

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

Open Vehicle Routing Problem with Demand Uncertainty and its Robust Strategies

Cao Erbao^{1,2,} , Lai Mingyong^{1,2} , Yang Hongming³*



دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی

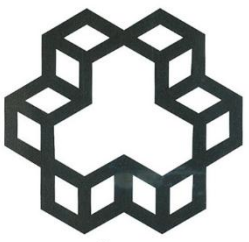
استاد درس: دکتر مصطفی ستاک

مهندس حسین کریمی

ارائه دهنده: افشین قاسمی

۹۱۰۷۱۶۴

بهار ۹۳



فهرست:

تشریح مدل سازی استوار (عدم قطعیت، بهینه سازی استوار، روش برتسیماس و روش سویستر).

خلاصه ایی از مفاهیم Open vehicle routing problem.

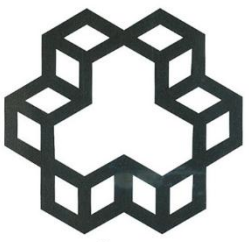
تشریح مساله، نوآوری ها و مدل سازی استوار آن.

توضیح ۴ استراتژی استوار معرفی شده.

توضیح روش فراابتکاری Improved differential evolution algorithm در مساله.

نتایج عددی.

پیشنهادات برای توسعه.



تشریح مدل سازی استوار :

عدم قطعیت: تفاوت بین مقدار اطلاعات لازم و اطلاعات موجود میباشد.

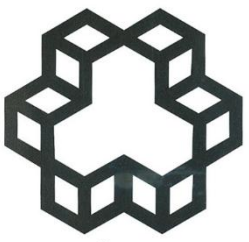
منظور از عدم قطعیت معمولا عدم قطعیت در پارامترهاست.

پارامترهای قطعی را توسط توزیع های پیوسته و گسسته نشان میدهند.

مدل استوار: مدلی است که نمایانگر فضایی است که در آن فضا به ازاء تمام سناریوهایی که داده های ورودی را تعیین می کنند، همواره در فضای شدنی یا نزدیک به شدنی باقی بماند.

جواب استوار: جوابی است که در کلیه سناریوهایی که داده های ورودی را تعیین میکنند، جوابی شدنی یا نزدیک به شدنی در مدل داشته باشد

جواب بهینه استوار: جوابی است که در کلیه سناریوهایی که داده های ورودی را تعیین میکنند، بهینه یا نزدیک به بهینه باشد.



تشریح مدل سازی استوار :

رویکرد سویستر : سویستر برای حالتی که داده‌های مساله زیر مستقلا بتوانند در یک بازه مربوط به خود مقدار بگیرند، همتای استوار برنامه‌ریزی خطی را ارائه کرد.

$$\text{Max } Z = c^T x$$

$$\text{S.t } Ax \leq b$$

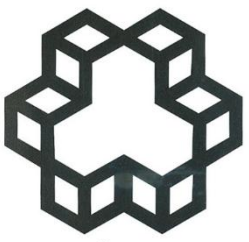
$$l \leq x \leq u$$

با توجه به رویکرد سویستر، فرض میشود که در مساله بالا، ضرایب تابع هدف و همچنین ضرایب سمت راست

ها متغیرهای تصادفی هستند که در بازه a_{ij} محدودیتها قطعی بوده و ضرایب متغیرها در محدودیتها، یعنی

تعریف a_{ij} را مرتبط با داده غیرقطعی $h_{ij} = (a_{ij} - \tilde{a}_{ij}) / \hat{a}_{ij}$ نوسان میکنند. متغیر تصادفی $[\tilde{a}_{ij} - \hat{a}_{ij}, \tilde{a}_{ij} + \hat{a}_{ij}]$

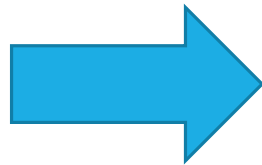
میکنیم که از یک توزیع ناشناخته در بازه $[-1, 1]$ پیروی میکند.



