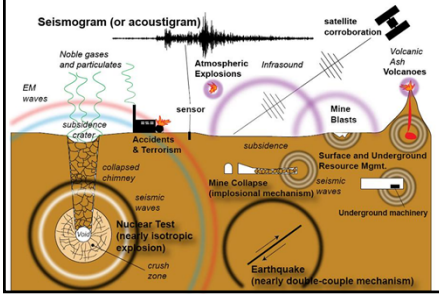
دینامیک خاک

Soil dynamics



انتشار امواج در نیم‌فضای الاستیک

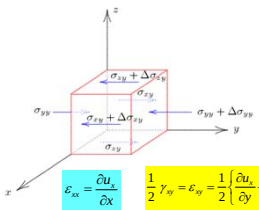
Dr. Hasan Ghasemzadeh

http://sahand.kntu.ac.ir/~ghasemzadeh/indexfa.html

انتشار امواج در نیم فضای الاستیک

یادآوری

معادلات تعادل- ساختاری-سازگاری



$$\varepsilon_{xx}=\frac{\partial u_x}{\partial x}\qquad \frac{1}{2}\gamma_{xy}=\varepsilon_{xy}=\frac{1}{2}\left\{\frac{\partial u_x}{\partial y}+\frac{\partial u_y}{\partial x}\right\}$$

$$\varepsilon_{yy}=\frac{\partial u_y}{\partial y}\qquad \frac{1}{2}\gamma_{yz}=\varepsilon_{yz}=\frac{1}{2}\left\{\frac{\partial u_y}{\partial z}+\frac{\partial u_z}{\partial y}\right\}$$

$$\varepsilon_{zz}=\frac{\partial u_z}{\partial z}\qquad \frac{1}{2}\gamma_{zx}=\varepsilon_{zx}=\frac{1}{2}\left\{\frac{\partial u_z}{\partial x}+\frac{\partial u_x}{\partial z}\right\}$$

$$\varepsilon_v=\varepsilon_{xx}+\varepsilon_{yy}+\varepsilon_{zz}$$

فهرست عناوین و فصول

۱- معرفی دینامیک خاک وباد آوری دینامیک سازه
۲- انتشار امواج در محیط
۳- رفتاردینامیکی خاک ها و ظرفیت باربری دینامیکی خاک
۴-دیوار حایل تحت بار دینامیکی
۵-پی های سطحی تحت بار دینامیکی
۶-شمع تحت بار دینامیکی

انتشار امواج در نیم فضای الاستیک

قانون هوک

$$\sigma_{xx}=\lambda\varepsilon_v-2\mu\frac{\partial u_x}{\partial x}\qquad \sigma_{xy}=\mu\left(\frac{\partial u_x}{\partial y}+\frac{\partial u_y}{\partial x}\right)$$

$$\sigma_{yy}=\lambda\varepsilon_v-2\mu\frac{\partial u_y}{\partial y}\qquad \sigma_{yz}=\mu\left(\frac{\partial u_y}{\partial z}+\frac{\partial u_z}{\partial y}\right)$$

$$\sigma_{zz}=\lambda\varepsilon_v-2\mu\frac{\partial u_z}{\partial z}\qquad \sigma_{zx}=\mu\left(\frac{\partial u_z}{\partial x}+\frac{\partial u_x}{\partial z}\right)$$

$$\lambda=\frac{\nu E}{(1+\nu)(1-2\nu)}\qquad \mu=G=\frac{E}{2(1+\nu)}$$

$$\lambda=K-\tfrac{2}{3}G$$

انتشار امواج در محیط

۱- انتشار امواج در نیم فضای الاستیک
امواج فشاری
امواج برشی
امواج رایلی
امواج لاو
۲- مقایسه سرعت امواج و تغییر شکل آن‌ها
۳- حوزه نزدیک و دور
۴- شکست موج

انتشار امواج در نیم فضای الاستیک

معادلات تعادل

$$\frac{\partial\sigma_{xx}}{\partial x}+\frac{\partial\sigma_{yx}}{\partial y}+\frac{\partial\sigma_{zx}}{\partial z}-f_x=0,$$

$$\frac{\partial\sigma_{xy}}{\partial x}+\frac{\partial\sigma_{yy}}{\partial y}+\frac{\partial\sigma_{zy}}{\partial z}-f_y=0,$$

$$\frac{\partial\sigma_{xz}}{\partial x}+\frac{\partial\sigma_{yz}}{\partial y}+\frac{\partial\sigma_{zz}}{\partial z}-f_z=0,$$

