انرژی مکانیکی یا در دسترس در هر مقطع جریان

$$H = \frac{V^2}{2g} + \frac{P}{\gamma} + Z$$

H = انرژی مکانیکی کل

Z = انرژی پتانسیل ذرات آب

P/γ = کار نیروی فشاری

$V^2/2g$ = انرژی جنبشی

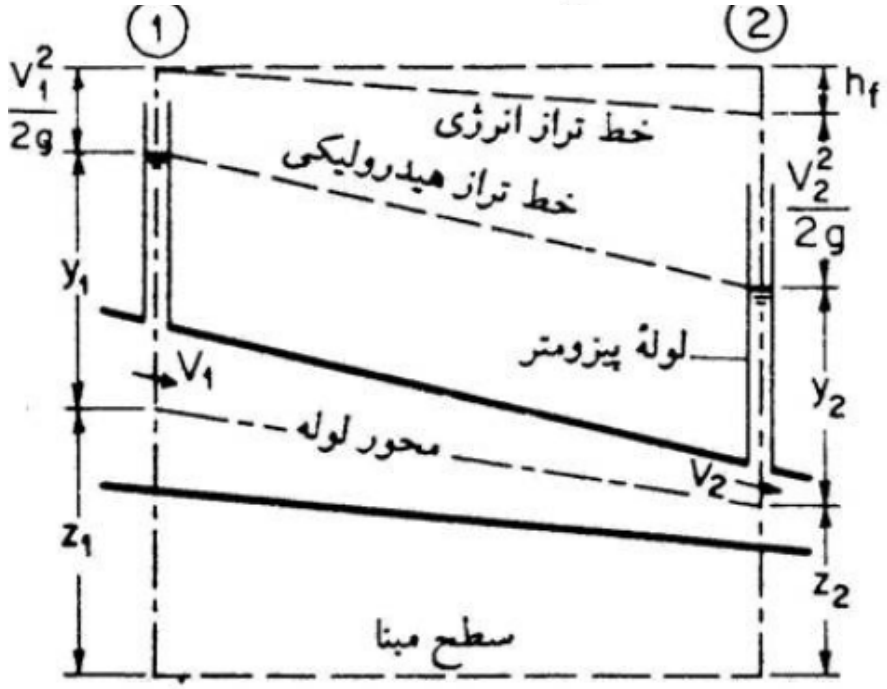
H = انرژی مکانیکی یا انرژی در دسترس

$\frac{P}{\gamma}$ = ارتفاع معادل فشار

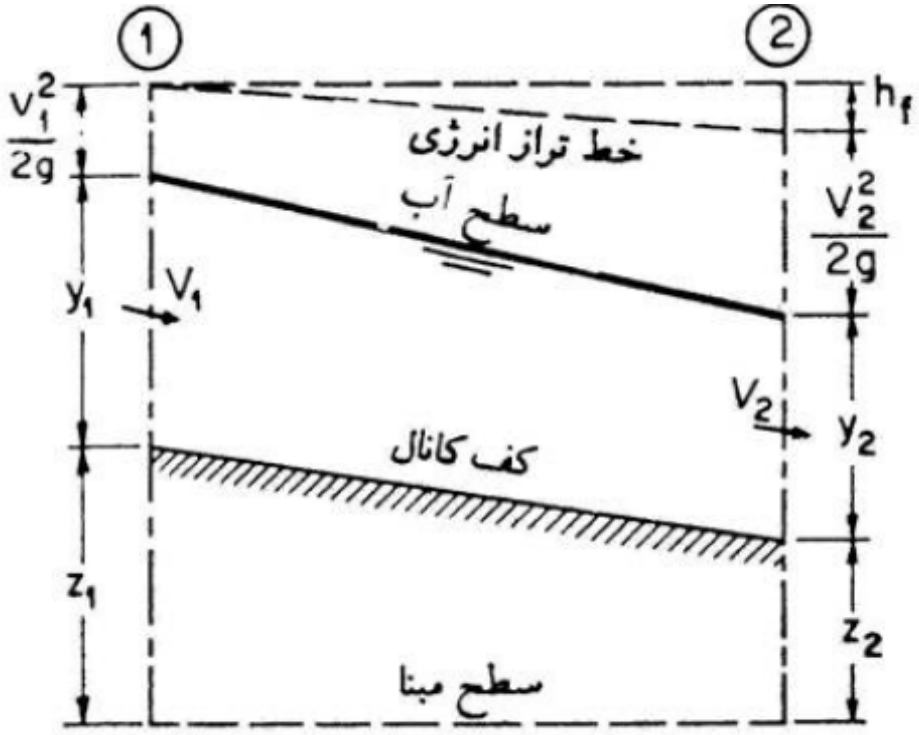
Z = ارتفاع از مبناء

$\frac{V^2}{2g}$ = ارتفاع معادل سرعت

انرژی کل در هر مقطع از جریان در واحد وزن بیان می‌شود (N.m / N) و دارای بعد طول است



الف) جریان تحت فشار



ب) جریان در کانال باز

رژیم جریان

$$\mathrm{Re} \propto \frac{\text{نیروی شتاب دهنده}}{\text{نیروی لزجت}} = \frac{\rho V L}{\mu}$$

ρ = جرم مخصوص آب

μ = لزجت دینامیکی آب

V = سرعت مشخصه در کانال (معمولاً سرعت متوسط)