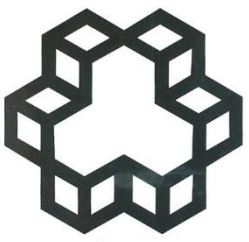
تشریح مدل سازی استوار :

رویکرد سویستر :

$$\begin{aligned} \text{Max } Z &= c^T x \\ \text{S.t } Ax &\leq b \\ l &\leq x \leq u \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} \text{Max } Z &= c^T x \\ \text{S.t. } \sum_j \tilde{a}_{ij} x_j + \sum_j \hat{a}_{ij} y_j &\leq b_i \quad \forall i \\ -y_j &\leq x_j \leq y_j \quad \forall j \\ l &\leq x \leq u \\ y &\geq 0 \end{aligned}$$



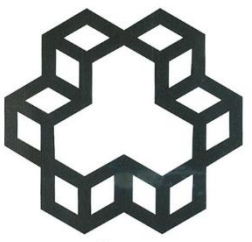
تشریح مدل سازی استوار :

رویکرد برتسیماس و سیم: خیلی به ندرت اتفاق می افتد به طور همزمان کلیه پارامترهای غیرقطعی یک محدودیت در مقدار حدی خود قرار گیرند.

برای پارامتر $z_{ij} = \frac{a_{ij} - \tilde{a}_{ij}}{\hat{a}_{ij}}$ که همواره مقداری بین $[-1, 1]$ را میگیرد داریم:

$$\sum_j |z_{ij}| \leq \eta_i \quad \forall i, \quad \eta_i \in [0, |J_i|]$$

در این رابطه مجموعه‌ی پارامترهای غیرقطعی سطر i ام از ماتریس ضرایب محدودیت‌هاست. ضرایب محدودیت‌ها مقادیری غیر قطعی می‌باشند که عضو بازه‌ای با مرکز و شعاع هستند. پارامتر η_i که سطح محافظه‌کاری را نشان می‌دهد



تشریح مدل سازی استوار :

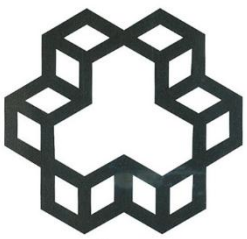
رویکرد برتسیماس و سیم :

$$\text{Min} \sum_j c_j x_j$$

$$\sum_j \tilde{a}_{ij} x_j + \lambda_i \eta_i + \sum_j \mu_{ij} \leq b_i \quad \forall i$$

$$\lambda_i + \mu_{ij} \geq \hat{a}_{ij} x_{ji} \quad \forall i, j$$

$$x_j \geq 0 \quad \forall j$$



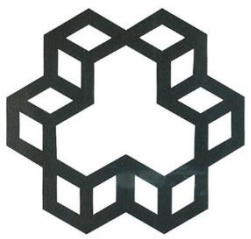
تشریح مدل سازی استوار :

```
LINGO 11.0 - LINGO Model - nominal
File Edit LINGO Window Help
[Icons]

LINGO Model - bertsimas and sim
max=2*x1+3*x2;
5*x1+11*x2+z1*g1+p11+p12<7;
x1+x2+z2*g2+p21+p22<1;
z1+p11>1*y1;
z1+p12>2*y2;
z2+p21>0.5*y1;
z2+p22>1.5*y2;
-y1<x1;
x1<y1;
-y2<x2;
x2<y2;
g1=0;
g2=0;
end

LINGO Model - soyester
max=2*x1+3*x2;
5*x1+11*x2+1*y1+2*y2<7;
x1+x2+0.5*y1+1.5*y2<1;
-y1<x1;
x1<y1;
-y2<x2;
x2<y2;
end

LINGO Model - nominal
max 2*x1+3*x2;
5*x1+11*x2<7;
x1+x2<1;
end
```



خلاصه ایی از مفاهیم Open vehicle routing problem

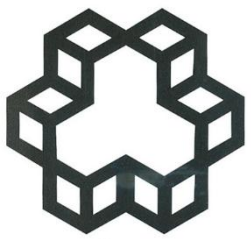
دلیل پیدایش: کمپانی ها ارسال محصول را به شرکت های طرف سوم برون سپاری میکنند. جایی که شرکت مورد نظر ناوگان ندارد یا اینکه ناوگان کافی نداشته مجبور به استفاده از طرف سوم است.

تفاوت کلیدی با VRP: وسایل نقلیه به دپو بر نمیگردند، اگر برگردند از همان مسیر رفت میروند.

در آن به جای تور های همیلتونی مسیرهای همیلتونی داریم.

