

# مدیریت و کنترل موجودی اقلام فاسد شدنی

استاد راهنما:

جناب آقای دکتر ستاک

گردآورندگان:

مهنوش سادات رشیدی گهر؛

شریف ایری؛

شروین کدخدا احمدی؛

متین حمیدی.

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

## فهرست مطالب

مدل EOQ با هزینه نگهداری  
غیرخطی - ویز

مدل های قطعی

مدل های مرور دائم

مطالعه موردی

تاریخچه

انواع موجودی ها

تعاریف

انواع کالاهای فساد پذیر

مدل پایه ای EOQ

# فهرست مطالب

مدل EOQ با هزینه نگهداری  
غیرخطی - ویز

مدل های قطعی

مدل های مرور دائم

مطالعه موردی

تاریخچه

انواع موجودی ها

تعاریف


انواع کالاهای فساد پذیر

مدل پایه ای EOQ

# تاریخچه

- ریشه‌ی تئوری موجودی در فرمول شناخته شده‌ی **EOQ** می‌باشد که اولین بار توسط **Ford Harris** حدود صد سال پیش مطرح گردید؛ [۱]
- به نظر می‌رسد که مدل **تک دوره‌ای روزنامه فروش** در شرایط عدم قطعیت، در دوران جنگ جهانی دوم توسعه یافته‌است. همچنین گمان می‌رود رویکرد پایه‌ای **تعدیل میانگین هزینه‌ها** در شرایط عدم قطعیت، برای اولین بار توسط **Edgeworth** در عملیات‌های بانکداری مطرح گردید. [۲]

## تاریخچه:

- تحقیقات به صورت جدی، پیرامون مدل‌های احتمالی موجودی، حوالی سال ۱۹۵۰ آغاز شد. اولین محققانی که یک تحلیل دقیق در رابطه با مسئله‌ی موجودی احتمالی چند دوره‌ای ارائه دادند، **Harris, Arrow** و **Marschak** بودند. [۳]
- تا اوایل دهه ۱۹۶۰  تمامی اقلام دارای طول عمر نامتناهی و کاربردپذیری (Utility) تغییر ناپذیر هستند.

## تاریخچه:

• حقیقت [redacted] انواع بسیاری از اقلام به اشتباه در این فرض قرار می‌گرفتند.

• این اقلام شامل:

- 1) اقلام فناپذیر (Decay) [redacted] الکل، نفت، نفتالین.
- 2) اقلام منسوخ شدنی (Obsolescence) [redacted] محصولات High-Tech.
- 3) اقلام فسادپذیر (Perishable) [redacted] میوه، سبزی، باتری و ... [4].

محور اصلی بحث:

اقلام فسادپذیر (Perishable)



# فهرست مطالب

مدل EOQ با هزینه نگهداری  
غیرخطی - ویز

تاریخچه

مدل های قطعی

انواع موجودی ها

مدل های مرور دائم

تعاریف

مطالعه موردی

انواع کالاهای فساد پذیر

مدل پایه ای EOQ

## انواع موجودی ها

❖ در بسیاری از مدل های موجودی در ادبیات موضوع فرض شده است که اقلام موجودی برای مدت زمان نامحدودی قابل ذخیره سازی میباشند در حالی که زوال امری است که در دنیای واقعی برای بسیاری از محصولات با گذشت زمان رخ می دهد و چنان چه نرخ زوال قابل چشم پوشی نباشد، لحاظ کردن آن در مدل سازی سیستم موجودی امری ضروری می باشد.

❖ به طور کلی **گویال و گیری** (۲۰۰۱) اقلام موجودی را در سه دسته تقسیم نموده اند :

1. **محصولات با طول عمر نا محدود:** عمده مدل های موجودی با این فرض که محصولات قابل ذخیره سازی برای مدت زمانی نا محدود می باشند، توسعه یافته اند.
2. **محصولات منسوخ شدنی:** که اشاره به اقلامی دارد که به دلیل تغییرات سریع تکنولوژی یا ظهور محصولات جدید توسط رقبا، با گذشت زمان ارزش خود را از دست می دهند. چنین کالاهایی پس از گذشت فصل فروش ان ها یا باید با قیمت بسیار پایین تر فروخته شده و یا به طور کلی از بین بروند. برای مثال قطعات یدکی هواپیماهای نظامی از جمله این کالا می باشد.
3. **محصولات زوال پذیر:** بسیاری از محصولات نظیر انواع مواد غذایی، دارویی، شیمیایی و خون و غیره در این دسته قرار می گیرند. در واقع زوال به انواع آسیب دیدگی، ضایعات، خشک شدن و یا تبخیر اشاره دارد.

❖ هم چنین **رافت** (۱۹۹۱) بر اساس ارزش زمانی، موجودی ها را به سه دسته زیر تقسیم بندی کرده است:

1. **ارزش ثابت:** در این حالت محصول با گذشت زمان تغییری نمی کند که از این جمله محصولات می توان به بعضی داروهای مایع اشاره کرد.
2. **ارزش افزایشی:** در این حالت ارزش محصول با گذشت زمان افزایش می یابد مانند برخی از ترشیجات و سرکه.
3. **ارزش کاهششی:** در این حالت ارزش محصول با گذشت زمان کاهش می یابد مانند میوه و سبزیجات، و یا بسیاری از انواع مواد غذایی.

