

### پی تمت بار دینامیکی افقی

ظرفیت باربری استاتیکی  
نیروهای مقاوم  
خروج از مرکزیت مرکز ثقل توده لغزیده

$$dM_{RW} = \left( R d\theta \frac{1}{2} R \gamma \right) \frac{2}{3} R \cos \theta = \frac{1}{3} \gamma R_0^3 e^{3\theta \tan \varphi} \cos \theta d\theta$$

$$M_{RW} = \int_0^{\pi} dM_{RW} = \frac{R_0^3 \gamma \tan \varphi}{9 \tan^2 \varphi + 1} (e^{3\pi \tan \varphi} + 1)$$

soil Dynamics 28

## پی تمت بار دینامیکی افقی

ظرفیت باربری استاتیکی

نیروهای مقاوم  
اصطکاک

برایند اصطکاک soil Dynamics

## پی تمت بار دینامیکی افقی

ظرفیت باربری استاتیکی

تعادل لنگرها

$$M_{Rq} = M_{RC} + M_{RW}$$

$$q_u = \frac{C}{\tan \phi} (e^{2\pi \tan \phi} - 1) + \frac{2R_0 \gamma \tan \phi}{9 \tan^2 \phi + 1} (e^{3\pi \tan \phi} + 1)$$

$$q_u = cN_C + 0.5\gamma BN_\gamma$$

$$N_C = \frac{(e^{2\pi \tan \phi} - 1)}{\tan \phi}, N_\gamma = \frac{4 \tan \phi (e^{3\pi \tan \phi} + 1)}{9 \tan^2 \phi + 1}$$

$$\phi = 0 \rightarrow N_C = 2\pi, N_\gamma = 0$$

soil Dynamics 30

## پی تحت بار دینامیکی افقی

### تبادل دینامیکی

نیروهای محرک

- بار استاتیکی
- بار دینامیکی وابسته به زمان

$$F_1$$

$$F_2$$

نیروهای مقاوم

- مقاومت اصطکاکی
- مقاومت چسبندگی
- مقاومت ناشی از خروج از مرکزی مرکز ثقل توده خاک
- مقاومت ناشی از جابجایی مرکز ثقل توده خاک
- مقاومت ناشی از اینرسی توده خاک

$$R_1$$

$$R_2$$

$$R_3$$

$$R_4$$

$$R_5$$

soil Dynamics

31

## پی تحت بار دینامیکی افقی

گشتاورهای محرک

- بار استاتیکی

$$F_1 = \frac{q_u B}{F.S.}$$

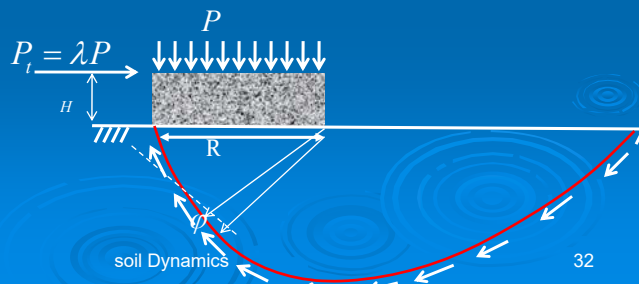
$$F.S. = 2 \rightarrow F_1 = 0.5 (cN_c + 0.5\gamma B N_\gamma) B$$

$$M_{F1} = 0.5BF_1$$

- بار دینامیکی وابسته به زمان

$$F_2 = P_i$$

$$M_{F2} = P_i H$$



soil Dynamics

32



## پی تمت بار دینامیکی افقی

$$M_{R1} = 0$$

گشتاورهای مقاوم  
• اصطکاک

• چسبندگی

$$M_{R2} = \frac{CR_0^2}{2 \tan \varphi} (e^{2\pi \tan \varphi} - 1) = mCR_0^2$$

$$m = \frac{(e^{2\pi \tan \varphi} - 1)}{2 \tan \varphi} = 0.5N_c$$

soil Dynamics

33

## پی تمت بار دینامیکی افقی

$$M_{R3} = W\bar{x}$$

گشتاورهای مقاوم  
• خروج از مرکزی مرکز ثقل توده خاک

$$M_{R3} = \int_0^\pi \left( R d\theta \frac{1}{2} R \gamma \right) \frac{2}{3} R \cos \theta = \frac{R_0^3 \gamma \tan \varphi}{9 \tan^2 \varphi + 1} (e^{3\pi \tan \varphi} + 1)$$

