دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی
دانشکده مهندسی صنایع

مساله مسیریابی وسایل نقلیه دو هدفه با در نظر گرفتن آلودگی (PRP)

استاد:جناب دکتر ستاک

مهندس کریمی

مسعود مومنی طارمسری

بهار۹۳

فهرست

- مقدمه
- مرور ادبیات
- بهینه سازی چند هدفه و روشهای حل آن
- مدلسازی
- الگوریتم ابتکاری ALNS
- حل مدل و نتایج محاسباتی
- پیشنهادات

مقدمه

در سالهای اخیر توجه به مسائل زیست محیطی ناشی از تردد وسائل نقلیه، از سوی دولتها و همچنین افراد عادی از جمله مشتریان افزایش یافته است.

در این میان حمل و نقل باری مورد توجه بیشتری قرار گرفته.حدود ۲۲٪ از CO_2 منتشر شده توسط بخش حمل و نقل بریتانیا در سال ۲۰۰۷ مربوط به حمل و نقل باری بوده است.

انتشار گاز CO_2 منجر به پدیده ی گرمایش زمین می شود.

انتشار این گاز به طور مستقیم به میزان سوخت مصرفی وسیله نقلیه مرتبط است.میزان مصرف سوخت به عوامل مختلفی از جمله نوع وسیله نقلیه و مسایل ترافیکی مانند سرعت، میزان بار و ... بستگی دارد.

مقدمه

در این مقاله با نوعی از مساله VRP با عنوان POLLUTION ROUTING PROBLEM، (PRP)، سروکار داریم که در آن هدف یافتن کوتاهترین مسیر برای پاسخ دادن به مجموعه ای از مشتریان است به طوری که مدت زمان کل و هزینه سوخت کل کاهش یابند.

از آنجا که مدت زمان کل سفر با افزایش سرعت کاهش می یابد و میزان مصرف سوخت با افزایش سرعت افزایش یافته و میزان انتشار CO_2 نیز افزایش می یابد بنابر این با دو هدف متضاد مواجه هستیم.

در ادامه روش های حل مسائل بهینه سازی چند هدفه معرفی می شوند.

برای حل مساله از الگوریتم فراابتکاری ALNS برای استفاده می شود و جواب های بدست آمده از روشهای حل مسائل بهینه سازی چند هدفه، تست می شوند.

در نهایت نتایج عددی برای نمونه ای از مسایل واقعی مورد بررسی قرار می گیرند.

مرور ادبیات

Maden, Eglese and Black(2009)

مساله مسیریابی و بهینه سازی وسیله نقلیه برای کمینه کردن مدت زمان کل در مواقع شلوغی راهها.

Urquhart, Scott and Hart(2010b)

مطالعه مساله فروشنده دوره گرد برای یافتن تورهایی با کمترین میزان انتشار CO_2.

Urquhart, Scott and Hart(2010a)

مطالعه مساله مسیریابی با پنجره زمانی برای ساختن جوابهای با CO_2 کم با استفاده از الگوریتم های تکاملی.

Figliozzi(2010)

معرفی مساله EVRP که هدف آن کمینه کردن هزینه انتشار گازهای گلخانه ای است.

Bektas and Laporte(2011)

معرفی مساله PRP که کمینه کردن هزینه سوخت و هزینه رانندگان را در نظر می گیرد.

بهینه سازی چند هدفه

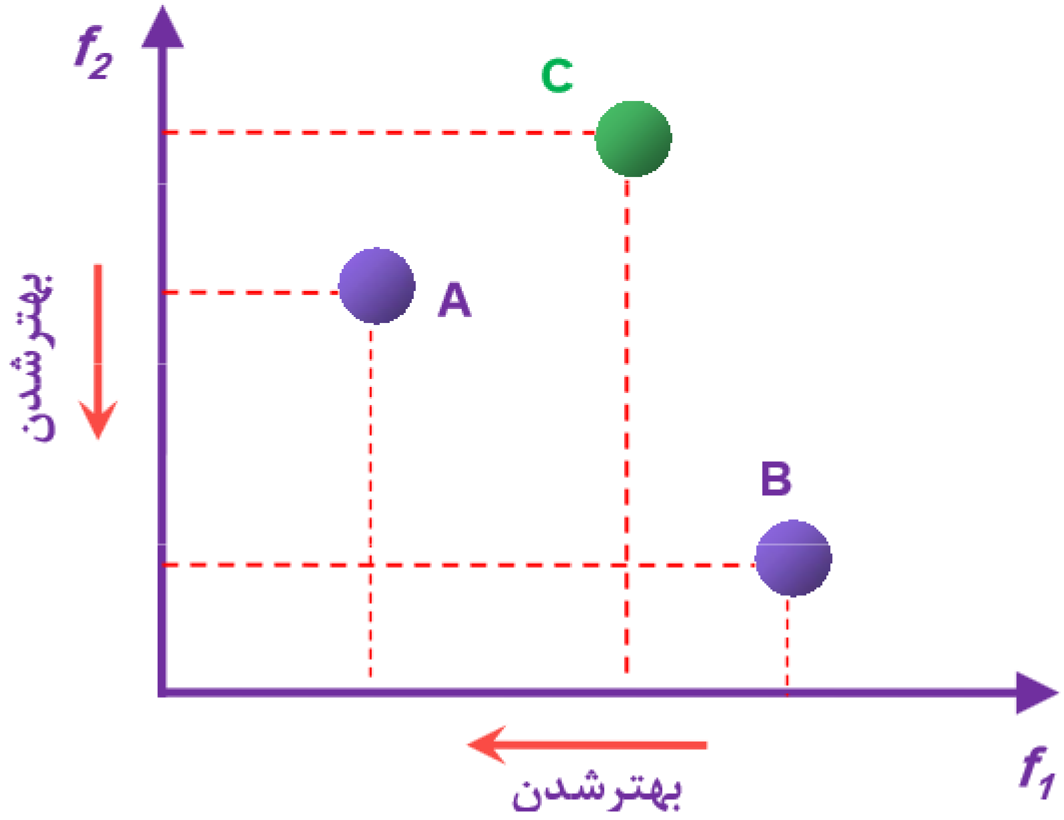
بهینه سازی چند هدفه یا برنامه ریزی چند هدفه و یا بهینه سازی چند معیاره، فرایند بهینه سازی همزمان دو یا چند تابع هدف متضاد با در نظر گرفتن تعدادی محدودیت است.

$$\begin{aligned} &\min F(\mathbf{x}) = \{f_i(\mathbf{x}), \ldots, f_n(\mathbf{x})\} \\ &s.t. \quad \mathrm{g}(\mathbf{x}) \le 0\,, \quad \mathrm{h}(\mathbf{x}) = 0 \\ &\qquad\ \ \mathbf{x} \in \Re \end{aligned}$$

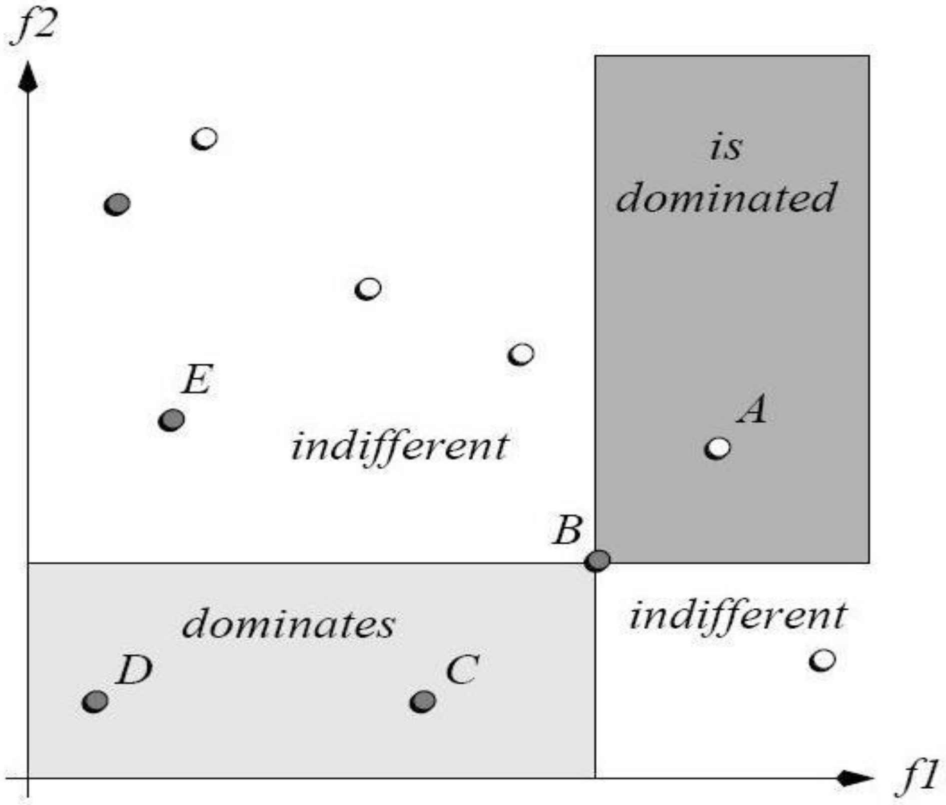
در بهینه سازی چند هدفه به دلیل متعارض بودن یا غیرقابل مقایسه بودن اهداف نمیتوان به جوابی دست یافت که همزمان همه توابع را بهینه کند.بنابراین باید از مفهمومی با عنوان پاسخ نامغلوب و یا پاسخ پارتو استفاده کرد.

بهینه سازی چند هدفه

A بر C غلبه دارد اگر در هیچ تابع هدفی بدتر از آن نباشد و حداقل در یکی از توابع بهتر از آن باشد