یا

معادلات ناویر

$$(\lambda+\mu)\frac{\partial\varepsilon_v}{\partial x}+\mu\nabla^2u_x=$$

$$(\lambda+\mu)\frac{\partial\varepsilon_v}{\partial y}+\mu\nabla^2u_y=$$

$$(\lambda+\mu)\frac{\partial\varepsilon_v}{\partial z}+\mu\nabla^2u_z=$$

انتشار امواج در نیم فضای الاستیک

حل معادلات الاستو دینامیک : موج فشاری

مشتق نسبت به

معادلات ناویر با وجود شتاب

معادلات الاستودینامیک

x $(\lambda+\mu)\frac{\partial \varepsilon_v}{\partial x}+\mu\nabla^2 u_x=\rho\frac{\partial^2 u_x}{\partial t^2}$

y $(\lambda+\mu)\frac{\partial \varepsilon_v}{\partial y}+\mu\nabla^2 u_y=\rho\frac{\partial^2 u_y}{\partial t^2}$

z $(\lambda+\mu)\frac{\partial \varepsilon_v}{\partial z}+\mu\nabla^2 u_z=\rho\frac{\partial^2 u_z}{\partial t^2}$

P wave $(\lambda+2\mu)\nabla^2\varepsilon_v=\rho\frac{\partial^2\varepsilon_v}{\partial t^2}$ معادله موج در محیط سه بعدی

انتشار امواج در نیم فضای الاستیک

حل دوم معادلات الاستودینامیک

S wave

$$\mu\nabla^2\omega_{xy}=\rho\frac{\partial^2\omega_{xy}}{\partial t^2}$$
$$\mu\nabla^2\omega_{yz}=\rho\frac{\partial^2\omega_{yz}}{\partial t^2}$$
$$\mu\nabla^2\omega_{xz}=\rho\frac{\partial^2\omega_{xz}}{\partial t^2}$$

$$c_s=\sqrt{\frac{\mu}{\rho}}=\sqrt{\frac{G}{\rho}}$$

سرعت موج برشی در محیط سه بعدی با محیط یک بعدی برابر است

امواج برشی و فشاری در محیط سه بعدی منتشر می شوند

انتشار امواج در نیم فضای الاستیک

حل معادلات الاستو دینامیک : موج فشاری

$$(\lambda+2\mu)\nabla^2\varepsilon_v=\rho\frac{\partial^2\varepsilon_v}{\partial t^2}$$

$$\varepsilon_v=f_1(r-c_p t)+f_2(r+c_p t)$$

$$c_p=\sqrt{(\lambda+2\mu)/\rho}$$

$$c_p=\sqrt{\frac{1}{\rho}\frac{E(1-\nu)}{(1+\nu)(1-2\nu)}}$$ E_b

$$c_p=\sqrt{\frac{E_b}{\rho}}$$

$$\upsilon=0\Rightarrow E_b=E\Rightarrow c_p=c_{P_{1dimensional}}$$
$$\upsilon>0\Rightarrow E_b>E\Rightarrow c_p>c_{P_{1dimensional}}$$

انتشار امواج در نیم فضای الاستیک

حل سوم معادلات الاستودینامیک: امواج رایلی

امواج رایلی در سطح محیط سه بعدی منتشر می شوند

موج مستقل از جهت عمود بر صفحه است و جابجایی در آن جهت کم است

جواب

$$u_x=A\exp(-bz)\sin[k(x-c_r t)]$$
$$u_z=B\exp(-bz)\cos[k(x-c_r t)]$$

شرایط مرزی

$z=0, t>0$ $\sigma_{zz}=0$

$z=0, t>0$ $\sigma_{zx}=0$

$$u_x=[kC_1\exp(-b_1 z)+b_2C_2\exp(-b_2 z)]\sin[k(x-c_r t)]$$
$$u_z=[b_1C_1\exp(-b_1 z)+kC_2\exp(-b_2 z)]\cos[k(x-c_r t)]$$