با توجه به شباهت ها با مساله VRP این مساله هم یک مساله NP-Hard میباشد.

روش های ابتکاری و فراابتکاری مانند **tabu search**، **record-to-record travel**، **heuristic**، **simulated annealing** برای حل این مسایل به کار رفته اند.



خلاصه ایی از مفاهیم Open vehicle routing problem

دلیل استفاده از مدل سازی در فضای غیر قطعی:

امکان بدست آوردن اطلاعات قطعی تقریبا صفر است. همچنین کوچکترین تغییر در اطلاعات ورودی میتواند بهینگی را به میزان زیادی تغییر دهد. Chrysanthos et al 2013

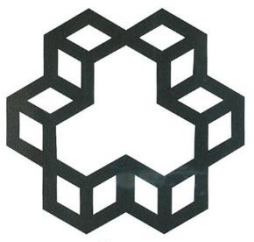
عدم قطعیت در OVRP باعث بوجود آمدن هزینه های اضافی و تقاضاهای تامین نشده میشود. Sungur et al 2008

ادبیات مدل سازی غیر قطعی:

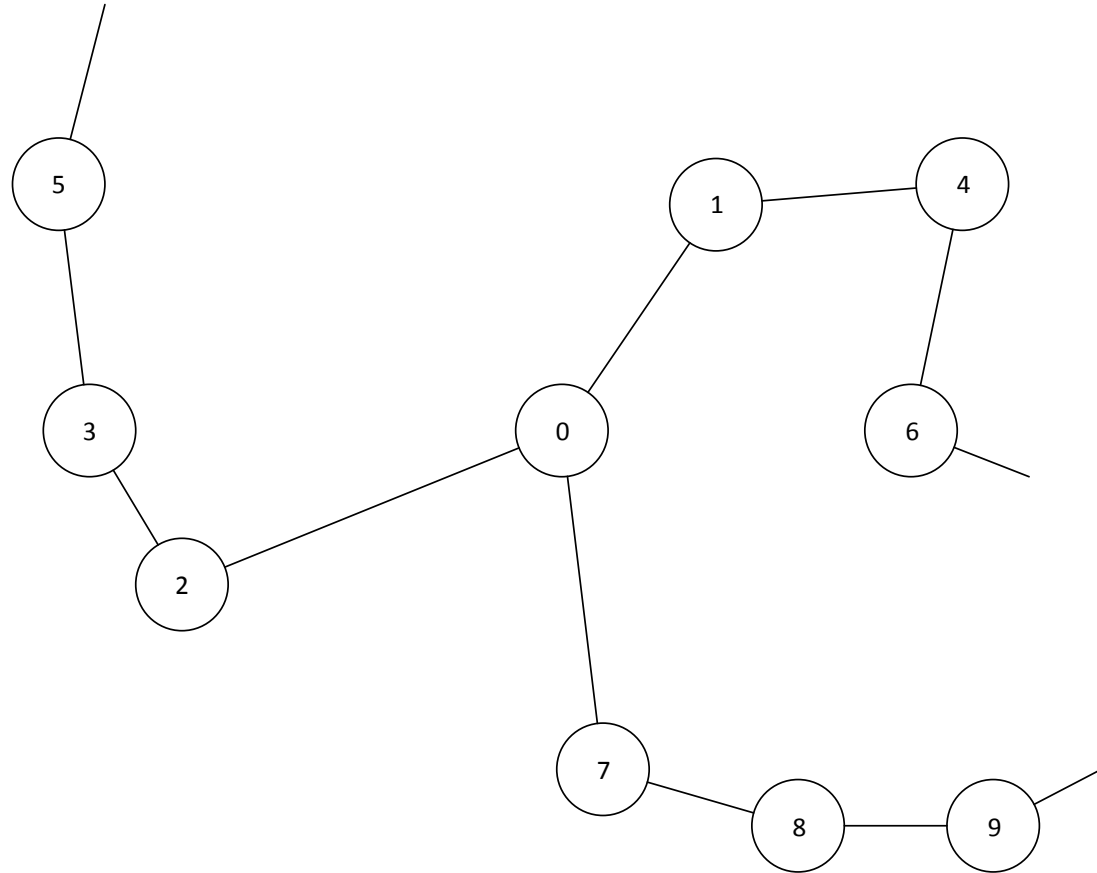
stochastic vehicle routing problems (SVRP): در این گونه مسایل بعضی از المان های مساله تصادفیند، مانند زمان سفر و میزان تقاضا.