L = طول مشخصه جریان (در کانال‌ها شعاع هیدرولیکی)

$$\nu = \frac{\mu}{\rho} \Rightarrow Re = \frac{VR}{\nu}$$

$\mathrm{Re} \le 500 \Rightarrow$ جریان آرام

$500 \le \mathrm{Re} \le 2000 \Rightarrow$ جریان انتقالی

$2000 \le \mathrm{Re} \Rightarrow$ جریان آشفته

$$Fr \propto \sqrt{\frac{\text{نیروی شتاب دهنده}}{\text{نیروی ثقل}}} = \frac{V}{\sqrt{gL}}$$

$$Fr = \frac{V}{\sqrt{gD}} \,, C = \sqrt{gD}$$

$Re \le 500 \,,\ Fr < 1 \Rightarrow$ جریان زیر بحرانی ـ آرام

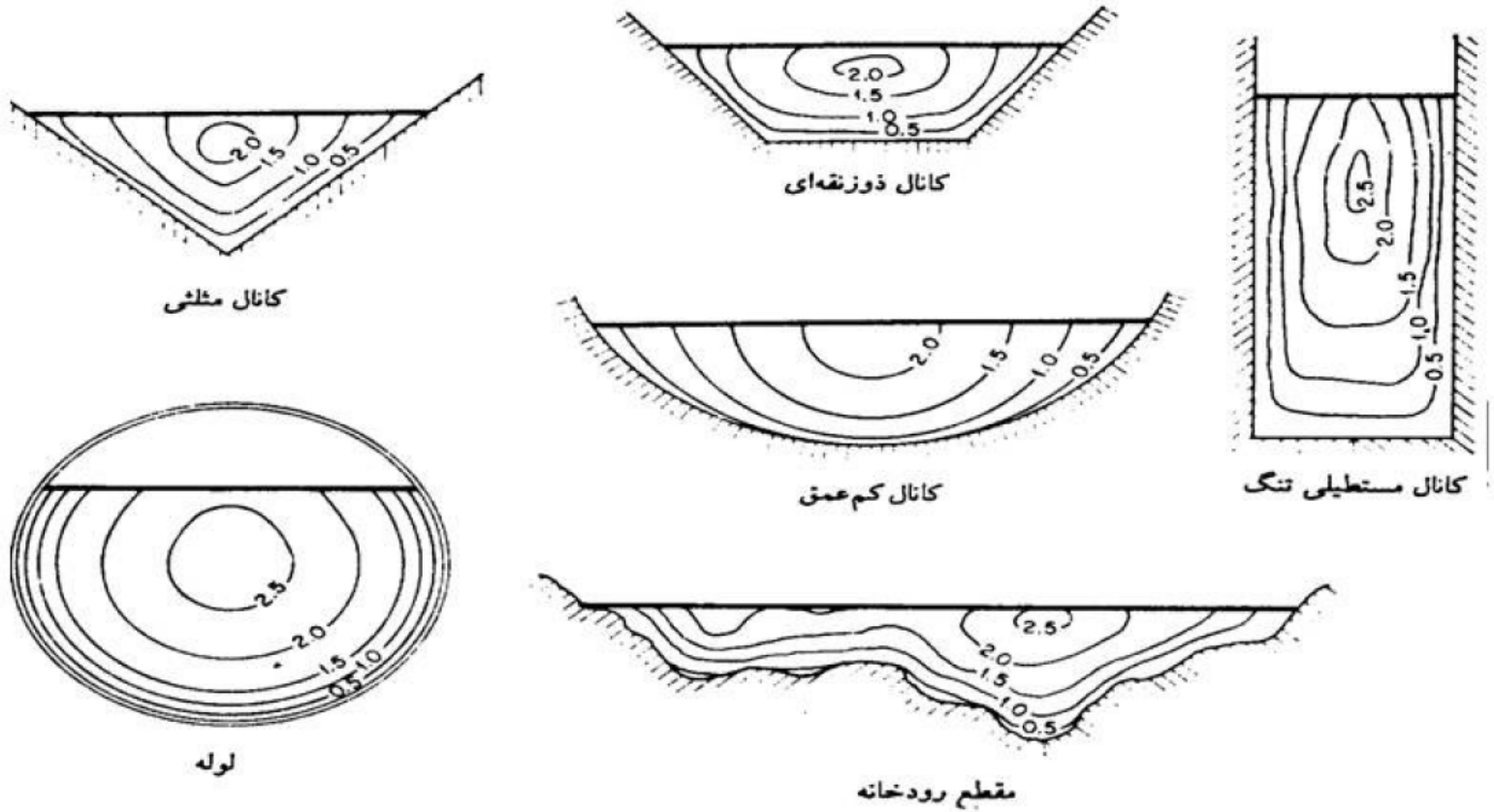
$\mathrm{Re} > 2000 \,,\ Fr < 1 \Rightarrow$ جریان زیر بحرانی ـ آشفته