f2
C
A
B
بهترشدن
بهترشدن
f1

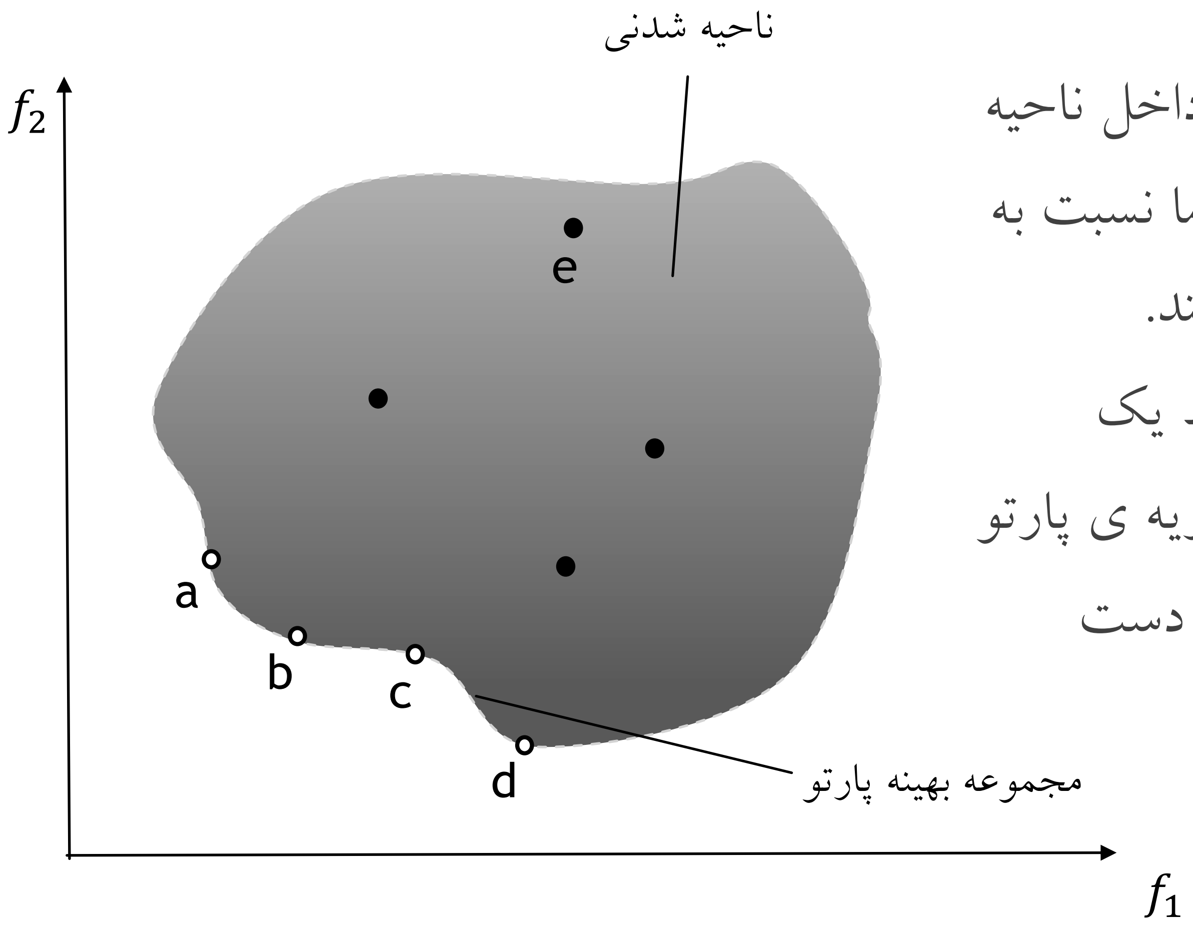
بهینه سازی چند هدفه


f2
is dominated
E
A
indifferent
B
dominates
indifferent
D
C
f1

در این شکل نقطه A نسبت به B مغلوب
ونقاط D,C نسبت به نقطه B غالب هستند.

در حل مسایل بهینه سازی چند هدفه ما به
دنبال یافتن پاسخ های نا مغلوب هستیم.

بهینه سازی چند هدفه


ناحیه شدنی
f_2
e
a
b
c
d
مجموعه بهینه پارتو
f_1

نقاط a,b,c,d نسبت به نقاط داخل ناحیه شدنی مانند e نامغلوب هستند اما نسبت به یکدیگر نه غلبه دارند و نه مغلوبند.

اگر پاسخ های نامغلوب را توسط یک منحنی پیوسته تقریب بزنیم به رویه ی پارتو یا سطح پارتو ویا مجموعه پارتو دست یافته ایم.

روشهای حل مسائل بهینه سازی چند هدفه سعی در بدست آوردن مجموعه پارتو دارند.

بهینه سازی چند هدفه

روشهای حل مسائل بهینه سازی چند هدفه:

۱-روشهای سازنده

۲-روشهای بر مبنای ترجیح

روشهای دسته اول به دنبال یافتن مجموعه پارتو بدون هیچگونه ورودی یا داده از طرف تصمیم گیرنده هستند.

روشهای دسته دوم از اطلاعات اضافی که تصمیم گیرنده در اختیار قرار میدهد به عنوان بخشی از فرایند حل استفاده میکنند.

بهینه سازی چند هدفه

روشهای دسته اول به سه دسته تقسیم میشوند:

۱-no-preference

۲-روشهای استقرایی با استفاده از شیوه ی اسکالرسازی

۳-روشهای استقرایی با استفاده از شیوه ی چند هدفه

گروه اول نیازی به اطلاعات قبلی نسبت به مساله نداشته و معمولا یک نقطه بهینه پارتو ارائه میکند.مانند روش معیار مطلق

گروه دوم با تبدیل مساله به یک یا مجموعه ای از مسائل با یک تابع هدف به حل آنها میپردازد.مانند روش وزن دهی و روش محدودیت اپسیلون.

گروه سوم با رتبه بندی جواب ها بر اساس مقدار تابع هدف آنها را حل میکند.مانند الگوریتم ژنتیک و کلونی مورچگان

بهینه سازی چند هدفه

روشهای بر مبنای سلیقه به دو دسته تقسیم میشوند:

۱-priori

۲-روشهای تعاملی

در گروه اول سلایق(ترجیحات)تصمیم گیرنده در فرمول بندی اولیه مساله تک تابع هدفه لحاظ میشود.مانند روش لکسیکوگرافیک و روش برنامه ریزی آرمانی

گروه دوم نیاز به تعامل با تصمیم گیرندگان در فرآیند حل دارد.مانند روش NIMBUS

در اینجا به شرح روشهای استقرایی با شیوه ی اسکالرسازی پرداخته میشود.

بهینه سازی چند هدفه

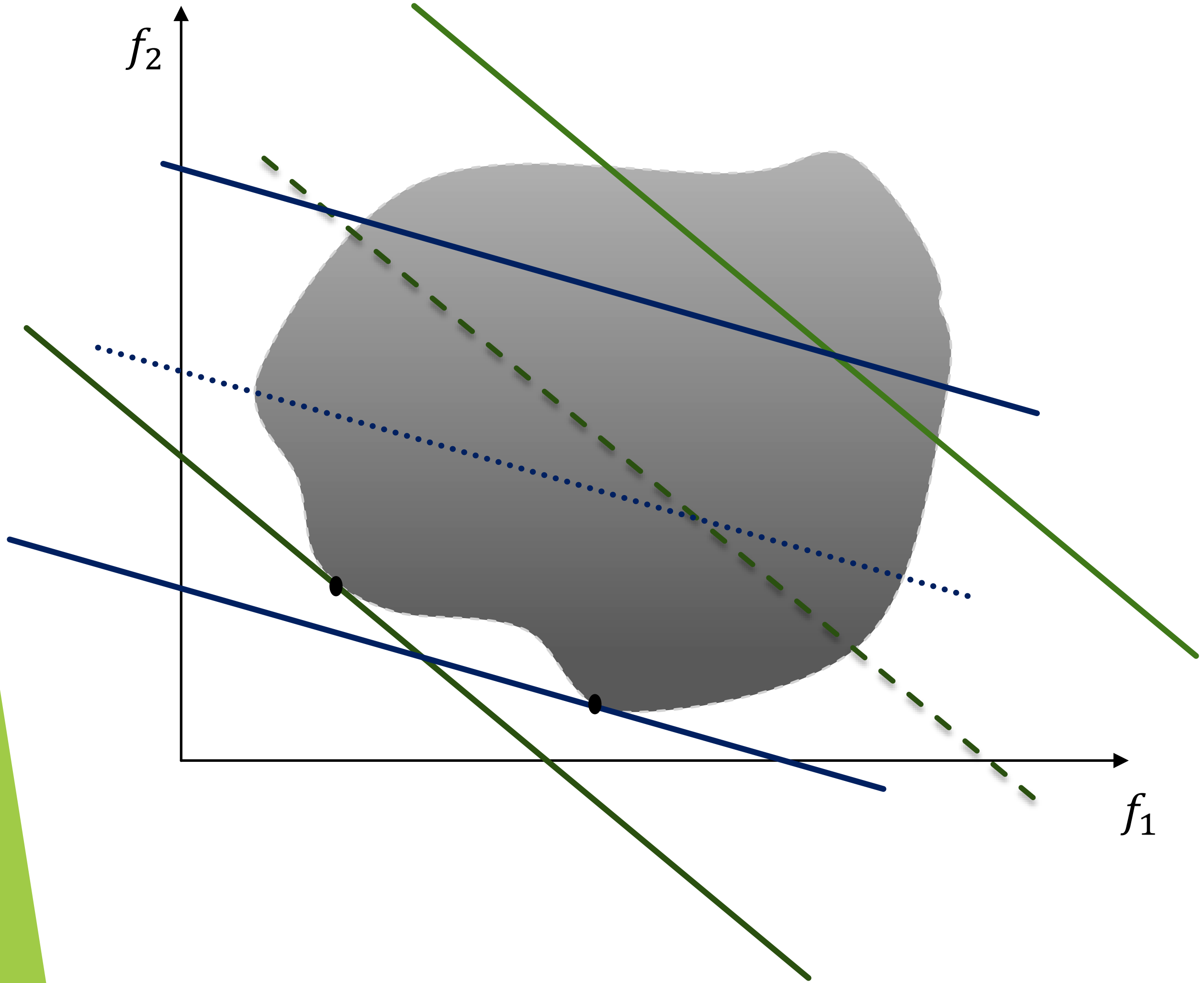
روش وزن دار یا مجموع وزن دار(WM):

در این روش با اختصاص دادن مقدار وزن نا منفی به هر تابع هدف سعی در بهینه کردن مجموع وزن دار توابع هدف دارد.

$$\begin{aligned}&\min w_1 f_1 + w_2 f_2 + \ldots + w_n f_n \\ &s.t. \quad \mathrm{g}(\mathbf{x}) \le 0\,, \quad \mathrm{h}(\mathbf{x}) = 0\end{aligned}$$

با این روش مساله چند هدفه به مساله تک هدفه تبدیل میشود.

بهینه سازی چند هدفه



یافتن سطح پارتو:

$$w_1 f_1 + w_2 f_2 = z_0$$

$$w'_1 f_1 + w'_2 f_2 = z_1$$

بهینه سازی چند هدفه

روش مجموع وزن دار نرمال شده:

$$\text{Min } \frac{w_1(f_1 - z_1^U)}{z_1^N - z_1^U} + \cdots + \frac{w_n(f_n - z_n^U)}{z_n^N - z_n^U}$$

$$\text{s.t.} \quad g(x) \leq 0 \text{ , } h(x)=0$$

این روش حالت توسعه یافته روش مجموع وزن دار است که با نرمال سازی توابع هدف آنها را در بازه [۰،۱] قرار میدهد.در این روش z_i^N بدترین مقدار تابع هدف i ام و z_i^U بهترین مقدار تابع هدف i ام است.

پیدا کردن مجموعه بهینه پارتو مانند روش قبل است.