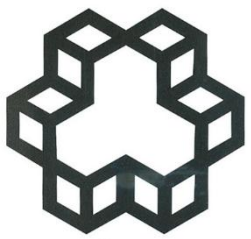
در این گونه مسایل با پارامترهای غیر قطعی مانند متغیرهای تصادفی با توضیح مشخص برخورد میشود که راه حل بدست آمده به مقدار زیادی به اطلاعات واقعی مساله وابستست.

fuzzy vehicle routing problems (FVRP): زمانی استفاده میشود که بعضی المان های مساله دارای عدم قطعیت و ابهام هستند.



Open vehicle routing problem

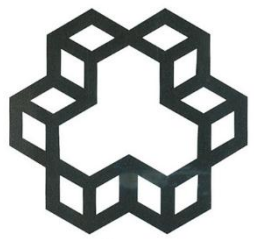




Open vehicle خلاصه ایی از مفاهیم :routing problem

دلیل استفاده از مدل سازی استوار ROVRP:

بدون دانستن نوع توضیح یک محدوده را بررسی کرده ، جوابی را که به ازای تمامی سناریو ها نزدیک به بهینه باشد اعلام میکند. بنابراین مشکل مسایلی که در آن اطلاعات دارای پراکندگی هستند رفع میشود.



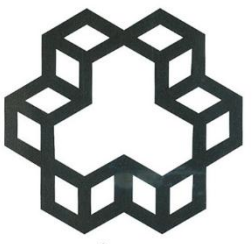
تشریح مساله، نوآوری ها و مدل سازی استوار آن:

مساله: مساله OVRP را در نظر میگیرد به گونه ایی که تقاضا ها در آن غیر قطعیند. هدف مدل سازی استوار مساله به منظور کاهش هزینه کل (حمل) و کاهش تقاضا های ارضا نشده است. ۴ استراتژی استوار معرفی و بوسیله مثال عددی به روش Improved differential evolution algorithm مقایسه شده است.

نوآوری ها: اولین بار است که استوار سازی در OVRP استفاده میشود.

در این مساله علاوه بر هزینه های حمل جریمه عدم تامین تقاضا ها هم در نظر گرفته شده است.

ابتکارات به کار رفته در روش IDEA.



دانشگاه صنعتی خواجه نصیر الدین طوس

تشریح مساله، نوآوری ها و مدل سازی استوار آن:

depot (denoted 0)

\bar{k} homogenous vehicles

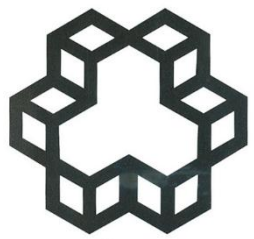
capacity C^k

The load is u_{ik} for vehicle k

the distances is c_{ij} between customer i and customer j

objectives are to minimize total transportation cost and unmet demand

علائم:



تشریح مساله، نوآوری ها و مدل سازی استوار آن:

$$d_i \in U_D = \{d \mid d^0 + \sum_{t=1}^T y_t d^t, y \in Y\}$$

nominal demand values d^0

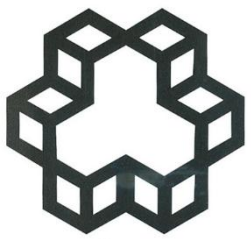
scenario vectors $d^t \in \underline{R}^n$

Convex hull $U_{D1} = \{d \mid d^0 + \sum_{t=1}^T y_t d^t, y \in R^T, y \geq 0, \sum_{t=1}^T y_t \leq 1\}$

Box $U_{D2} = \{d \mid d^0 + \sum_{t=1}^T y_t d^t, y \in R^T, \|y\|_\infty \leq 1\}$

Ellipsoidal $U_{D3} = \{d \mid d^0 + \sum_{t=1}^T y_t d^t, y \in R^T, y^T Q y \leq 1\}$