انتشار امواج در نیم فضای الاستیک

حل دوم معادلات الاستودینامیک: موج برشی

مشتق نسبت به

y $(\lambda+\mu)\frac{\partial \varepsilon_v}{\partial x}+\mu\nabla^2 u_x=\rho\frac{\partial^2 u_x}{\partial t^2}$

x z $(\lambda+\mu)\frac{\partial \varepsilon_v}{\partial y}+\mu\nabla^2 u_y=\rho\frac{\partial^2 u_y}{\partial t^2}$

y $(\lambda+\mu)\frac{\partial \varepsilon_v}{\partial z}+\mu\nabla^2 u_z=\rho\frac{\partial^2 u_z}{\partial t^2}$

تفاضل

$$\mu\nabla^2\left(\frac{\partial u_x}{\partial y}-\frac{\partial u_y}{\partial x}\right)=\rho\frac{\partial^2}{\partial t^2}\left(\frac{\partial u_x}{\partial y}-\frac{\partial u_y}{\partial x}\right)$$

چرخش حول z $\omega_{xy}=\left(\frac{\partial u_x}{\partial y}-\frac{\partial u_y}{\partial x}\right)$ $\mu\nabla^2\omega_{xy}=\rho\frac{\partial^2\omega_{xy}}{\partial t^2}$

چرخش حول x $\omega_{yz}=\left(\frac{\partial u_y}{\partial z}-\frac{\partial u_z}{\partial y}\right)$ $\mu\nabla^2\omega_{yz}=\rho\frac{\partial^2\omega_{yz}}{\partial t^2}$

چرخش حول y $\omega_{xz}=\left(\frac{\partial u_x}{\partial z}-\frac{\partial u_z}{\partial x}\right)$ $\mu\nabla^2\omega_{xz}=\rho\frac{\partial^2\omega_{xz}}{\partial t^2}$

انتشار امواج در نیم فضای الاستیک

حل سوم معادلات الاستودینامیک: امواج رایلی

$u_x=[kC_1\exp(-b_1 z)+b_2C_2\exp(-b_2 z)]\sin[k(x-c_r t)]$

$u_z=[b_1C_1\exp(-b_1 z)+kC_2\exp(-b_2 z)]\cos[k(x-c_r t)]$

$\beta_1=b_1/k=\sqrt{1-c_r^2/c_p^2}$ $C_2/C_1=-(1+\beta_2^2)/2\beta_2$

عدد موج

$\beta_2=b_2/k=\sqrt{1-c_r^2/c_s^2}$ سرعت موج رایلی c_r

$$16(1-\eta^2)p^3-8(3-2\eta^2)p^2+8p-1=0 \Rightarrow c_r$$

$p=c_s^2/c_r^2$ $\frac{c_r^2}{c_p^2}=\frac{\eta^2}{p^2}$

$\eta^2=c_s^2/c_p^2=(1-2\nu)/[2(1-\nu)]$

معادله فوق تنها یک جواب حقیقی دارد

حل از روش تکرار

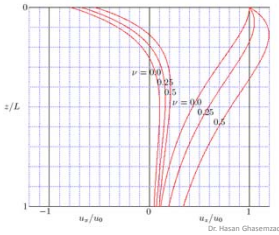
$$\begin{cases} p=1+a \\ a<<1 \end{cases}\Rightarrow \begin{cases} \nu>0.1\Rightarrow a=\frac{1-\nu}{8(1+a)(\nu+a)} \\ \nu<0.1\Rightarrow a^2=\frac{1-\nu}{8(1+a)(1+\nu/a)} \end{cases}$$

$$p=\frac{c_s^2}{c_r^2}\Rightarrow\frac{c_s}{c_r}=\sqrt{1+a}$$

گسترش موج زلزله در لایه خاک

دامنه تغییر مکان افقی در لایه بالای خاک

$$z=0 \;:\; |u_x| = k|C_1|[1-\tfrac{1}{2}(1+\beta_2^2)],$$
$$z=0 \;:\; |u_z| = k|C_2|[1-\tfrac{1}{2}(1+\beta_2^2)],$$



$$\frac{|u_z|}{|u_x|} = \frac{|C_2|}{|C_1|} > 1$$

زیرا

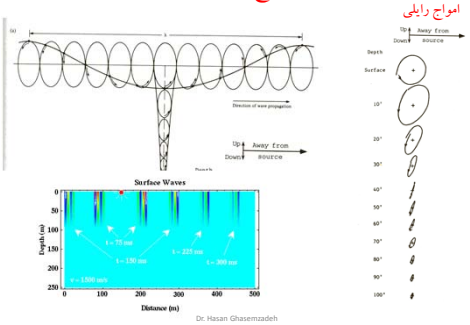
$$C_2/C_1 = -(1+\beta_2^2)/2\beta_2 \qquad \beta_2 < 1$$