بهینه سازی چند هدفه

روش محدودیت اپسیلون:

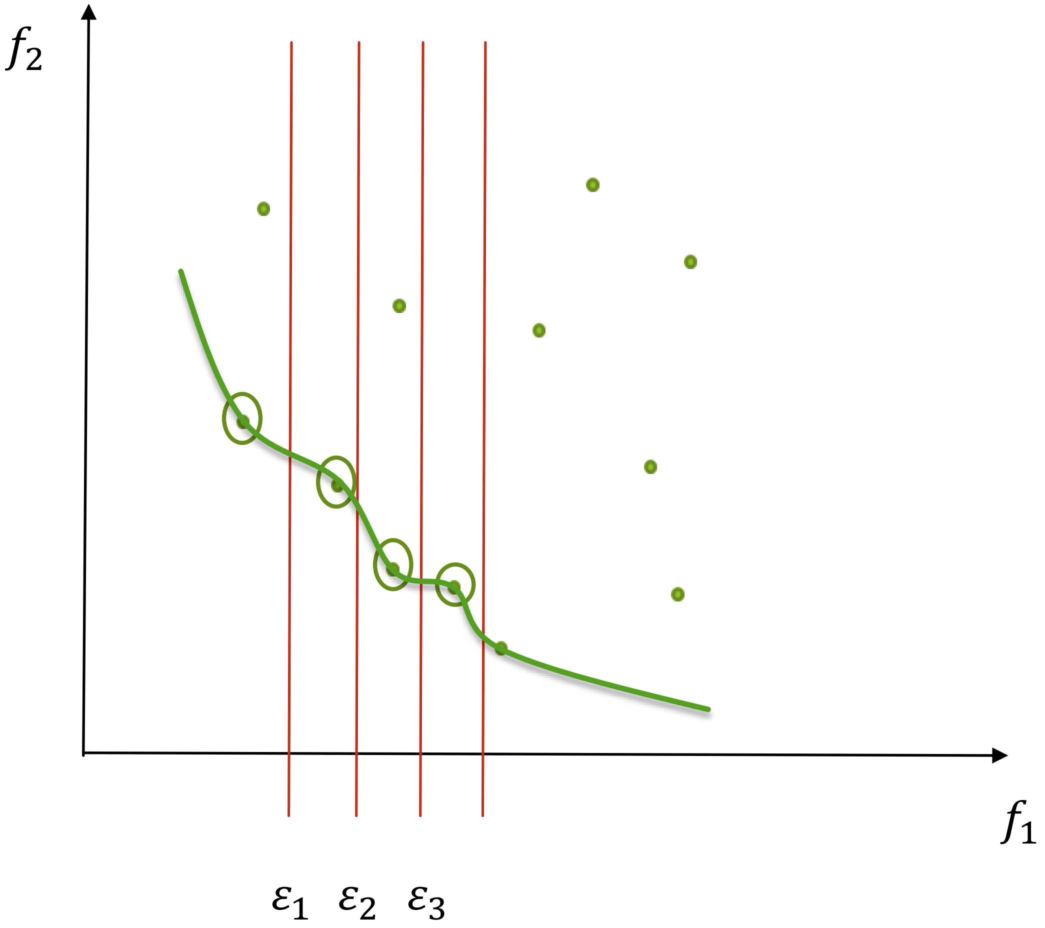
در این روش یکی از توابع هدف برای بهینه سازی انتخاب میشود و سایر توابع هدف تبدیل به محدودیت با یک حد بالای ε میشوند.

$$\mathrm{Min} f_i(x)$$

$$\text{s.t. } f_j(x) \le \varepsilon_j \qquad \forall j \ne i$$

در این روش برای پیدا کردن هرچه بیشتر جوابهای پارتو باید مقادیر ε_j ها را به تدریج افزایش داده و مساله دوباره حل شود.

بهینه سازی چند هدفه


f_2
f_1
ε_1
ε_2
ε_3

$$f_1(x) \leq \varepsilon_1$$

$$f_1(x) \leq \varepsilon_2$$

$$f_1(x) \leq \varepsilon_3$$

$$\vdots$$

بهینه سازی چند هدفه

روش هیبرید:

این روش در واقع تلفیقی از روش محدودیت اپسیلون و وزن دهی نرمال شده می باشد

$$min \sum_{i=1}^{k} w_i(f_i(x) - z_i^u)$$

$$\text{s.t} \quad f_j(x) \le \varepsilon_j$$

معرفی مدل

$G = (N,A)$ یک گراف جهت دار کامل است که در آن $N = \{0, \dots ,N\}$ مجموعه گرهها با در نظر گرفتن گره 0 به عنوان دپو و $A = \{(i,j): i,j \in N\ i \neq j\}$ مجموعه کمانهاست.

d_{ij}:فاصله گره iام تا گره jام

m :تعداد وسایل نقلیه

Q:ظرفیت هر وسیله

c_i:مدت زمان انتظار در گره i

q_i:ظرفیت گره iام

t_i:زمان سرویس دهی به مشتری iام

$\bar{v}^r\,(r = 1, \dots ,R)$:تابع سرعت که دارای R سطح سرعت غیر کاهشی است.

در ضمن این مساله دارای پنجره زمانی است.یعنی سرویس دهی به گره iام باید در بازه $[a_i,b_i]$شروع شود.

معرفی مدل

متغییرهای تصمیم:

$$z_{ij}^{r} = \begin{cases} 1 & \text{اگر از کمان (i,j) با سطح سرعت r عبور کنیم} \\ 0 & \text{در غیر اینصورت} \end{cases}$$

$$x_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{از کمان (i,j) عبور کنیم} \\ 0 & \text{در غیر اینصورت} \end{cases}$$

f_{ij}:کل مقدار جریان در کمان (i,j)، مقداری پیوسته و نا منفی

y_j:زمانی که در آن سرویس در گره jام شروع می شود، مقداری پیوسته و نا منفی

معرفی مدل

تابع هدف مصرف سوخت:

طبق مدل جامع انتشار گاز بارث(۲۰۰۵)، (۲۰۰۶)، (۲۰۰۸) میزان مصرف سوخت برای مدت زمان مشخص از رابطه زیر محاسبه می شود

$$FR = \xi(kNV + P/\eta)/\kappa \qquad (۱)$$

ξ: نرخ سوخت وارد شده در هوا k: فاکتور اصطکاک موتور N:سرعت موتور
V:فاکتورجابجا شدگی موتور η و κ : مقادیر ثابت

P:قدرت خروجی موتور که از رابطه زیر محاسبه می شود

$$P = P_{tract}/\eta_{tf} + P_{acc} \qquad (۲)$$

معرفی مدل

η_{tf}: کارایی نیروی حرکتی موتور P_{acc}: قدرت موتور مورد نیاز برای تجهیزات جانبی ماشین مانند کولر

P_{tract}: نیروی کششی مورد نیاز که بر چرخها وارد می شود

$$P_{tract} = (M\tau + Mg\sin\theta + 0.5C_d\rho A v^2 + MgC_r\cos\theta)v/1000 \qquad (۳)$$

با اعمال تغییرات زیر

$\alpha = \tau + g\sin\theta + gC_r\cos\theta$: ثابت مختص وسیله نقلیه_کمان

$\beta = 0.5C_d\rho A$: ثابت مختص وسیله نقلیه

$\lambda = \xi/\kappa\psi$ و $\gamma = 1/1000 n_{tf}\eta$: مقادیر ثابت

ψ: فاکتور تبدیل واحد از گرم بر ثانیه به لیتر بر ثانیه

معرفی مدل

در نهایت خواهیم داشت:

$$F(v,M) = \lambda(kNV + w\gamma\alpha v + \gamma\alpha f v + \beta\gamma v^3)d/v \qquad (۴)$$

این معادله مصرف سوخت به ازای سرعت و میزان بار را نشان می دهد.شکل زیر میزان تغییرات مصرف سوخت به ازای سرعتهای متفاوت را نشان می دهد.

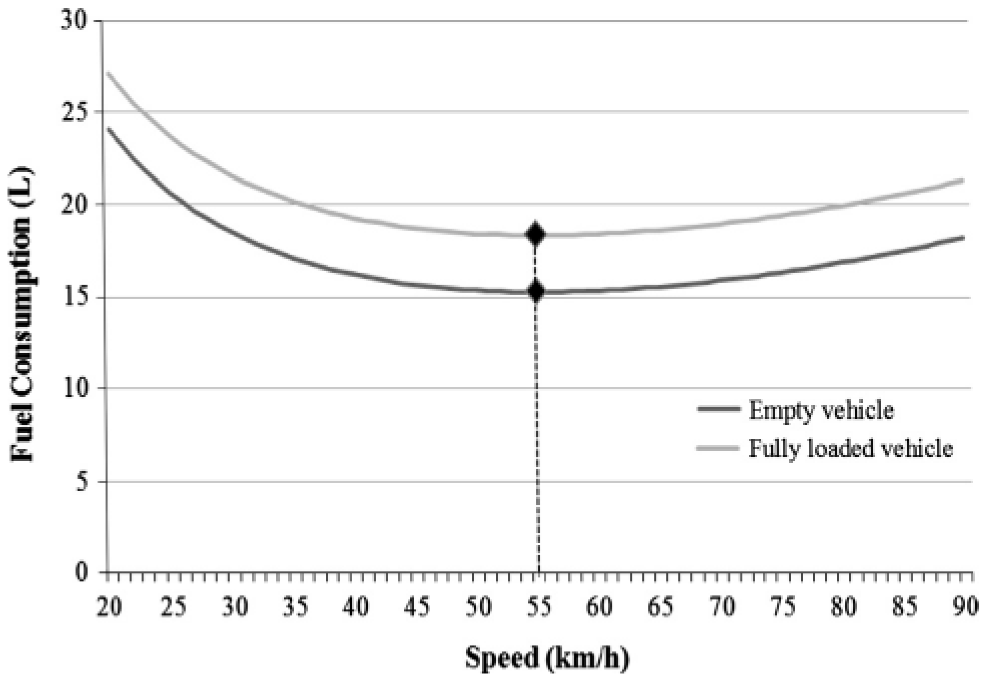


Fig. 1. Fuel consumption vs speed.

معرفی مدل

از رابطه (۴) تابع هدف مصرف سوخت به شکل زیر بدست می آید:

$$\text{minimize} \quad \sum_{(i,j)\in A} kNV\lambda d_{ij} \sum_{r=1}^{R} z_{ij}^{r}/\bar{v}^{r} \qquad (۵)$$

$$+ \quad \sum_{(i,j)\in A} w\gamma\lambda\alpha_{ij} d_{ij} x_{ij} \qquad (۶)$$

$$+ \quad \sum_{(i,j)\in A} \gamma\lambda\alpha_{ij} d_{ij} f_{ij} \qquad (۷)$$

$$+ \quad \sum_{(i,j)\in A} \beta\gamma\lambda d_{ij} \sum_{r=1}^{R} z_{ij}^{r} (\bar{v}^{r})^{2} \qquad (۸)$$

معرفی مدل

تابع هدف مدت زمان رانندگی:

$$minimize \sum_{j \in N_0} S_j \qquad (۹)$$

تابع مدت زمان رانندگی برابر است با کل مدت زمان سفر کل مسیرها با فرض اینکه وسیله از دپو شروع کرده و به دپو برمیگردد.