$\mathrm{Re} < 500 \,,\ Fr > 1 \Rightarrow$ جریان فوق بحرانی ـ آرام

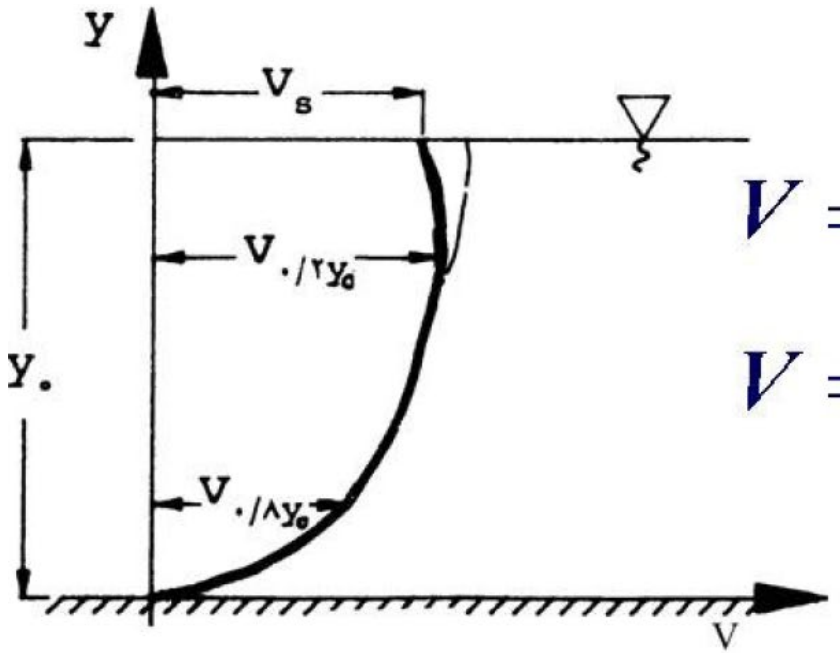
$\mathrm{Re} > 2000 \,,\ Fr > 1 \Rightarrow$ جریان فوق بحرانی ـ آشفته

توزیع سرعت در کانال ها

۱– مقدار سرعت در جدارها صفر و با فاصله‌گیری از جدارها افزایش می‌یابد.
۲– گرادیان سرعت در مجاورت مرزها شدیدتر می‌باشد.
۳– سرعت ماکزیمم در هر مقطع قائم، در نزدیکی سطح آب و در فاصله ۰/۰۵ تا ۰/۲۵ عمق جریان از سطح آزاد آب اتفاق می‌افتد.

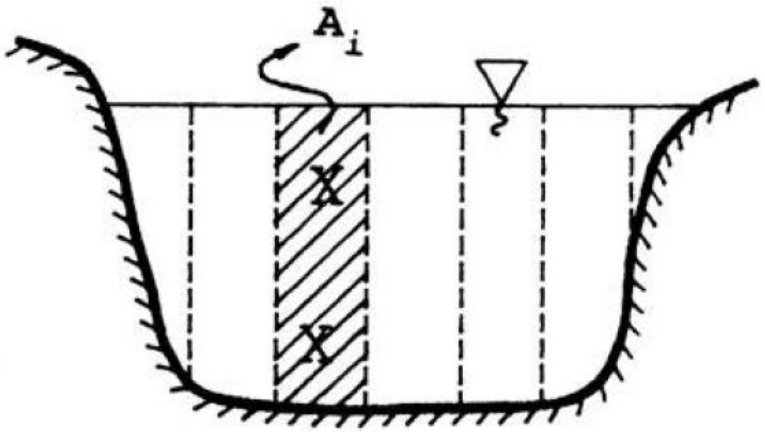


توزیع سرعت در مقاطع-۱



$$V = \frac{V_{0.2\,y_0} + V_{0.8\,y_0}}{2}$$

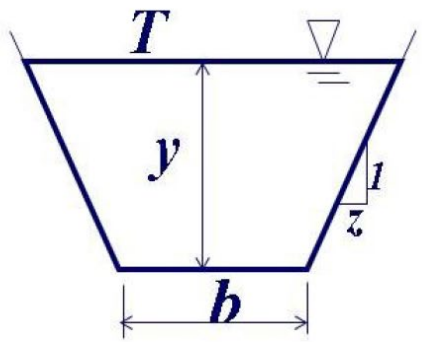
$$V = V_{0.6\,y_0}$$ وقتی عمق کم است



$$Q_i = V_i A_i \Rightarrow Q = \sum Q_i = \sum V_i A_i$$

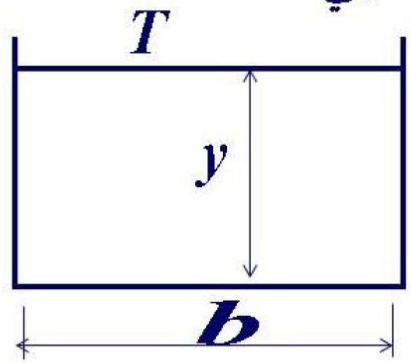
مشخصات مقاطع کانال

۱- ذوزنقه اي



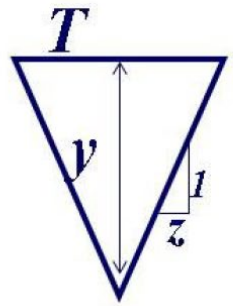
$$A = (b + zy)y$$
$$T = b + 2zy$$
$$P = b + 2y\sqrt{1+z^2}$$

۲- مستطيلي



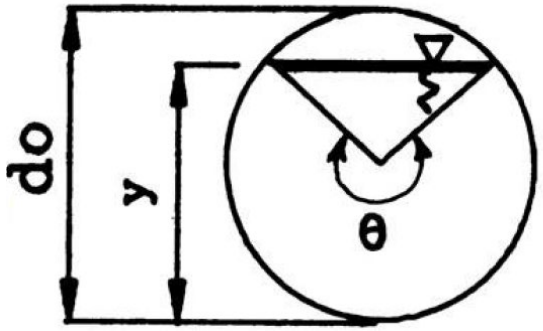
$$z = 0 \Rightarrow \begin{cases} A = b.y \\ T = b \\ P = b + 2y \end{cases}$$

۳- مثلثي



$$b = 0 \Rightarrow \begin{cases} A = z\,y^2 \\ T = 2zy \\ P = 2y\sqrt{1+z^2} \end{cases}$$

٤- دايره



$$A = \tfrac{1}{8}(\theta - Sin\theta)d_0^2$$
$$T = (Sin\tfrac{1}{2}\theta)d_0 \text{ or } 2\sqrt{y(d_0 - y)}$$
$$P = \tfrac{1}{2}\theta d_0$$

توزیع فشار در کانال ها

با دانستن توزیع فشار در کانال‌ها و با انتگرال‌گیری از نیروهای جزء فشاری می‌توان برایند حاصل از این نیروهای فشاری را بر روی تأسیسات هیدرولیکی تعیین نمود.