طول موج $L = 2\pi/k$

تغییر مکان قائم در سطح u_0

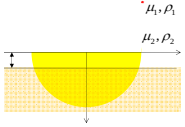
گسترش موج زلزله در لایه خاک

امواج رایلی



انتشار امواج در نیم فضای الاستیک

امواج لاو



$$c_1 < c < c_2$$

$$\lambda_1^2 = -(\frac{\omega^2}{c_1^2} - \frac{\omega^2}{c^2}),$$
$$\lambda_2^2 = (\frac{\omega^2}{c^2} - \frac{\omega^2}{c_2^2}),$$

شرایط مرزی

$$z=0 \qquad \frac{\partial v}{\partial z} = 0$$
$$z \to \infty \qquad v = 0$$

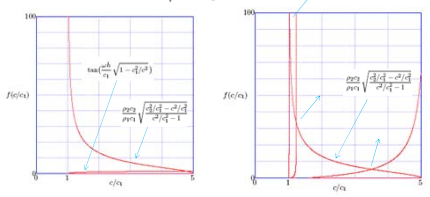
شرایط سازگاری

$$\tan(\frac{\omega h}{c_1}\sqrt{1-c_1^2/c^2}) = \frac{\rho_2 c_2}{\rho_1 c_1}\sqrt{\frac{c_2^2/c_1^2 - c^2/c_1^2}{c^2/c_1^2 - 1}}.$$

انتشار امواج در نیم فضای الاستیک

امواج لاو

$$\tan(\frac{\omega h}{c_1}\sqrt{1-c_1^2/c^2}) = \frac{\rho_2 c_2}{\rho_1 c_1}\sqrt{\frac{c_2^2/c_1^2 - c^2/c_1^2}{c^2/c_1^2 - 1}}.$$



فرکانس کم $\frac{\omega h}{c_1} = 1$

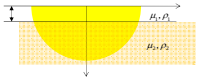
$c \approx c_2$

فرکانس زیاد $\frac{\omega h}{c_1} = 8$ بیش از یک جواب

$c \approx c_1$

انتشار امواج در نیم فضای الاستیک

امواج لاو



یک لایه نرم روی یک لایه سخت سبب شکست و انعکاس امواج ونهایتا امواج لاو می شود

این امواج در عمق سریعا زایل می شوند و امواج سطحی هستند

y تغییر مکان در جهت $v = v(x,z,t)$

$$0 < z < h \qquad \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} = \frac{\mu_1}{\rho_1}\left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2}\right)$$

$$z > h \qquad \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} = \frac{\mu_2}{\rho_2}\left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2}\right)$$

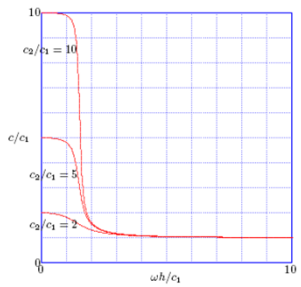
جواب

$$0 < z < h \;:\; v = [A\exp(\lambda_1 z) + B\exp(-\lambda_1 z)]\sin[\omega(t - x/c)],$$

$$z > h \;:\; v = [C\exp(\lambda_2 z) + D\exp(-\lambda_2 z)]\sin[\omega(t - x/c)],$$

انتشار امواج در نیم فضای الاستیک

امواج لاو



انتشار امواج در نیم فضای الاستیک

مثال : امواج لاو

$h = 20 \text{ m}$

$\omega = 30 \text{ s}^{-1}$

$c_1 = 100 \text{ m/s}$

$c_2 = 2000 \text{ m/s}$

$$\frac{c_2}{c_1} = 20$$

$$\omega h / c = \frac{30 * 20}{100} = 6 \quad \Rightarrow \begin{cases} c \approx c_1 \\ c \approx c_2 \end{cases}$$

Dr. Hasan Ghasemzadeh 19