متغییر s_j بیانگر کل مدت زمان صرف شده در مسیر است که گره **j** آخرین گره ملاقات شده قبل از بازگشت به دپو است.

$$s_j = c_j + t_j + {}^{d_{j0}}/_{vr} \qquad (۱۰)$$

مدت زمان حرکت از گره **j**
به دپو

معرفی مدل

محدودیت ها:

$$\sum_{j\in\mathcal{N}} x_{0j} = m \qquad (۱۱)$$

این محدودیت بیان می کند که هر وسیله حتما باید دپو را ترک کند

$$\sum_{j\in\mathcal{N}} x_{ij} = 1 \quad \forall i \in \mathcal{N}_0 \qquad (۱۲)$$

$$\sum_{i\in\mathcal{N}} x_{ij} = 1 \quad \forall j \in \mathcal{N}_0 \qquad (۱۳)$$

این محدودیتها اطمینان ایجاد می کند که هر گره تنها یکبار ملاقات شود

معرفی مدل

$$\sum_{j\in\mathcal{N}} f_{ji} - \sum_{j\in\mathcal{N}} f_{ij} = q_i \quad \forall i \in \mathcal{N}_0 \qquad (۱۴)$$

$$q_j x_{ij} \leqslant f_{ij} \leqslant (Q - q_i) x_{ij} \quad \forall (i,j) \in \mathcal{A} \qquad (۱۵)$$

محدودیت های (۱۵) و (۱۴) جریان کمانها را تعریف می کنند

$$y_i - y_j + t_i + \sum_{r\in\mathcal{R}} d_{ij} z^r_{ij}/\bar{v}^r \leqslant K_{ij}(1 - x_{ij}) \quad \forall i \in \mathcal{N}, j \in \mathcal{N}_0,\ i \neq j \qquad (۱۶)$$

$$a_i \leqslant y_i \leqslant b_i \quad \forall i \in \mathcal{N}_0 \qquad (۱۷)$$

$$y_j + t_j - s_j + \sum_{r\in\mathcal{R}} d_{j0} z^r_{j0}/\bar{v}^r \leqslant L(1 - x_{j0}) \quad \forall j \in \mathcal{N}_0 \qquad (۱۸)$$

محدودیت های (۱۶) تا (۱۸) محدودیت پنجره زمانی را برقرار می کنند

معرفی مدل

$$\sum_{r=1}^{R} z_{ij}^{r} = x_{ij} \quad \forall (i,j) \in \mathcal{A} \qquad (۱۹)$$

محدودیت (۹) بیان میکند که هر کمان تنها از یک سطح سرعت استفاده می کند.

$$x_{ij} \in \{0,1\} \quad \forall (i,j) \in \mathcal{A} \qquad (۲۰)$$

$$f_{ij} \geqslant 0 \quad \forall (i,j) \in \mathcal{A} \qquad (۲۱)$$

$$y_i \geqslant 0 \quad \forall i \in \mathcal{N}_0 \qquad (۲۲)$$

$$z_{ij}^{r} \in \{0,1\} \quad \forall (i,j) \in \mathcal{A}, \; r = 1,\ldots,R \qquad (۲۳)$$

معرفی مدل

مساله PRP یک مساله NP-hard است و از روش های بهینه سازی معمولی نمی توان آن را حل کرد.حتی برای نمونه های کوچک و ساده نیز این شرایط برقرار است.

بنابراین باید از الگوریتم های فراابتکاری برای حل آن استفاده کرد.

اگرچه الگوریتم ژنتیک یک روش استاندارد برای حل مسائل بهینه سازی چند هدفه است اما به دلیل کارایی الگوریتم ALNS، از این الگوریتم استفاده شده است.

الگوریتم ALNS

الگوریتم ALNS اولین بار توسط Shaw(1998) پیشنهاد شد.این الگوریتم بر پایه ایده تخریب و تعمیر یک جواب اولیه بنا شده است.

اگر جواب جدید بدست آمده بهتر از جواب فعلی باشد جایگزین آن شده و به عنوان ورودی در تکرار بعدی استفاده می شود.

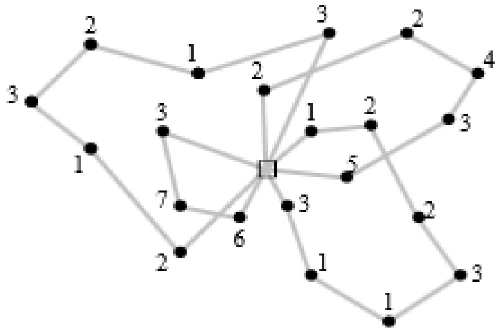
در این الگوریتم ابتدا یک جواب اولیه در نظر گرفته می شود. سپس با استفاده از عمگر تخریب قسمتی از جواب تخریب می شود.یعنی تعدادی از مشتریان به صورت تصادفی از جواب اولیه کنار گذاشته می شوند.بعد از آن عملگر تعمیر مشتریان کنار گذاشته شده را دوباره وارد جواب می کند.

در این مقاله جواب اولیه توسط روش کلارک و رایت ایجاد شده است.

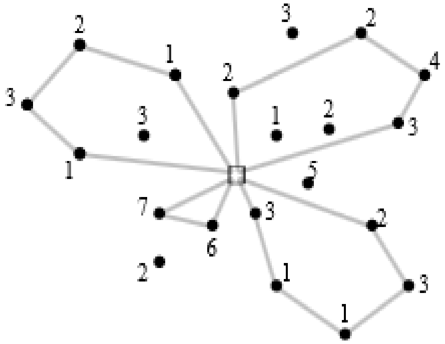
در هر تکرار رویه ی بهینه سازی سرعت بکار گرفته می شود.برای مسیریک وسیله رویه بهینه سازی سرعت شامل محاسبه سرعت بهینه در هر کمان به منظور کمینه کردن توابع هدف مصرف سوخت و زمان رانندگی است.

الگوریتم ALNS

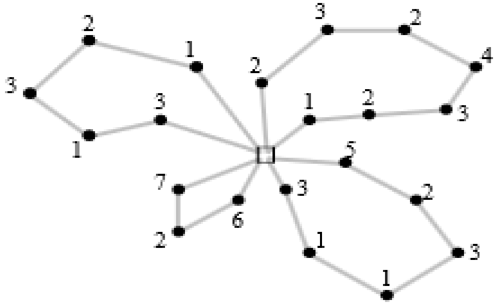
جواب اولیه یک مساله vrp


2
3
2
1
4
2
3
3
1
2
3
1
5
7
3
2
6
2
1
3
1

عملگرهای تخریب تعدادی از گره ها را به صورت تصادفی حذف میکنند.