$\sum F_n = 0 \Rightarrow$ مؤلفه وزن در جهت عمود بر خطوط جریان = نیروهای فشاری

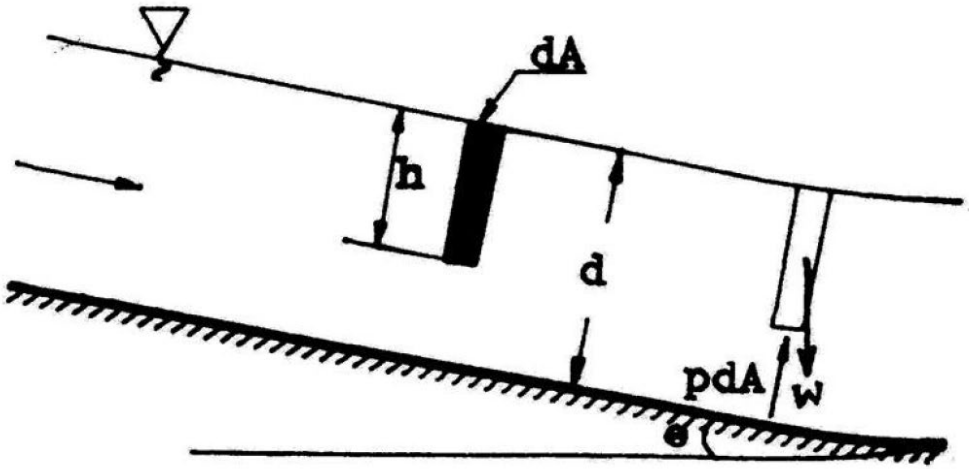
$PdA = \gamma h\, dA COS\theta \Rightarrow P = \gamma h COS\theta$ قانون تغییرات هیدرواستاتیکی فشار

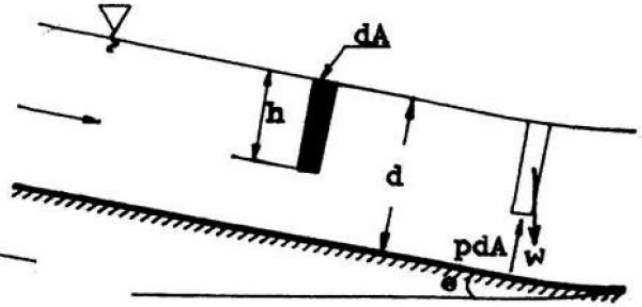
$P = \gamma d\, COS\theta = \gamma\, y\, COS^2\theta$ مقدار فشار در کف کانال

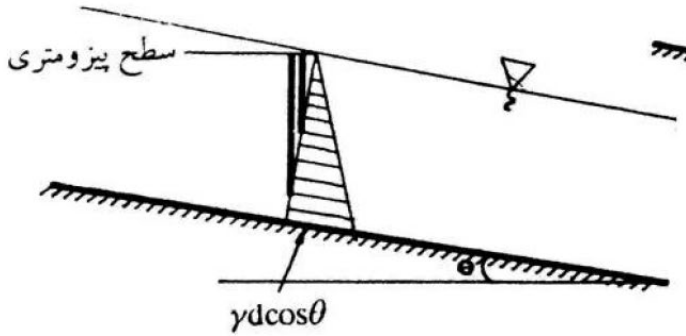
$IF\ \theta \langle 6^\circ \Rightarrow \quad P = \gamma h COS\theta \approx \gamma h$

$P = \gamma d\, COS\theta = \gamma\, y\, COS^2\theta \approx \gamma\, y$

توزیع فشار در جریان‌های یکنواخت : کانالی با هر سطح مقطع دلخواه







توزیع فشار در کانال ها–۱

توزیع فشار در جریان‌های با انحنا، در صفحه قائم: مانند تغییرات فشار در قسمت تاج سرریزها و یا در انحنا، پای سرریزها که به دلیل انحنا، شدید جریان دیگر نمی‌توان از روابط جریان یکنواخت استفاده نمود.