افراز تقاضا
به منظور
استوار
سازی بر
اساس
Sungur :
et al
2008



تشریح مساله، نوآوری ها و مدل سازی استوار آن:

$$\min \sum_{k=1}^{\bar{k}} \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^n C_{ij} x_{ijk} \quad (1)$$

تشریح

نحوه

$$\min \sum_{k=1}^{\bar{k}} \left(\sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^n d_i x_{ijk} - C \right) \quad (2)$$

فرمول

بندی

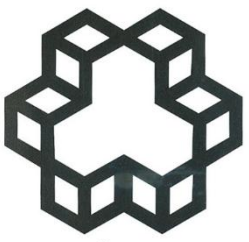
$$\text{s. t. } \sum_{k=1}^{\bar{k}} \sum_{i=1}^n x_{ijk} = 1, \quad j = 1, 2, \dots, n; \quad (3)$$

$$\sum_{k=1}^{\bar{k}} \sum_{j=1}^n x_{ijk} = 1, \quad i = 1, 2, \dots, n; \quad (4)$$

$$\sum_{k=1}^{\bar{k}} y_{ik} = 1, \quad i = 1, 2, \dots, n; \quad (5)$$

$$\sum_{k=1}^{\bar{k}} \sum_{j=1}^n y_{0jk} = \bar{k}, \quad k = 1, 2, \dots, \bar{k}; \quad (6)$$

$$u_{jk} - u_{ik} + C(1 - x_{ijk}) \geq d_j, \quad \forall d \in U_D \quad i, j = 1, \dots, n, \quad k = 1, \dots, \bar{k}; \quad (7)$$



توضیح ۴ استراتژی استوار

Original Optimal strategy: اگر عدم قطعیت در نظر گرفته نشده ، با IDEA مساله را حل کنیم، هزینه ها کمینه اما بعضی از تقاضا ها بی پاسخ میمانند.

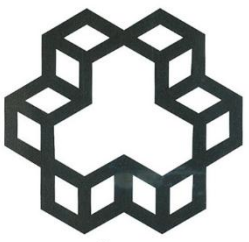
Strategy 1: the maximum demand strategy(MDS): بر اساس بیشترین تقاضا ها وسایل روانه میشوند.

قوت: تامین تمام تقاضا ها

ضعف: محافظه کاری، هزینه های اضافی

Strategy 2: the average demand strategy(ADS)

در این استراتژی میانگین تقاضا برای تمام سناریو ها در نظر گرفته میشود.

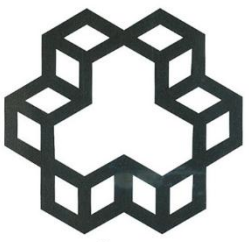


توضیح ۴ استراتژی استوار

Strategy 3: the optimal return strategy(ORS)

یک رویکرد دو مرحله ایی میباشد. ابتدا مقادیر اسمی را با استفاده از تجارب گذشته قطعی در نظر گرفته و با DEA حل میکنیم. در مرحله دوم با این فرض منطقی که هر ماشین حداکثر میتواند یکبار به دپو برگردد. شروع به جلو رفتن در مسیر میکنیم، اولین گره ی انحراف مسیر را A (آخرین) در نظر میگیریم، حال یکبار این کار را از گره پایانی به سمت دپو انجام میدهیم، اولین گره که انحراف معیار مشاهده شد را B (اولین) مینامیم.

بین A, B مجموعه ایست که وسیله نقلیه امکان بازگشت به دپو را دارد. گرهی که کمترین فاصله از دپو را دارد به عنوان نقطه بازگشت انتخاب میکنیم.



توضیح ۴ استراتژی استوار

Strategy 4: the resource reservation strategy(RRS)

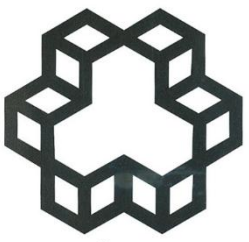
ابتدا مقادیر اسمی تقاضاها را در نظر گرفته، به میزان کل ظرفیت منهای نصف بیشترین انحرافات مجموع تقاضاهای ظرفیت وسیله نقلیه در نظر گرفته شده و سپس مسیریابی انجام میشود.