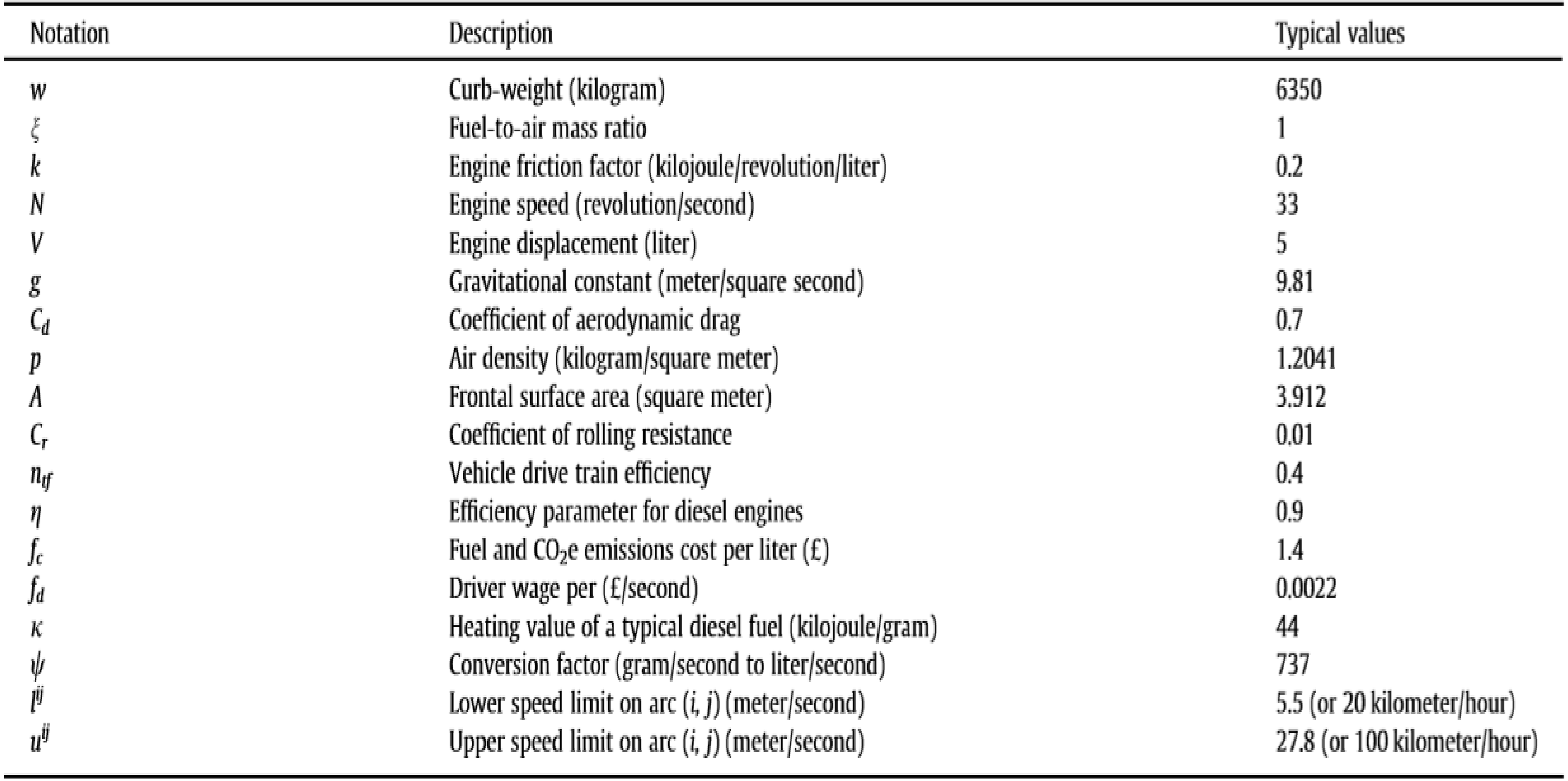

3
2
2
1
4
2
3
3
1
2
3
1
5
7
3
2
6
2
1
3
1

عملگرهای تعمیر گره های حذف شده را به جواب برمی گردانند


3
2
2
1
4
2
3
3
1
2
3
1
5
7
3
2
6
2
1
3
1

نتایج محاسباتی

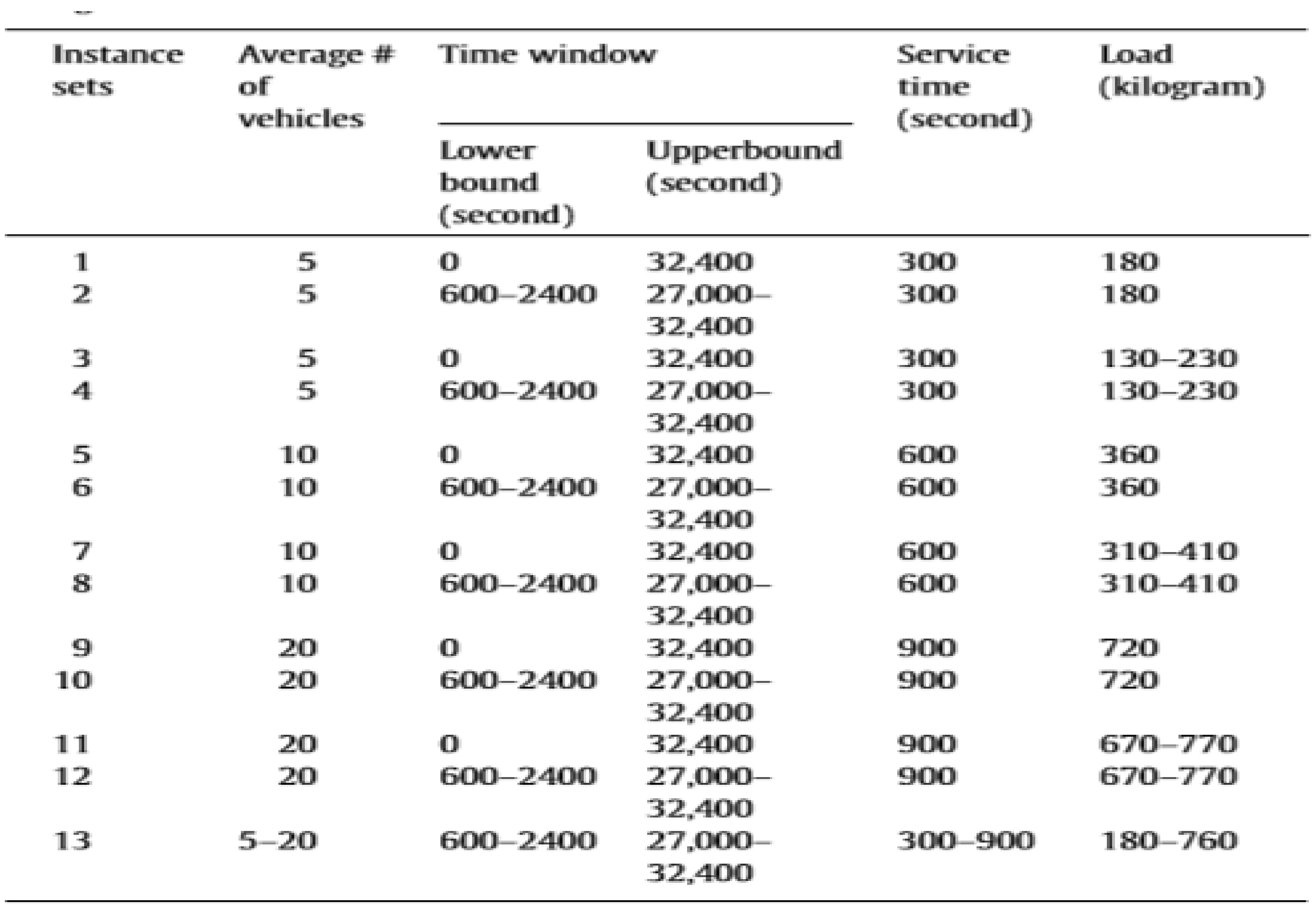
پارامترهای استفاده شده در مثال عبارتند از:



Notation	Description	Typical values
w	Curb-weight (kilogram)	6350
ξ	Fuel-to-air mass ratio	1
k	Engine friction factor (kilojoule/revolution/liter)	0.2
N	Engine speed (revolution/second)	33
V	Engine displacement (liter)	5
g	Gravitational constant (meter/square second)	9.81
C_d	Coefficient of aerodynamic drag	0.7
p	Air density (kilogram/square meter)	1.2041
A	Frontal surface area (square meter)	3.912
C_r	Coefficient of rolling resistance	0.01
n_{tf}	Vehicle drive train efficiency	0.4
η	Efficiency parameter for diesel engines	0.9
f_c	Fuel and CO_2e emissions cost per liter (£)	1.4
f_d	Driver wage per (£/second)	0.0022
κ	Heating value of a typical diesel fuel (kilojoule/gram)	44
ψ	Conversion factor (gram/second to liter/second)	737
l^{ij}	Lower speed limit on arc (i, j) (meter/second)	5.5 (or 20 kilometer/hour)
u^{ij}	Upper speed limit on arc (i, j) (meter/second)	27.8 (or 100 kilometer/hour)

نتایج محاسباتی

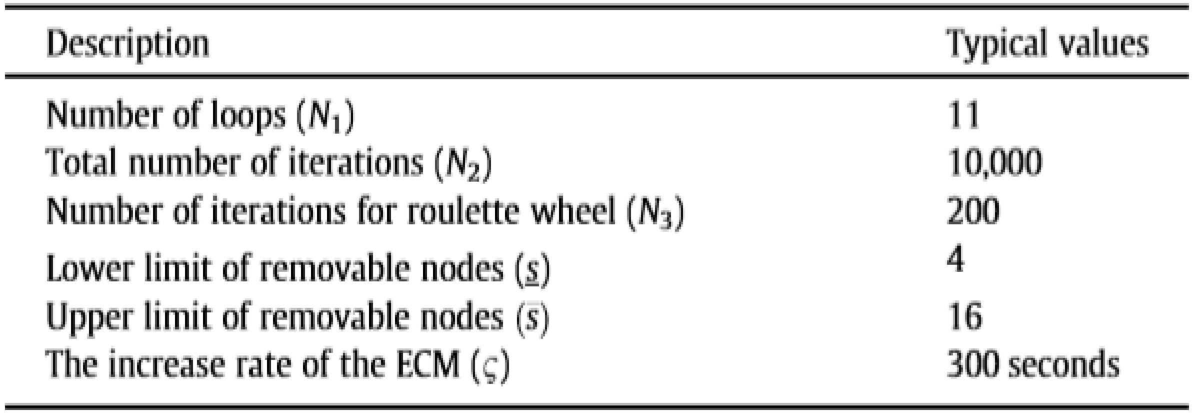
برای انجام آزمایش ۱۳ مجموعه از نمونه های ۱۰ تایی هر کدام شامل ۱۰۰ گره به صورت تصادفی از شهرهای بریتانیا انتخاب شده اند.



Instance sets	Average # of vehicles	Time window		Service time (second)	Load (kilogram)
		Lower bound (second)	Upperbound (second)		
1	5	0	32,400	300	180
2	5	600–2400	27,000–32,400	300	180
3	5	0	32,400	300	130–230
4	5	600–2400	27,000–32,400	300	130–230
5	10	0	32,400	600	360
6	10	600–2400	27,000–32,400	600	360
7	10	0	32,400	600	310–410
8	10	600–2400	27,000–32,400	600	310–410
9	20	0	32,400	900	720
10	20	600–2400	27,000–32,400	900	720
11	20	0	32,400	900	670–770
12	20	600–2400	27,000–32,400	900	670–770
13	5–20	600–2400	27,000–32,400	300–900	180–760

نتایج محاسباتی

پارامترهای الگوریتم ALNS



Description	Typical values
Number of loops (N_1)	11
Total number of iterations (N_2)	10,000
Number of iterations for roulette wheel (N_3)	200
Lower limit of removable nodes ($\underline{s}$)	4
Upper limit of removable nodes ($\overline{s}$)	16
The increase rate of the ECM (ς)	300 seconds

چهار روش ذکر شده برای حل مسائل بهینه سازی چند هدفه در ادامه تست می شوند. در هر کدام ALNS به عنوان موتور جستجو برای یافتن و ذخیره ی پاسخهای نا مغلوب استفاده می شود.

در روش وزن دهی وزنها از صفر با گام ۰.۱ افزایش می یابند.تابع هدف مورد بررسی به صورت $wf_1 + (1-w)f_2$ است.

نتایج محاسباتی

در روش محدودیت اپسیلون ابتدا الگوریتم برای یافتن ε_2 که کمترین مقدار f_2 است اجرا می شود که در پایان N_2 تکرار به آن دست پیدا میکند. سپس مدت زمان تا بازگشت به دپو در مقدار ε_2 ثابت می شود. سپس الگوریتم برای مینیمم کردن f_1 اجرا می شود و مقدار ε_2 در هر تکرار به اندازه ی ς افزایش می یابد.

در روش هیبرید وزنها ازطریق رابطه زیر به روز می شوند

$$w_i = w_{i-1}\left(f_i(x) - z_i^U\right) \quad (i = 1, \ldots, k)$$

$$w_h = w_h \Big/ \sum_{i=1}^{k} w_i \quad (h = 1, \ldots, k)$$

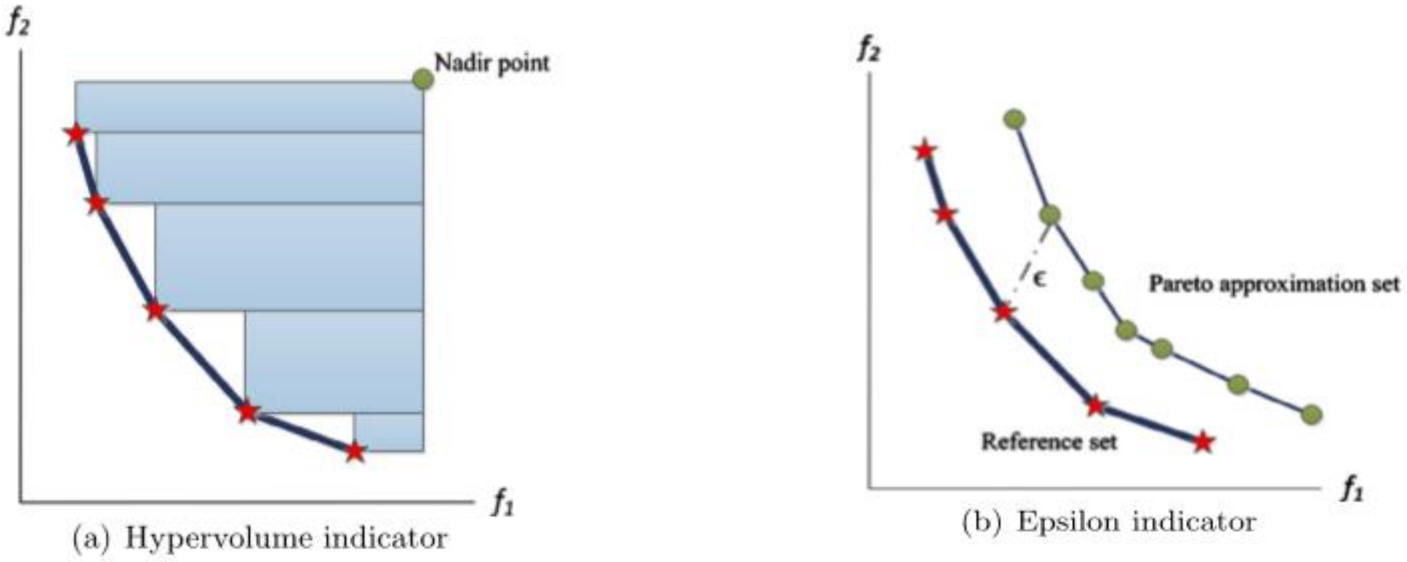
w_h وزن نرمال شده ی تابع هدف hام است.