$$M_{R3} = n\gamma R_0^3$$

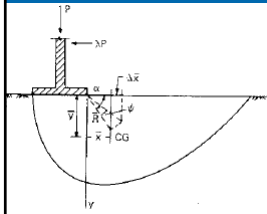
$$n = \frac{\tan \varphi (e^{3\pi \tan \varphi} + 1)}{9 \tan^2 \varphi + 1}$$

$$\varphi = 0 \rightarrow M_{R3} = 0$$

soil Dynamics

34

## پی تمت بار دینامیکی افقی



گشتاورهای مقاوم

• جابجایی مرکز ثقل توده خاک

$$M_{R4} = W \Delta \bar{x}$$

$$\Delta \bar{x} = \bar{R} \cos(\alpha - \psi) - \bar{x}$$

$$\psi \rightarrow 0 \Rightarrow \cos(\psi) = 1, \sin(\psi) = \psi, \bar{x} = \bar{R} \cos(\alpha) \Rightarrow \Delta \bar{x} = \bar{R} \psi \sin(\alpha)$$

$$\bar{R} = \sqrt{\bar{X}^2 + \bar{Y}^2} = \frac{4R_0 \tan \varphi (e^{3\pi \tan \varphi} + 1)}{3\sqrt{(9 \tan^2 \varphi + 1)(e^{2\pi \tan \varphi} - 1)}} \quad W = \frac{\gamma R_0^2 (e^{2\pi \tan \varphi} - 1)}{4 \tan \varphi}$$

$$M_{R4} = \beta R_0^3 \psi \sin(\alpha) \quad \beta = \frac{(e^{3\pi \tan \varphi} + 1)}{3\sqrt{(9 \tan^2 \varphi + 1)}}$$

soil Dynamics

35

## پی تمت بار دینامیکی افقی

گشتاورهای مقاوم

• اینرسی توده خاک

$$M_{R5} = I \ddot{\psi}$$

$$I = \frac{\gamma}{g} \int_0^{\pi} \int_0^{R_0} R^3 d\psi dR = \frac{\gamma R_0^4 (e^{4\pi \tan \varphi} - 1)}{16 g \tan \varphi}$$

$$M_{R5} = \mu \frac{\gamma R_0^4}{g} \ddot{\psi} \quad \mu = \frac{(e^{4\pi \tan \varphi} - 1)}{16 \tan \varphi}$$

$$\mu = \frac{\pi}{4}$$

لغزش دایره‌ای

soil Dynamics

36

## پی تمت بار دینامیکی افقی

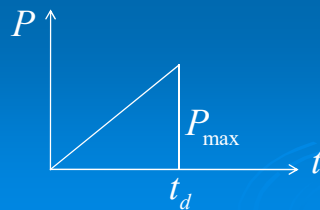
### تعدادل دینامیکی

معادله حرکت

$$\ddot{\psi} + K\psi = A(M_{F2} + 0.5BP - E)$$

$$K = \sqrt{\frac{g\beta \sin \alpha}{\gamma R_0 \mu}} \quad E = mCR_0^2 + n\gamma R_0^3 \quad A = \frac{g}{\gamma R_0 4\mu}$$

حل معادله حرکت



$$t \leq t_d \Rightarrow M_{F2} = \frac{M_{\max} t}{t_d}$$

$$t > t_d \Rightarrow M_{F2} = 0$$

soil Dynamics

37

## پی تمت بار دینامیکی افقی

### تعدادل دینامیکی

جواب معادله حرکت  $t \leq t_d$

$$\psi = \frac{A}{K^2} \left( E - \frac{PB}{2} \right) \cos kt + \frac{A}{K^3} \frac{M_{\max}}{t_d} \sin kt + \frac{A}{K^2} \left( M_{\max} \frac{t}{t_d} + \frac{PB}{2} - E \right)$$