شاخصها:

$$E_s = \frac{(z_{rs} - z_d)}{z_d}$$

z_d represent the cost $s(s = 1, 2, 3, 4)$,

z_d represent the cost when adopting the original optimal strategy,



توضیح ۴ استراتژی استوار

Strategy 4: the resource reservation strategy(RRS)

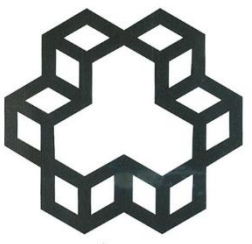
ابتدا مقادیر اسمی تقاضاها را در نظر گرفته، به میزان کل ظرفیت منهای نصف بیشترین انحرافات مجموع تقاضاهای ظرفیت وسیله نقلیه در نظر گرفته شده و سپس مسیریابی انجام میشود.

شاخصها:

$$E_s = \frac{(z_{rs} - z_d)}{z_d}$$

z_d represent the cost $s(s = 1, 2, 3, 4)$,

z_d represent the cost when adopting the original optimal strategy,



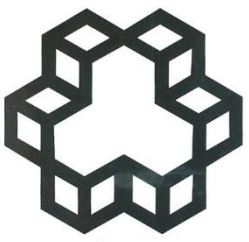
توضیح ۴ استراتژی استوار

$$U_s = \frac{(u_d - u_s)}{\sum_{i \in V} d_i}$$

u_s represented the unsatisfied demand in strategy $s (s = 1, 2, 3, 4)$

u_d represented the unsatisfied demand that can occur if adopting the original optimal strategy.

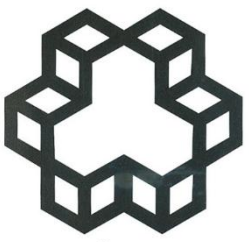
$\sum_{i \in V} d_i$ is the total deterministic demand of the original strategy.



Differential evolution algorithm

نکات مهم:

مهم ترین تفاوت با الگوریتم های تکاملی دیگر شیوه تولید جواب های جدید است. ابتدا برای مقادیر حقیقی (مسایل پیوسته) معرفی شد. بعدها برای مسایل اعداد صحیح ایجاد شد. دارای همان ۳ اپراتور الگوریتم ژنتیک است. (تقاطع، انتخاب، جهش) ابتدا جهش، سپس تقاطع برخلاف دیگر الگوریتم ها. در دیگر الگوریتم ها با یک تابع توزیع این کار انجام میشود، از توزیعی استفاده نشده، و از تفاضل پاسخ ها برای ایجاد پاسخ های جدید استفاده میشود.



Differential evolution algorithm

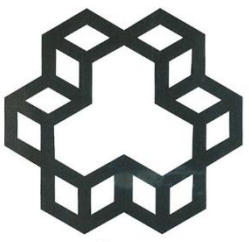
اهمیت اختلاف:

در ژنتیک : یک سری اطلاعات دور ریخته میشوند ، و از همه اطلاعات استفاده نمیکنیم، ولی در اینجا اثرش را داریم.
معمولا این الگوریتم در ابتدا فضای بیشتر و در انتها که جواب ها همگرا شدن فضای کوچکتری را با دقت بیشتری بررسی میکند.
(بالانس بین exploration VS exploitation)

فواصل موجود بین جمعیت شدت جهش را نیز میتواند نشان دهد.

نحوه محاسبه فواصل:

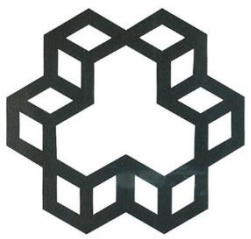
ابتدا دو عضو انتخاب شده، فاصله بین آن دو محاسبه شده
ضربیی از تفاضل را به عنوان بردار جهش استفاده میکنیم.
سپس با یکی از اعضا تغییر خواهیم داد.



Differential evolution algorithm

با توجه به قضیه حد مرکزی : طول و جهت حرکت به یک توزیع نرمال با میانگین صفر و واریانس متناسب با پراکندگی خواهد بود.

احتمال ظاهر شدن $A-B$ و $B-A$ برابر است و در بینهایت میانگین صفر خواهد شد.
یکی از مباحث اصلی تعیین پراکندگی است.



Improved Differential evolution algorithm

بایستی تغییراتی در الگوریتم اصلی فراابتکاری استفاده شده ایجاد شود. زیرا بعضی از متغیرها عدد صحیح هستند. بنابراین بایستی راهکاری پیدا کنیم که فضای گسسته را به شکل فضای پیوسته تصویر کنیم.