نتایج محاسباتی

برای اندازه گیری کیفیت پاسخ ها دو شاخص تعریف می شوند:

شاخص اپسیلون و شاخص hypervolume

هرچه مقدار شاخص اپسیلون کمتر و مقدار شاخص hypervolume بیشتر باشد کیفیت پاسخ بدست آمده بهتر است

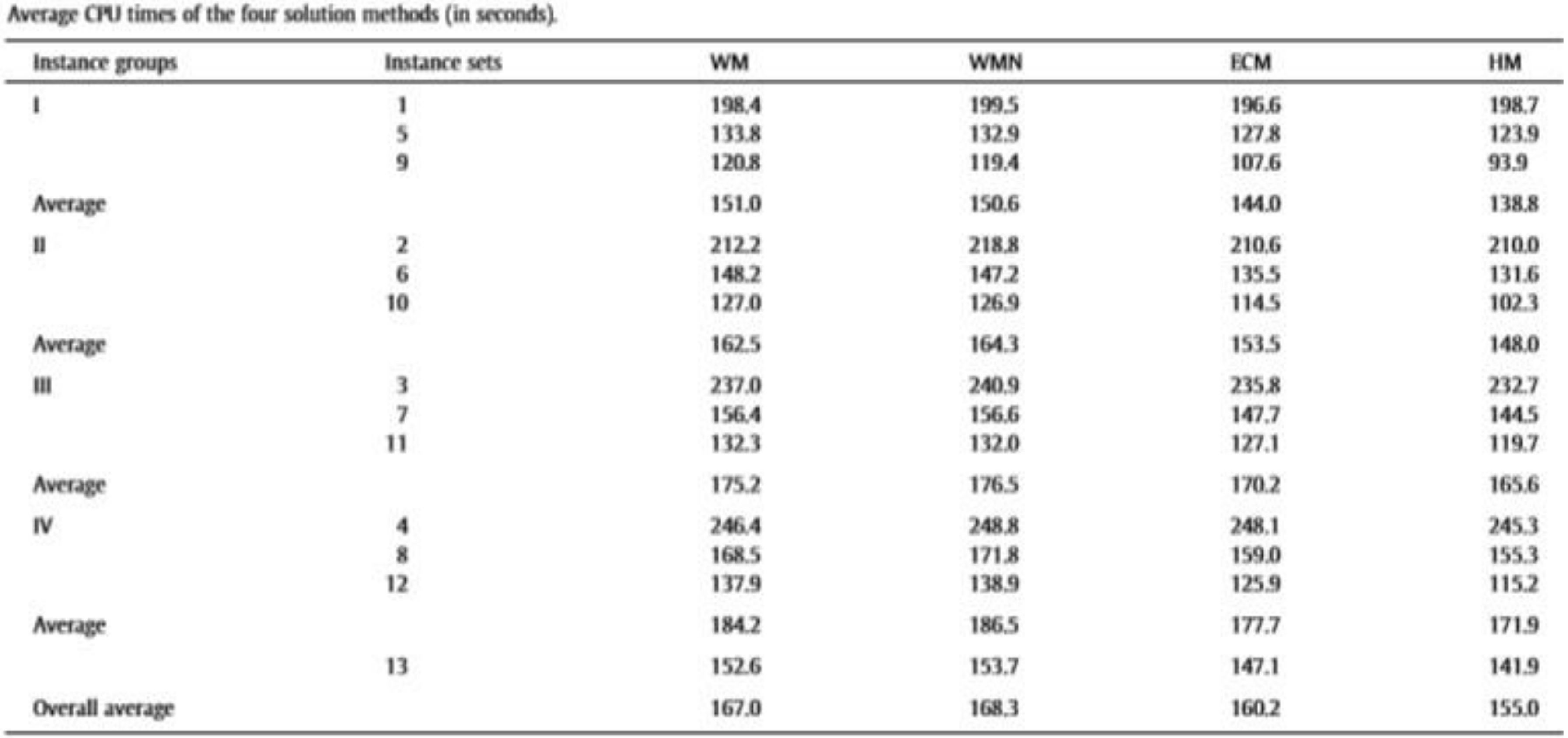

f2
Nadir point
f1
f2
ϵ
Pareto approximation set
Reference set
f1

(a) Hypervolume indicator

(b) Epsilon indicator

نتایج محاسباتی

مدت زمان CPU برای هر چهار روش در جدول زیر خلاصه شده است

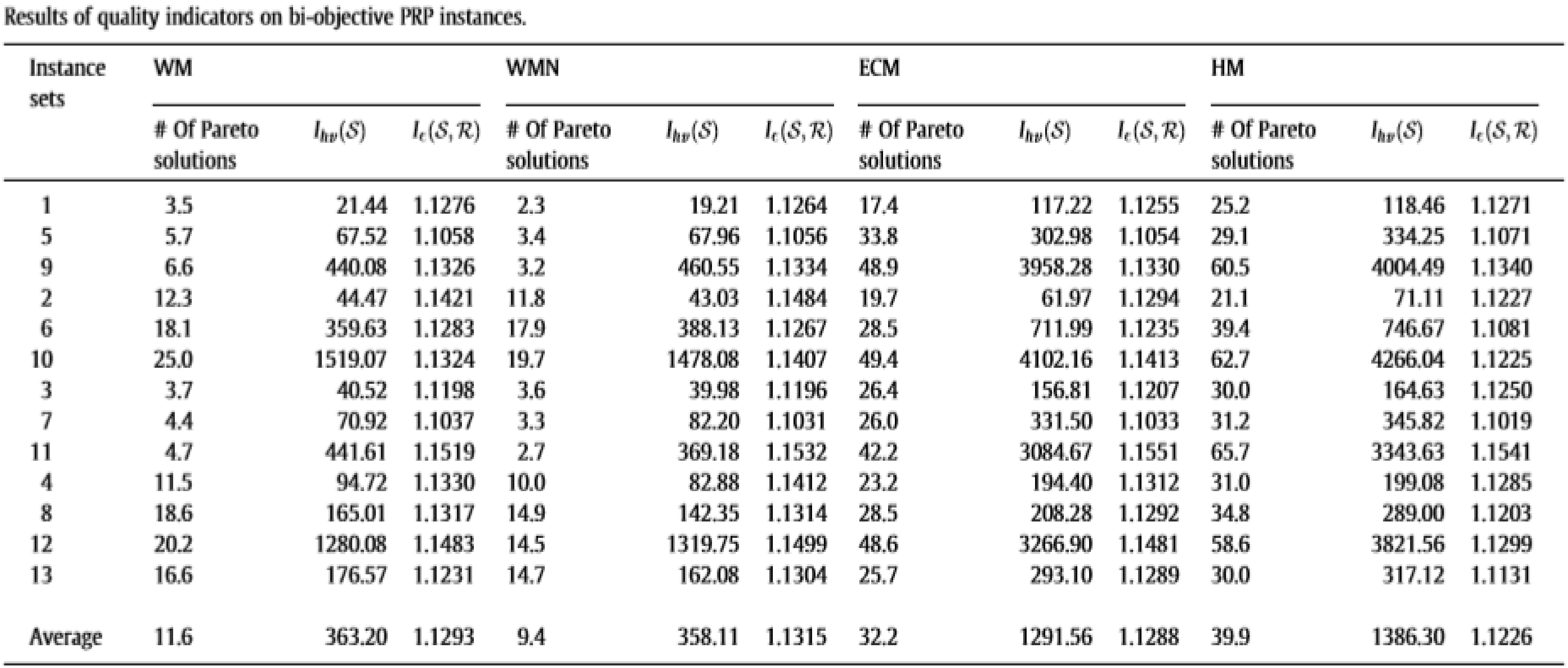


Average CPU times of the four solution methods (in seconds).

Instance groups	Instance sets	WM	WMN	ECM	HM
I	1	198.4	199.5	196.6	198.7
	5	133.8	132.9	127.8	123.9
	9	120.8	119.4	107.6	93.9
Average		151.0	150.6	144.0	138.8
II	2	212.2	218.8	210.6	210.0
	6	148.2	147.2	135.5	131.6
	10	127.0	126.9	114.5	102.3
Average		162.5	164.3	153.5	148.0
III	3	237.0	240.9	235.8	232.7
	7	156.4	156.6	147.7	144.5
	11	132.3	132.0	127.1	119.7
Average		175.2	176.5	170.2	165.6
IV	4	246.4	248.8	248.1	245.3
	8	168.5	171.8	159.0	155.3
	12	137.9	138.9	125.9	115.2
Average		184.2	186.5	177.7	171.9
	13	152.6	153.7	147.1	141.9
Overall average		167.0	168.3	160.2	155.0

نتایج محاسباتی

تعداد و کیفیت پاسخ های بدست آمده برای هر چهار روش در جدول زیر آمده است

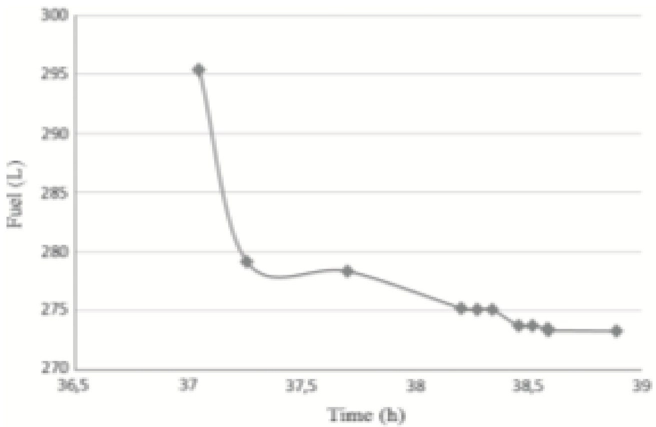


Results of quality indicators on bi-objective PRP instances.

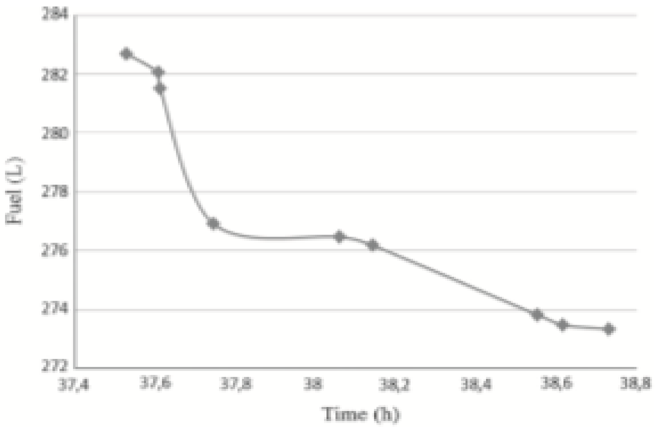
Instance sets	WM			WMN			ECM			HM		
	# Of Pareto solutions	$I_{hv}(\mathcal{S})$	$I_c(\mathcal{S},\mathcal{R})$	# Of Pareto solutions	$I_{hv}(\mathcal{S})$	$I_c(\mathcal{S},\mathcal{R})$	# Of Pareto solutions	$I_{hv}(\mathcal{S})$	$I_c(\mathcal{S},\mathcal{R})$	# Of Pareto solutions	$I_{hv}(\mathcal{S})$	$I_c(\mathcal{S},\mathcal{R})$
1	3.5	21.44	1.1276	2.3	19.21	1.1264	17.4	117.22	1.1255	25.2	118.46	1.1271
5	5.7	67.52	1.1058	3.4	67.96	1.1056	33.8	302.98	1.1054	29.1	334.25	1.1071
9	6.6	440.08	1.1326	3.2	460.55	1.1334	48.9	3958.28	1.1330	60.5	4004.49	1.1340
2	12.3	44.47	1.1421	11.8	43.03	1.1484	19.7	61.97	1.1294	21.1	71.11	1.1227
6	18.1	359.63	1.1283	17.9	388.13	1.1267	28.5	711.99	1.1235	39.4	746.67	1.1081
10	25.0	1519.07	1.1324	19.7	1478.08	1.1407	49.4	4102.16	1.1413	62.7	4266.04	1.1225
3	3.7	40.52	1.1198	3.6	39.98	1.1196	26.4	156.81	1.1207	30.0	164.63	1.1250
7	4.4	70.92	1.1037	3.3	82.20	1.1031	26.0	331.50	1.1033	31.2	345.82	1.1019
11	4.7	441.61	1.1519	2.7	369.18	1.1532	42.2	3084.67	1.1551	65.7	3343.63	1.1541
4	11.5	94.72	1.1330	10.0	82.88	1.1412	23.2	194.40	1.1312	31.0	199.08	1.1285
8	18.6	165.01	1.1317	14.9	142.35	1.1314	28.5	208.28	1.1292	34.8	289.00	1.1203
12	20.2	1280.08	1.1483	14.5	1319.75	1.1499	48.6	3266.90	1.1481	58.6	3821.56	1.1299
13	16.6	176.57	1.1231	14.7	162.08	1.1304	25.7	293.10	1.1289	30.0	317.12	1.1131
Average	11.6	363.20	1.1293	9.4	358.11	1.1315	32.2	1291.56	1.1288	39.9	1386.30	1.1226

نتایج محاسباتی

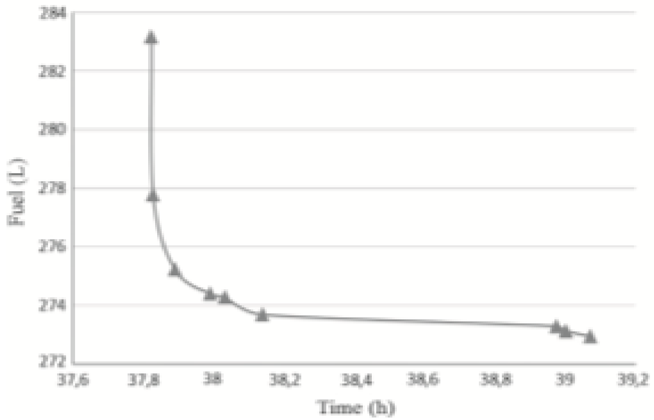
این شکل سطوح پارتوی بدست آمده توسط هر یک از روشها را نشان می دهد.