جواب معادله حرکت  $t > t_d$

$$\psi = C_1 \cos kt + C_2 \sin kt + \frac{A}{K^2} \left( \frac{PB}{2} - E \right)$$

$$C_1 = (G_1 K \cos kt_d + G_2 \sin kt_d) / K \quad C_2 = (G_1 K \sin kt_d + G_2 \cos kt_d) / K$$

$$G_1 = \frac{A}{K^2} \left( E - \frac{PB}{2} \right) \cos kt_d - \frac{A}{K^3} \frac{M_{\max}}{t_d} \sin kt_d + \frac{A}{K^2} M_{\max}$$

$$G_2 = -\frac{A}{K} \left( E - \frac{PB}{2} \right) \sin kt_d - \frac{A}{K^2} \frac{M_{\max}}{t_d} \cos kt_d + \frac{A}{K^2} \frac{M_{\max}}{t_d}$$

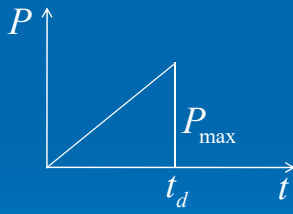
soil Dynamics

38

## پی تمنت بار دینامیکی افقی

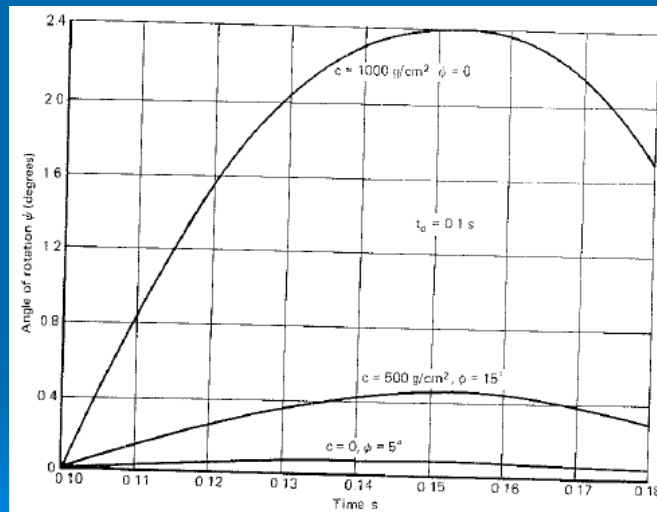
### تعادل دینامیکی

جواب های فوق برای مقادیر مختلف  $C, \phi, t_d, B, H$  رسم شده اند



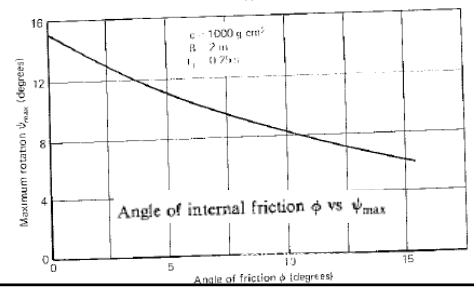
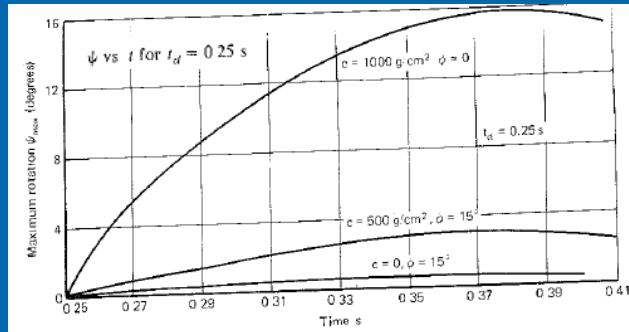
$c$ , g/cm <sup>2</sup>	$\phi$ deg	$t_d$ s	$B$ m	$H$ m	Factor of safety
0	15	0.05, 0.1, 0.15, 0.2 0.25	1, 2, 3	4, 8, 12	2 for all cases
250	0, 5, 10, 15	0.05, 0.1, 0.15, 0.2, 0.25	1, 2, 3	4, 8, 12	2 for all cases
500	0, 5, 10, 15	0.05, 0.1, 0.15, 0.2, 0.25	1, 2, 3	4, 8, 12	2 for all cases
1,000	0, 5, 10, 15	0.05, 0.1, 0.15, 0.2, 0.25	1, 2, 3	4, 8, 12	2 for all cases
2,000	0, 5, 10, 15	0.05, 0.1, 0.15, 0.2, 0.25	1, 2, 3	4, 8, 12	2 for all cases
4,000	0, 5, 10, 15	0.05, 0.1, 0.15, 0.2, 0.25	1, 2, 3	4, 8, 12	2 for all cases