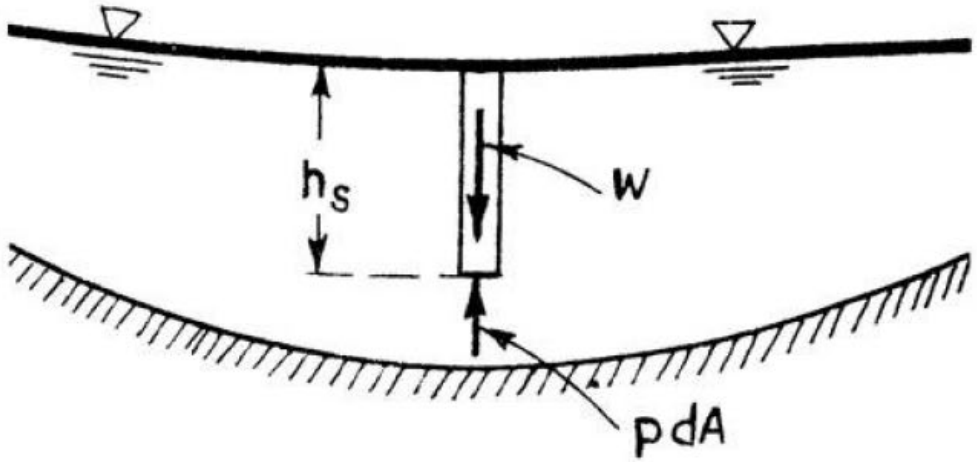
$$\sum F_n = ma_n$$

$$PdA - \gamma h dA = \rho dA h \frac{V^2}{r}$$

$$P = \gamma h + \frac{\gamma V^2 h}{gr}$$

$$\frac{P}{\gamma} = h' = h + \frac{V^2 h}{gr}$$

$$h' = h_s + \frac{V^2 h}{gr} \Rightarrow h' = h_s + c$$



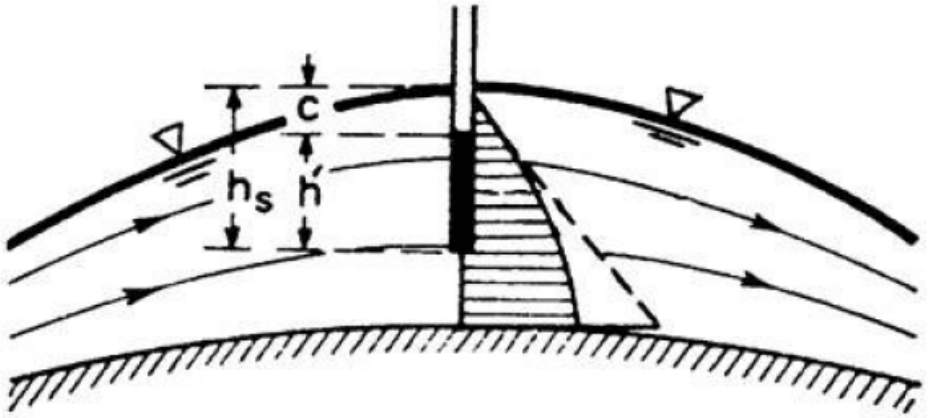
a_n = شتاب جاذب مرکز

V = سرعت یکنواخت و متوسط در مقطع

r = شعاع انحناء

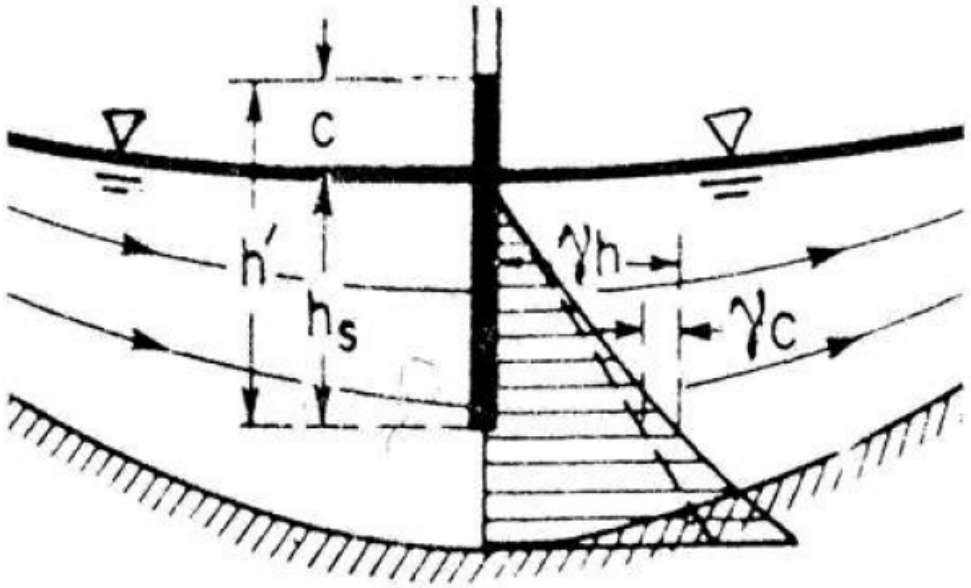
h' = ارتفاع معادل فشار بر حسب ستون آب

توزیع فشار در کانال ها–۲



$$h' = h_s - c$$

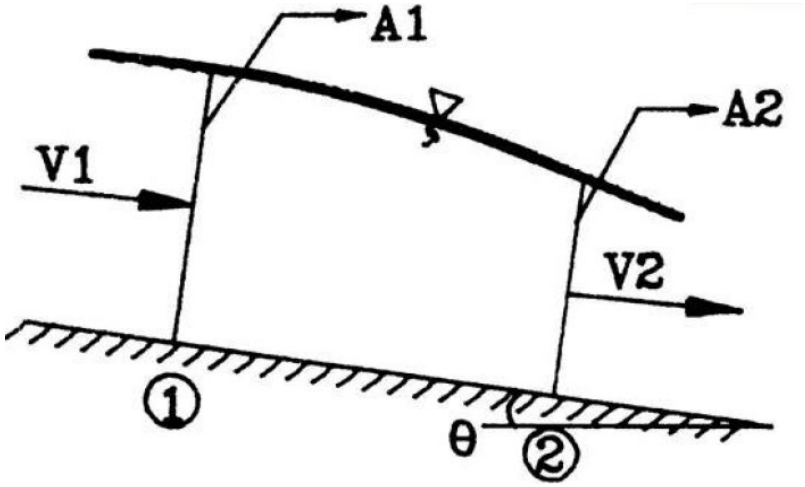
$$h' = h - \frac{V^2 h}{gr}$$



$$h' = h_s + c$$

$$h' = h + \frac{V^2 h}{gr}$$

معادلات اساسی حاکم بر حرکت سیالات

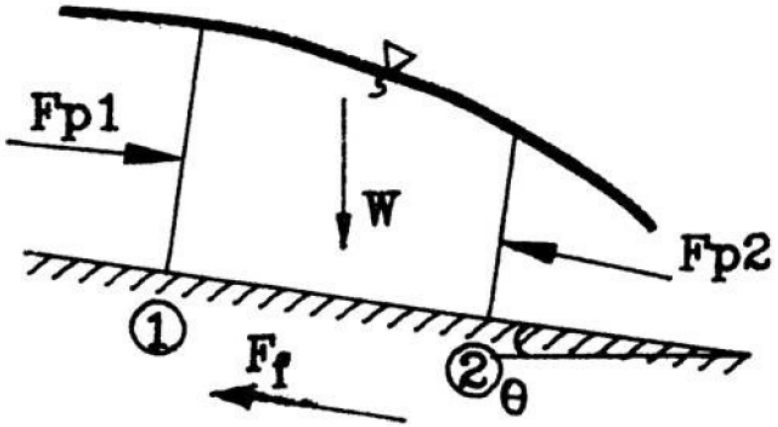


الف) رابطه پیوستگی

جرم ورودی در واحد زمان از حجم کنترل = جرم خروجی در واحد زمان از حجم کنترل

$$\rho V_1 A_1 = \rho V_2 A_2 \Rightarrow V_1 A_1 = V_2 A_2 = Q$$

$$Q = VA = \int_A v dA \Rightarrow V = \frac{Q}{A} = \frac{\int_A v dA}{A}$$



ب) رابطه اندازه حرکت

$$\sum \vec{F} = \vec{M}_{out} - \vec{M}_{in}$$

$$Fp_1 - Fp_2 - F_f + W\,Sin\theta = \rho V_2 A_2 V_2 - \rho V_1 A_1 V_1$$

$$Fp_1 - Fp_2 - F_f + W\,Sin\theta = \rho Q\left(V_2 - V_1\right)$$