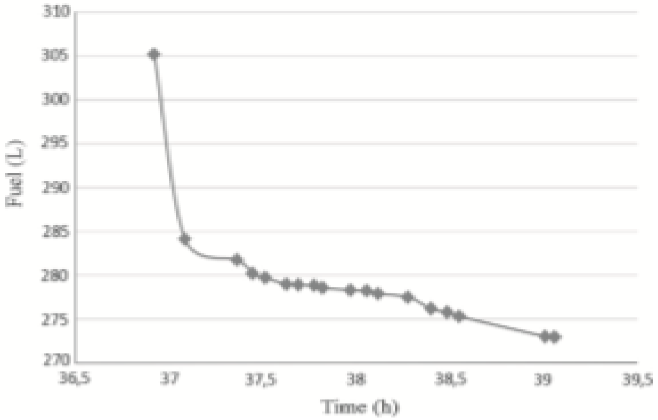
(a) Weighting method



(b) Weighting method with normalization



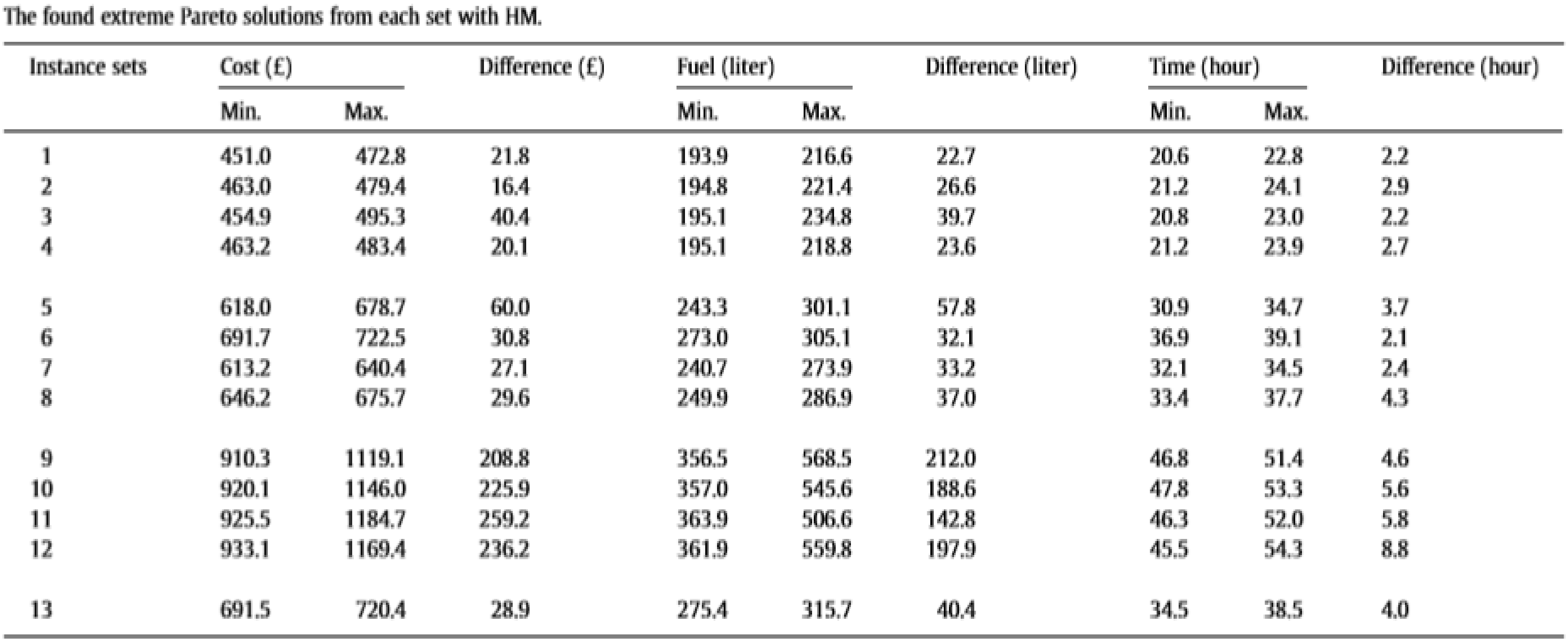
(c) ϵ-Constraint method



(d) Hybrid method

نتایج محاسباتی

جزئیات جواب های بدست توسط روش هیبرید در جدول زیر آمده است

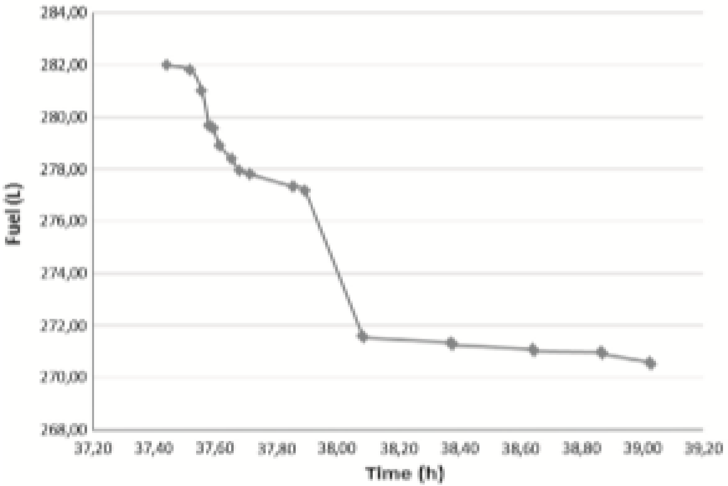


The found extreme Pareto solutions from each set with HM.

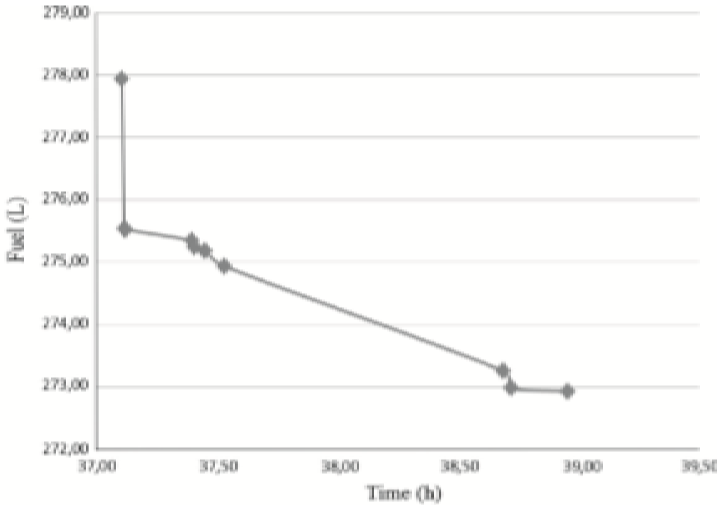
Instance sets	Cost (£)		Difference (£)	Fuel (liter)		Difference (liter)	Time (hour)		Difference (hour)
	Min.	Max.		Min.	Max.		Min.	Max.	
1	451.0	472.8	21.8	193.9	216.6	22.7	20.6	22.8	2.2
2	463.0	479.4	16.4	194.8	221.4	26.6	21.2	24.1	2.9
3	454.9	495.3	40.4	195.1	234.8	39.7	20.8	23.0	2.2
4	463.2	483.4	20.1	195.1	218.8	23.6	21.2	23.9	2.7
5	618.0	678.7	60.0	243.3	301.1	57.8	30.9	34.7	3.7
6	691.7	722.5	30.8	273.0	305.1	32.1	36.9	39.1	2.1
7	613.2	640.4	27.1	240.7	273.9	33.2	32.1	34.5	2.4
8	646.2	675.7	29.6	249.9	286.9	37.0	33.4	37.7	4.3
9	910.3	1119.1	208.8	356.5	568.5	212.0	46.8	51.4	4.6
10	920.1	1146.0	225.9	357.0	545.6	188.6	47.8	53.3	5.6
11	925.5	1184.7	259.2	363.9	506.6	142.8	46.3	52.0	5.8
12	933.1	1169.4	236.2	361.9	559.8	197.9	45.5	54.3	8.8
13	691.5	720.4	28.9	275.4	315.7	40.4	34.5	38.5	4.0

نتایج محاسباتی

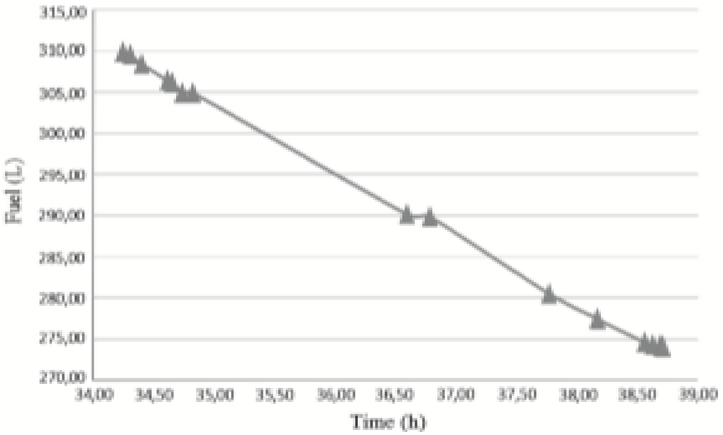
نمونه های قبلی مجددا با در نظر گرفتن محدوده ی سرعت واقعی حل می شوند.