## پی تمنت بار دینامیکی افقی



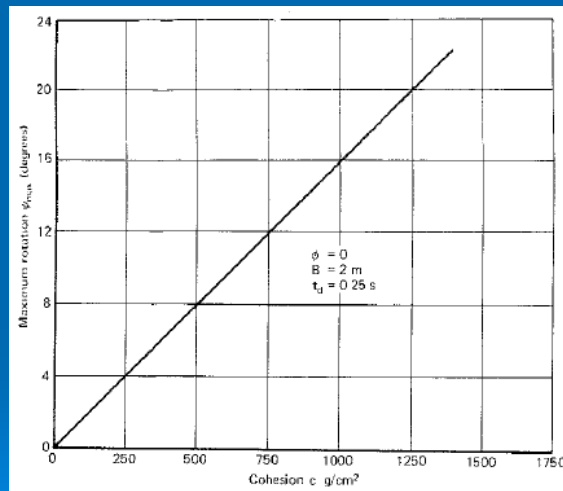
$\psi$  vs  $t$  for  $t_d = 0.1$  s. (After Prakash and Chummar, 1967)

## پی تمت بار دینامیکی افقی



41

## پی تمت بار دینامیکی افقی

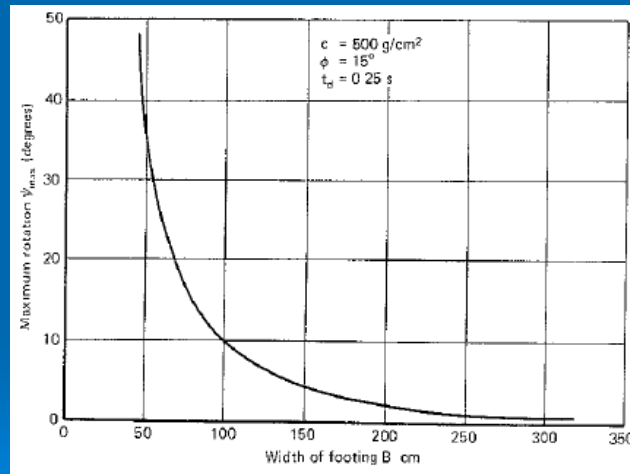


Cohesion vs  $\psi_{max}$

soil Dynamics

42

## پی تمت بار دینامیکی افقی



Width of footing vs  $\psi_{max}$

43

## پی تمت بار دینامیکی افقی

### تبادل دینامیکی

$$P_{max} = \lambda_{cr} P$$

با تعریف اضافه بار برای نسبت بار افقی به قائم

مطالعات نشان می‌دهد اضافه بار از پارامترهای  $C, \phi, t_d, B, H$

مستقل بوده و برابر است با  $\lambda_{cr} = 0.38$

بنابراین معمولا بار زلزله در ساختمان‌ها بحرانی نیست

اگر ظرفیت باربری پی جواب ندهد چگونه عمل کنیم؟

soil Dynamics

44