گام های الگوریتم: ۱=جمعیت اولیه

برای هر ژن چک میکند که آیا محدودیتی نقض شده یا نه اگر آری وسیله نقلیه تغییر میکند.

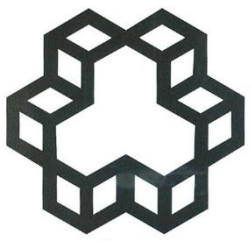
$Chrom(i,:) = randperm(n), i = 1, 2, \dots, NP$

where n is the number of the customers

NP is the initial population size.

randomly generated chromosome is 1 2 6 7 9 5 4 10 3 8, it can be interpreted as $r=3$ feasible routes: 0-1-2-6,

0-7-9-5, and 0-4-10-3-8.



دانشگاه صنعتی خواجه نصیر الدین طوس

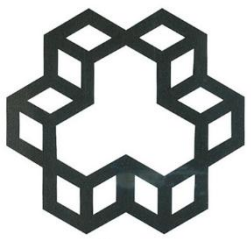
Improved Differential evolution algorithm

جهش:

$$v(i,:) = Chrom(c,:) + F \cdot [Chrom(a,:) - Chrom(b,:)]$$

$a, b, c, i \in [1, NP]$ randomly selected.

$F \in [0, 2]$ controls amplification of the differential variation $Chrom(a,:) - Chrom(b,:)$



Improved Differential evolution algorithm

جهش: بعد از تقاطع مقادیر غیر عدد صحیح خواهیم داشت.

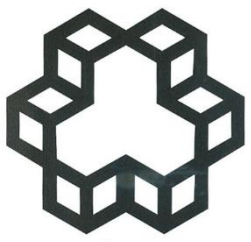
Onwubolu and Davendra, 2006

روشی برای تصویرسازی متناسب ارائه کردند.

the offspring chromosome is [-7.1, 1.3, -5.6, 2.5, -3.7, 0, 3.3, 5.4]



[1, 5, 2, 6, 3, 4, 7, 8]



Improved Differential evolution algorithm

$$trial(i, j)^{G+1} = \begin{cases} v(i, j)^{G+1}, & rand_j \leq CR \text{ or } j = randn(i) \\ Chrom(i, j)^G, & otherwise \end{cases}$$

تقاطع:

$rand_j$ is a random value within interval [0, 1].

$randn(i)$ is a randomly chosen index from the set of customers.

$CR \in [0,1]$ is the crossover probability

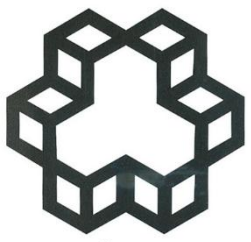
$$CR = CR_{\min} + G \cdot \frac{CR_{\max} - CR_{\min}}{MAXGEN}$$

G is the number of current iteration

CR_{\max} is the maximum crossover probability

CR_{\min} is the proposed minimum crossover probability

$MAXGEN$ is the number of maximum iteration



دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی

Improved Differential evolution algorithm

انتخاب:

$$Chrom(i,:)^{G+1} = \begin{cases} trial^{G+1}, & f(Chrom(i,:)^{G+1}) < f(trial^G) \\ Chrom(i,:)^{G}, & otherwise \end{cases}$$

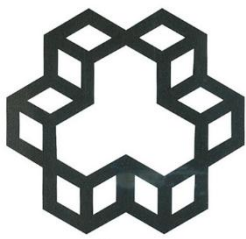
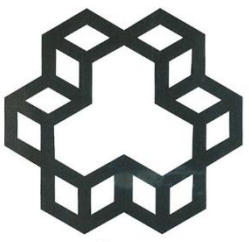