W = وزن آب داخل حجم کنترل

F_{P1} = نیروی فشاری در مقطع ۱

F_{P2} = نیروی فشاری در مقطع ۲

F_f = نیروی اصطکاک کف کانال

معادلات اساسی حاکم بر حرکت سیالات–۱

تصحیح رابطه اندازه حرکت بر مبنای توزیع سرعت حقیقی

اندازه حرکت جاری شده در مقطع در واحد زمان بر اساس سرعت متوسط $= \rho VA \times V = \rho V^2 A$

اندازه حرکت جاری شده در مقطع در واحد زمان بر اساس سرعت حقیقی $= \int_A \rho v^2 dA$

v = سرعت حقیقی در هر جزء مقطع dA

$$\beta = \frac{\int_A \rho v^2 dA}{\rho V^2 A} = \frac{\int_A v^2 dA}{V^2 A} = \frac{\sum_{i=1}^{n} v_i^2 \Delta A_i}{V^2 A}$$

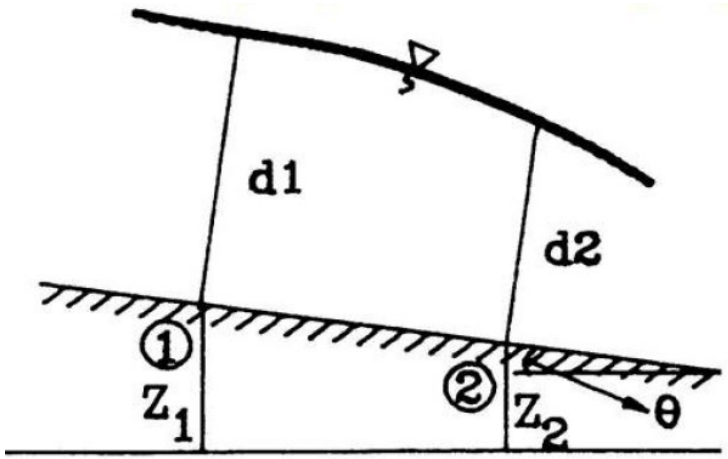
$$Fp_1 - Fp_2 - F_f + W \, Sin\theta = \rho Q \left(\beta_2 V_2 - \beta_1 V_1\right)$$

$$\beta_1 = \frac{\int_{A_1} v_1^{\,2} dA}{V_1^{\,2} A_1} \quad , \quad \beta_2 = \frac{\int_{A_2} v_2^{\,2} dA}{V_2^{\,2} A_2}$$

β_1 = تابع توزیع سرعت در مقطع ۱

β_2 = تابع توزیع سرعت در مقطع ۲

معادلات اساسی حاکم بر حرکت سیالات–۲



ج) رابطه انرژی

انرژی ورودی در واحد زمان به حجم کنترل + افت انرژی در واحد زمان = انرژی خروجی در واحد زمان از حجم کنترل

$$H_1 - h_f = H_2 \Rightarrow \frac{V_1^2}{2g} + \frac{P_1}{\gamma} + Z_1 - h_f = \frac{V_2^2}{2g} + \frac{P_2}{\gamma} + Z_2$$