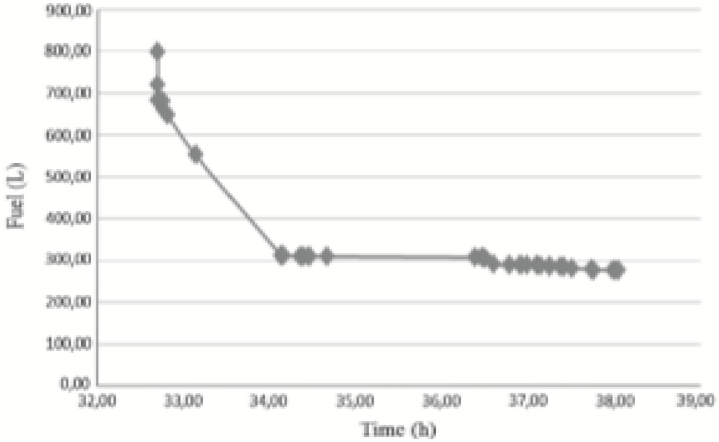
(a) Weighting method



(b) Weighting method with normalization



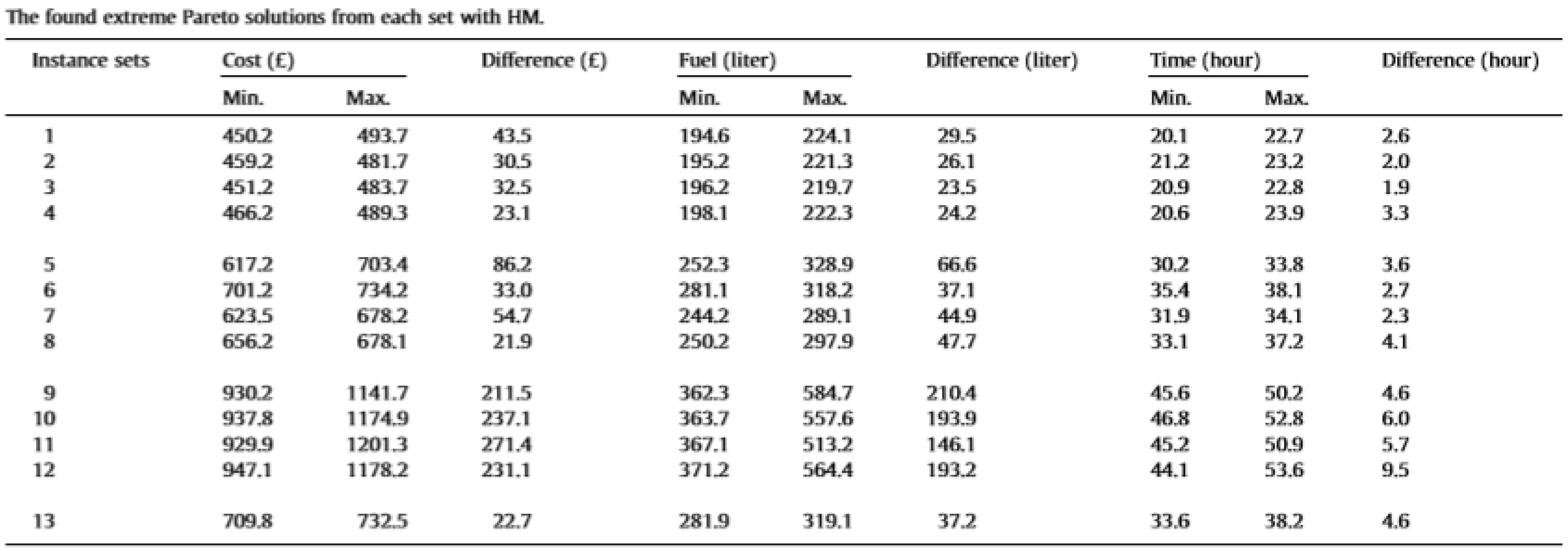
(c) ϵ-Constraint method



(d) Hybrid method

نتایج محاسباتی

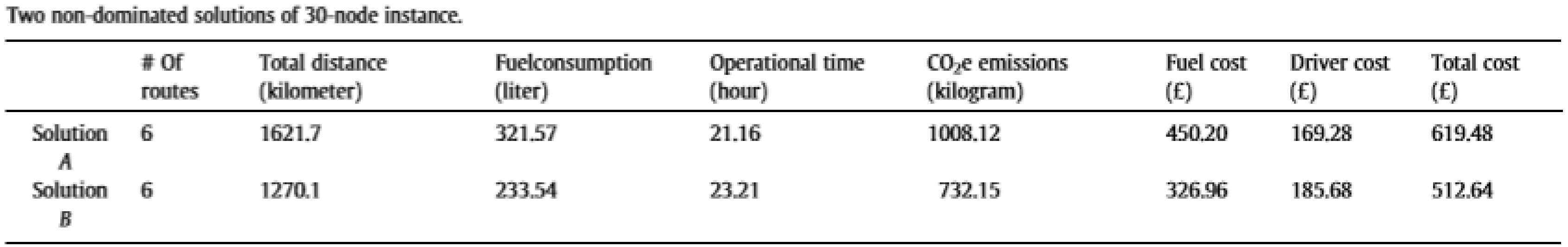
جزییات جواب برای روش هیبرید در جدول زیر آمده است



The found extreme Pareto solutions from each set with HM.

Instance sets	Cost (£)		Difference (£)	Fuel (liter)		Difference (liter)	Time (hour)		Difference (hour)
	Min.	Max.		Min.	Max.		Min.	Max.	
1	450.2	493.7	43.5	194.6	224.1	29.5	20.1	22.7	2.6
2	459.2	481.7	30.5	195.2	221.3	26.1	21.2	23.2	2.0
3	451.2	483.7	32.5	196.2	219.7	23.5	20.9	22.8	1.9
4	466.2	489.3	23.1	198.1	222.3	24.2	20.6	23.9	3.3
5	617.2	703.4	86.2	252.3	328.9	66.6	30.2	33.8	3.6
6	701.2	734.2	33.0	281.1	318.2	37.1	35.4	38.1	2.7
7	623.5	678.2	54.7	244.2	289.1	44.9	31.9	34.1	2.3
8	656.2	678.1	21.9	250.2	297.9	47.7	33.1	37.2	4.1
9	930.2	1141.7	211.5	362.3	584.7	210.4	45.6	50.2	4.6
10	937.8	1174.9	237.1	363.7	557.6	193.9	46.8	52.8	6.0
11	929.9	1201.3	271.4	367.1	513.2	146.1	45.2	50.9	5.7
12	947.1	1178.2	231.1	371.2	564.4	193.2	44.1	53.6	9.5
13	709.8	732.5	22.7	281.9	319.1	37.2	33.6	38.2	4.6

برای ۳۰گره دو پاسخ نا مغلوب در جدول زیر آمده

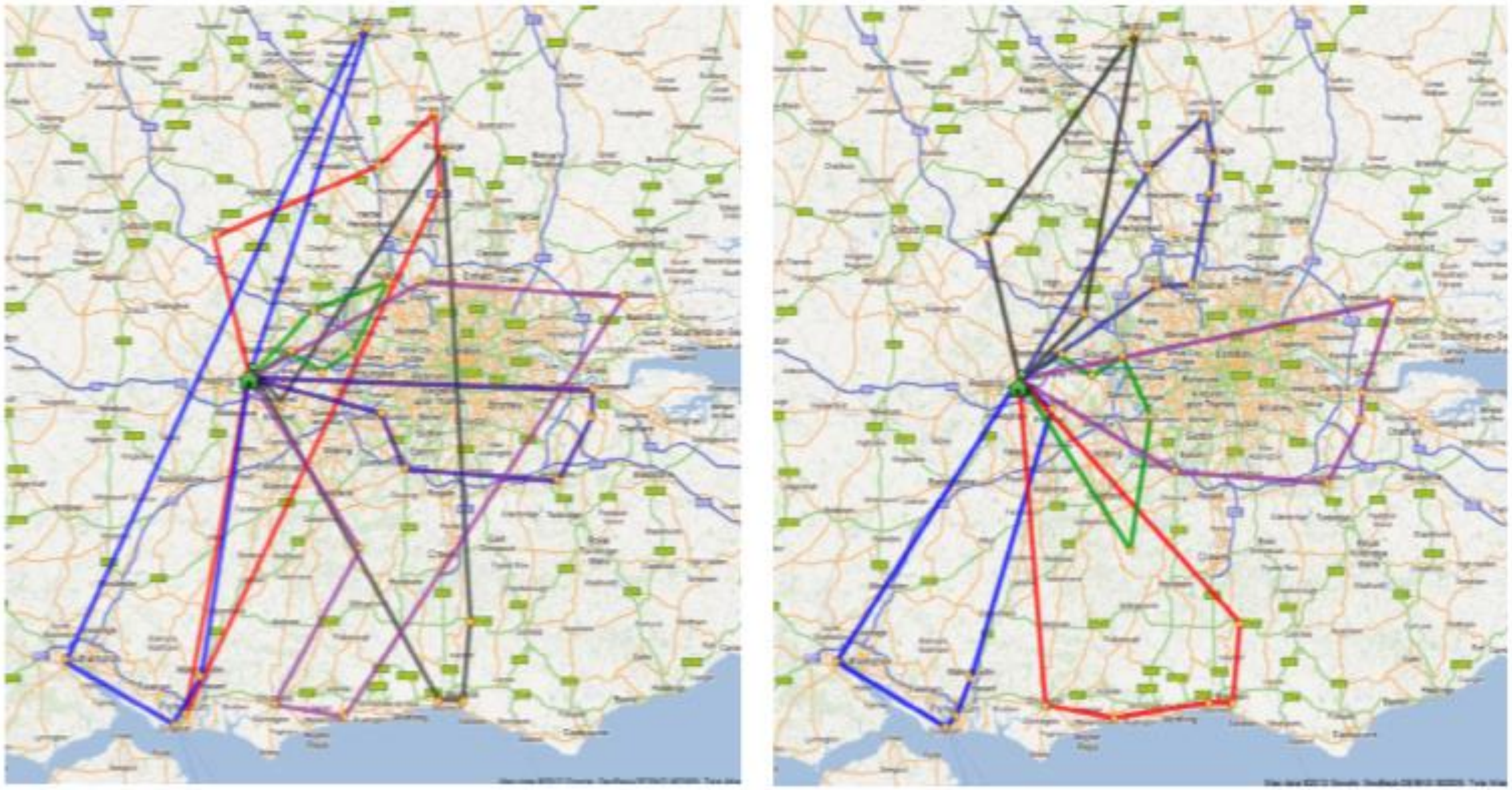


Two non-dominated solutions of 30-node instance.

	# Of routes	Total distance (kilometer)	Fuelconsumption (liter)	Operational time (hour)	CO_2e emissions (kilogram)	Fuel cost (£)	Driver cost (£)	Total cost (£)
Solution *A*	6	1621.7	321.57	21.16	1008.12	450.20	169.28	619.48
Solution *B*	6	1270.1	233.54	23.21	732.15	326.96	185.68	512.64

نتایج محاسباتی

پاسخ های نا مغلوب



(a) Solution A (b) Solution B

پیشنهادات

در این مقاله وسایل نقلیه یکسان در نظر گرفته شده اند به طوریکه ظرفیت تمام وسایل یکسان است.می توان مساله را با ظرفیتهای مختلف برای وسایل نقلیه مجددا حل کرد.

شلوغی و میزان ترافیک در مسیرها در نظر گرفته نشده اند.در حالی که ترافیک راهها تاثیر به سزایی در افزایش مدت زمان رانندگی و مصرف سوخت دارد.مساله جدیدی می تواند با در نطر گرفتن میزان ترافیک راهها ایجاد شود.

برای کمینه کردن هزینه ی سوخت لزومی ندارد که همه وسایل نقلیه دپو را ترک کنند.یعنی میتوان محدودیتی به صورت زیر درنظر گرفته شود.

$$\sum_{j \in N_0} x_{0j} \leq m$$

با سپاس از توجهتان