Table 1. Cost performance comparison among different robust strategies

Strategy		Strategy 1			Strategy 2			Strategy 3			Strategy 4		
		z_{rs}	z_d	Extra Cost	z_{rs}	z_d	Extra Cost	z_{rs}	z_d	Extra Cost	z_{rs}	z_d	Extra Cost
C1	50	788.2	771.8	0.021	787.	771.	0.019	787.0	771.8	0.0198	788.7	771.	0.0219
		39	12	3	123	812	8	75	12		09	812	
C2	75	1359.	1266.	0.073	134	126	0.062	1335.	1266.	0.0549	1337.	126	0.0562
		695	415	7	6.03	6.41	9	93	415		58	6.41	
C3	100	1841.	1810.	0.017	182	181	0.009	1830.	1810.	0.0107	1823.	181	0.0069
		86	79	2	7.82	0.79	4	225	79		33	0.79	
C4	150	2962.	2937.	0.008	296	293	0.008	2958.	2937.	0.0069	2989.	293	0.0175
		99	935	5	2.90	7.93	5	16	935		4	7.93	
C5	199	4114.2	3915.	0.050	409	391	0.047	4061.	3915.	0.0375	4067.	391	0.0391
			045	9	9.83	5.04	2	97	045		965	5.04	
C6	50	766.4	723.3	0.059	751.	723.	0.038	746.3	723.3	0.0318	754.0	723.	0.0424
		7964	8246	6	495	382	9	93545	8246		874	382	
C7	75	1247.	1228.	0.015	124	122	0.012	1234.	1228.	0.0047	1231.	122	0.0023
		89	35	9	3.57	8.35	4	15	35		125	8.35	
C8	100	1730.	1704.	0.015	171	170	0.006	1714.	1704.	0.0062	1717.	170	0.008
		325	185	3	4.57	4.18	1	79	185		815	4.18	
C9	150	2779.	2753.	0.009	276	275	0.004	2761.	2753.	0.0028	2774.	275	0.0073

نتایج عددی



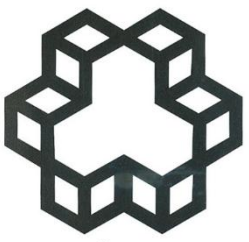
تفسیر نتایج و نتیجه گیری

جدول اول.

- استراتژی یک همه یتقاضا ها رابا هزینه زیاد پاسخگوست.
- استراتژی ۳ در ۱۲ مورد از ۱۶ مورد بهتر است از استراتژی ۴.
- استراتژی ۳ در ۱۰ مورد از ۱۶ مورد بهتر است از استراتژی ۲.
- استراتژی ۴ در ۸ مورد از ۱۶ مورد بهتر است از استراتژی ۲.

جدول دوم

- استراتژی یک بهترین استراتژی برای تمامی تست ها از دید تقاضای برآورده نشده میباشد.
 - استراتژی دو از این دید بدترین استراتژی میباشد.
 - استراتژی ۳ در ۱۳ مورد از ۱۶ مورد بهتر است از استراتژی ۴.
- نتیجه گیری :** ۴ استراتژی استوار برای حل مساله OVRP با کمک IDEA ارائه و نتایج آن توسط یک سری مساله نمونه مورد بررسی قرار گرفت.



پیشنهادات آتی

۱. استراتژی های مطرح شده دارای پشتوانه قوی نبوده میتوان استراتژی های جدیدتری پیشنهاد و با نتایج این کار مقایسه کرد. برای مثال در مورد استراتژی سوم فرض پنهان در مدل ، نیاز داشتن به دو وسیله نقلیه در مدل در صورتی که به بیش از یک وسیله نقلیه نیاز باشد است. که لزوما جواب مناسبی نیست. یا استراتژی تامین همه تقاضا ها نیز منطقی به نظر نمیرسد. همچنین دلیلی برای مناسب بودن استراتژی میانگین تقاضا و خالی گذاشتن $\frac{1}{2}$ مجموع انحرافات ارائه نشده است.

۲. در این مدل تنها عدم قطعیت در مورد تقاضا در نظر گرفته شده است که میتوان آن را برای زمان سفر و دیگر پارامترها نیز در نظر گرفت. بزرگترین مساله در صورت ایجاد این تغییر عدم امکان استفاده از مدل Sunger et al 2008 برای استوار کردن مدل است.

۳. برای توسعه میتوان وجود انبارهایی بین مشتری ها برای تامین تقاضا های پاسخ داده نشده را در نظر گرفت به این صورت که پس از تعیین مسیرها به صورت قطعی در مرکز هر کلاستر (تور وسیله نقلیه) یک انبار در نظر گرفته شود. تا مازاد یا کمبود تقاضا را به این صورت بهبود داد.