تصحیح رابطه انرژی بر مبنای توزیع سرعت حقیقی

انرژی جنبشی جاری شده از سطح مقطع در واحد زمان بر اساس سرعت متوسط $= m\frac{V^2}{2} = \rho VA\frac{V^2}{2} = \rho\frac{V^3}{2}A = \frac{\gamma V^3}{2g}A$

انرژی جنبشی جاری شده از سطح مقطع در واحد زمان بر اساس سرعت حقیقی $= \int_A \rho\frac{v^3}{2}dA = \int_A \frac{\gamma v^3}{2g}dA$

v = سرعت حقیقی در هر جزء مقطع dA

$$\alpha = \frac{\int_A \rho/2\, v^3 dA}{\rho\left(V^3/2\right)A} = \frac{\int_A v^3 dA}{V^3 A} = \frac{\sum_{i=1}^{n} v_i^3 \Delta A_i}{V^3 A}$$

معادلات اساسی حاکم بر حرکت سیالات–۳

$$\alpha_1 \frac{V_1^2}{2g} + \frac{P_1}{\gamma} + Z_1 - h_f = \alpha_2 \frac{V_2^2}{2g} + \frac{P_2}{\gamma} + Z_2$$

$$\alpha_1 \frac{V_1^2}{2g} + d_1 Cos\theta + Z_1 - h_f = \alpha_2 \frac{V_2^2}{2g} + d_2 Cos\theta + Z_2$$

$$\alpha_1 \frac{V_1^2}{2g} + y_1 Cos^2\theta + Z_1 - h_f = \alpha_2 \frac{V_2^2}{2g} + y_2 Cos^2\theta + Z_2$$

$$\Rightarrow \alpha_1 = \frac{\int_{A_1} v_1^{\,3} dA}{V_1^{\,3} A_1} \quad , \alpha_2 = \frac{\int_{A_2} v_2^{\,3} dA}{V_2^{\,3} A_2}$$

ضرایب تصحیح سرعت

$$\alpha = \frac{\int_A \rho/2\, v^3 dA}{\rho\left(V^3/2\right)A} = \frac{\int_A v^3 dA}{V^3 A} = \frac{\sum_{i=1}^{n} v_i^3 \Delta A_i}{V^3 A}$$

$$\beta = \frac{\int_A \rho v^2 dA}{\rho V^2 A} = \frac{\int_A v^2 dA}{V^2 A} = \frac{\sum_{i=1}^{n} v_i^2 \Delta A_i}{V^2 A}$$

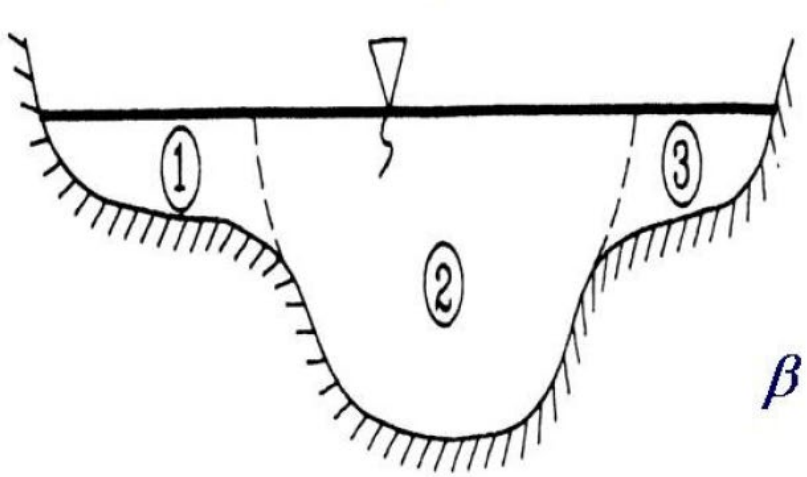
$$\alpha \rangle \beta \rangle 1$$

$$\frac{\alpha - 1}{\beta - 1} = 2.7 - 2.8$$

$$\varepsilon = \frac{V_{max}}{V} - 1 \Rightarrow \begin{matrix} \alpha = 1 + 3\varepsilon^2 - 2\varepsilon^3 \\ \beta = 1 + \varepsilon^2 \end{matrix}$$

V_{max} = سرعت ماکزیمم

V = سرعت متوسط

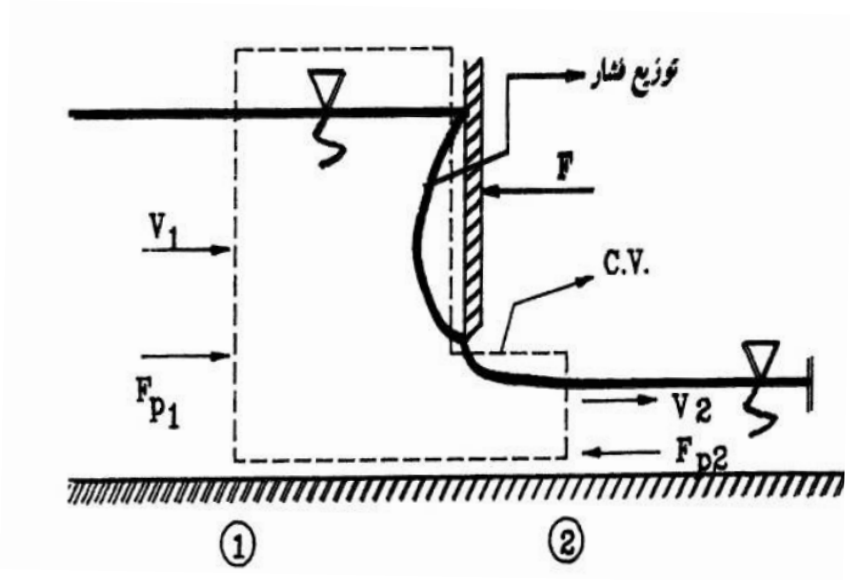


$$\alpha = \frac{V_1^3 A_1 + V_2^3 A_2 + V_3^3 A_3}{V_m^3 (A_1 + A_2 + A_3)}$$

$$\beta = \frac{V_1^2 A_1 + V_2^2 A_2 + V_3^2 A_3}{V_m^2 (A_1 + A_2 + A_3)}$$

$$V_m = \frac{Q_1 + Q_2 + Q_3}{A_1 + A_2 + A_3} = \frac{V_1 A_1 + V_2 A_2 + V_3 A_3}{A_1 + A_2 + A_3}$$

نیروی وارد بر دریچه در یک کانال مستطیلی



$$q = V_1 y_1 = V_2 y_2$$

$$Fp_1 = \frac{1}{2}\gamma\, y_1^2$$

$$Fp_2 = \frac{1}{2}\gamma\, y_2^2$$

کانال نسبتاً افقی است و α و β برابر واحد فرض می شوند.

F = مقدار نیروی وارده از طرف دریچه بر حجم کنترل

F_{p1} = نیروی فشاری در مقطع ۱ بر اساس توزیع هیدرواستاتیک فشار

F_{p2} = نیروی فشاری در مقطع ۲ بر اساس توزیع هیدرواستاتیک فشار

$$q = V_1 y_1 = V_2 y_2 \quad (I)$$

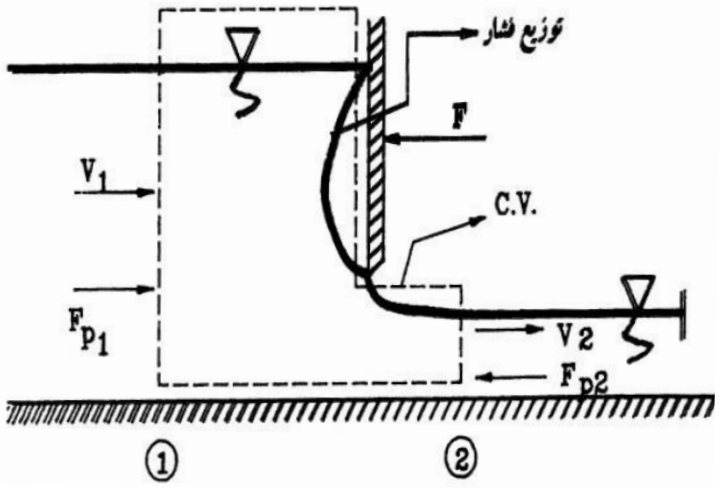
$$\frac{1}{2}\gamma\, y_1^2 - \frac{1}{2}\gamma\, y_2^2 - F = \rho q (V_2 - V_1) \quad (II)$$

$$\xrightarrow{(I),(II)} \Rightarrow \frac{1}{2}\gamma (y_1 - y_2)(y_1 + y_2) - F = \rho q \left(\frac{q}{y_2} - \frac{q}{y_1}\right)$$

$$\frac{1}{2}\gamma (y_1 - y_2)(y_1 + y_2) - F = \rho q^2 \left(\frac{y_1 - y_2}{y_1 y_2}\right)$$

$$F = \frac{1}{2}\gamma \frac{(y_1 - y_2)}{y_1 y_2}\left[y_1 y_2 (y_1 + y_2) - \frac{2q^2}{g}\right]$$

نیروی وارد بر دریچه در یک کانال مستطیلی-۲



با توجه به ناچیز بودن افت انرژی بین دو مقطع ۱ و ۲

$$y_1+\frac{V_1^2}{2g}=y_2+\frac{V_2^2}{2g} \quad \Rightarrow y_1+\frac{q^2}{2gy_1^2}=y_2+\frac{q^2}{2gy_2^2} \rightarrow \frac{q^2}{g}=\frac{2y_1^2y_2^2}{(y_1+y_2)}$$

$$F=\frac{1}{2}\gamma\frac{(y_1-y_2)}{y_1y_2}\left[y_1y_2(y_1+y_2)-4\frac{y_1^2y_2^2}{(y_1+y_2)}\right] \leftarrow F=\frac{1}{2}\gamma\frac{(y_1-y_2)}{y_1y_2}\left[y_1y_2(y_1+y_2)-\frac{2q^2}{g}\right]$$

$$F=\frac{1}{2}\gamma(y_1-y_2)\left[\frac{(y_1+y_2)^2-4y_1y_2}{(y_1+y_2)}\right]$$

$$F=\frac{1}{2}\gamma(y_1-y_2)\left[\frac{y_1^2+y_2^2-2y_1y_2}{(y_1+y_2)}\right]$$

$$F=\frac{1}{2}\gamma(y_1-y_2)\left[\frac{(y_1-y_2)^2}{(y_1+y_2)}\right] \quad \Rightarrow F=\frac{1}{2}\gamma\frac{(y_1-y_2)^3}{(y_1+y_2)}$$