به طور کلی می توان گفت محصولات زوال پذیر از نقطه نظر ارزش زمانی موجودی در دسته سوم، موجودی های با ارزش کاهششی، قرار می گیرند.

## فهرست مطالب

مدل EOQ با هزینه نگهداری  
غیرخطی - ویز

مدل های قطعی

مدل های مرور دائم

مطالعه موردی

تاریخچه

انواع موجودی ها

تعاریف

انواع کالاهای فساد پذیر

مدل پایه ای EOQ

# تعاریف

موجودی فسادپذیر:

❖ به کالایی گفته می‌شود که تا سررسید تاریخ انقضاء مربوط به خود، دارای کاربردپذیری ثابت و یکسانی است.

✓ تاریخ انقضاء ممکن است قطعی یا غیر قطعی باشد؛

✓ در سررسید تاریخ انقضاء، کاربردپذیری (Utility) کالا به صفر می‌رسد. [4]

## • زوال :

- ❖ زوال به انواع آسیب‌دیدگی، ضایعات، خشک شدن و یا تبخیر اشاره دارد.
- ❖ زوال به این معناست که کالا از عملکرد مورد انتظار خود انحراف داشته باشد.
- ❖ قیر و اشرادر (۱۹۶۳) زوال‌پذیری موجودی را در سه دسته طبقه‌بندی کرده‌اند:

1. فساد مستقیم مانند سبزیجات، میوه و سایر محصولات غذایی
  2. تهی شدن فیزیکی مانند گازوییل و الکل
  3. نقص فیزیکی مانند کاهش اثربخشی و کیفیت در لوازم الکترونیکی و محصولات دارویی
- زوال به صورت فسادپذیری، آسیب‌دیدگی، ضایعات، تبخیر، منسوخ شدن، کاهش مطلوبیت یا از بین رفتن سود حاشیه‌ای یک کالا که منجر به کاهش اثربخشی آن می‌شود، تعریف می‌گردد.

## تاریخ انقضا:

❖ زمانی که تا قبل از ان مصرف محصول مجاز و پس از آن مصرف آن غیر مجاز می‌باشد. شایان ذکر است که عموماً تاریخ انقضا قبل از سررسید دوره عمر محصول ( و نه دقیقاً منطبق با آن ) منظور می‌گردد.



## فهرست مطالب

مدل EOQ با هزینه نگهداری  
غیرخطی - ویز

مدل های قطعی

مدل های مرور دائم

مطالعه موردی

تاریخچه

انواع موجودی ها

تعاریف

انواع کالاهای فساد پذیر

مدل پایه ای EOQ

## • انواع کالای فسادپذیر: [4]

### ❖ کالای فاسدشدنی آنی:

به محض اینکه کالا وارد سیستم می‌شود، فاسد شدن آن آغاز می‌گردد؛

### ❖ کالای فاسدشدنی غیر آنی:

کالایی که دوره فاسد شدن آن بعد از زمان مشخصی آغاز می‌شود.

## مثال:

- بسیاری از انواع غذاهای بسته‌بندی شده، مانند: شیر، پنیر، گوشت‌های فراوری شده و محصولات کنسرو شده؛
- تقریباً تمامی داروها و فیلم‌های عکاسی؛
- موضوع جدید و به روز تحقیقاتی ██████████ مدیریت بانک خون. [4]

## یه توضیح کوچیک:

به طور عادی، خون دارای طول عمری ۲۱ روزه است و بعد از این مدت- به علت به وجود آمدن

آلاینده‌ها- غیرقابل استفاده بوده و باید دورریز شود. [۴]

## سوال:

مد نظر قرار دادن تعداد بسیار بالای اقلام فسادپذیر؛

چرا این قبیل مسائل مهم برای مدت بسیار طولانی نادیده گرفته شده بودند؟



جواب:



تحلیل این قبیل مسائل دشوار است،  
و هزینه زمانی و محاسباتی بالایی دارد.

## مقدمات:

- **Pete Veinott** در اوایل دهه ۱۹۶۰، تز دکتری خود را پیرامون مدل‌های قطعی مختلفی برای سفارش و توزیع اقلام فسادپذیر نوشت. [۵]
- فعالیت مهم **Van Zyl** در سال ۱۹۶۴ بر روی یک مورد با طول عمر دو دوره‌ای و با تقاضای غیرقطعی تا مدت‌ها ناشناخته باقی ماند. [۶,۷]

## فهرست مطالب

مدل EOQ با هزینه نگهداری  
غیرخطی - ویز

تاریخچه

مدل های قطعی

انواع موجودی ها

مدل های مرور دائم

تعاریف

مطالعه موردی

انواع کالاهای فساد پذیر

مدل پایه ای EOQ



## شروع مدل سازی:

• سیستم با تقاضای قطعی:

✓ نرخ تقاضا:  $D$ ؛

✓ هزینه ثابت سفارش دهی:  $A$ ؛

✓ هزینه نگهداری در واحد زمان:  $h$ .



# مدل پایه ای EOQ

$$Q^* = \sqrt{\frac{2DA}{h}}$$

$$T^* = \frac{Q^*}{D}$$

زمان بهینه صدور سفارش:

## لحاظ کردن محدودیت طول عمر:

- طول عمر مفید اقلام را با **m** نمایش می‌دهیم؛

- اقلام ورودی به سیستم تازه (جدید) هستند. اصطلاحاً در ابتدای بازه تنزیل عمر مفید قرار دارند؛

لحاظ کردن محدودیت طول عمر:

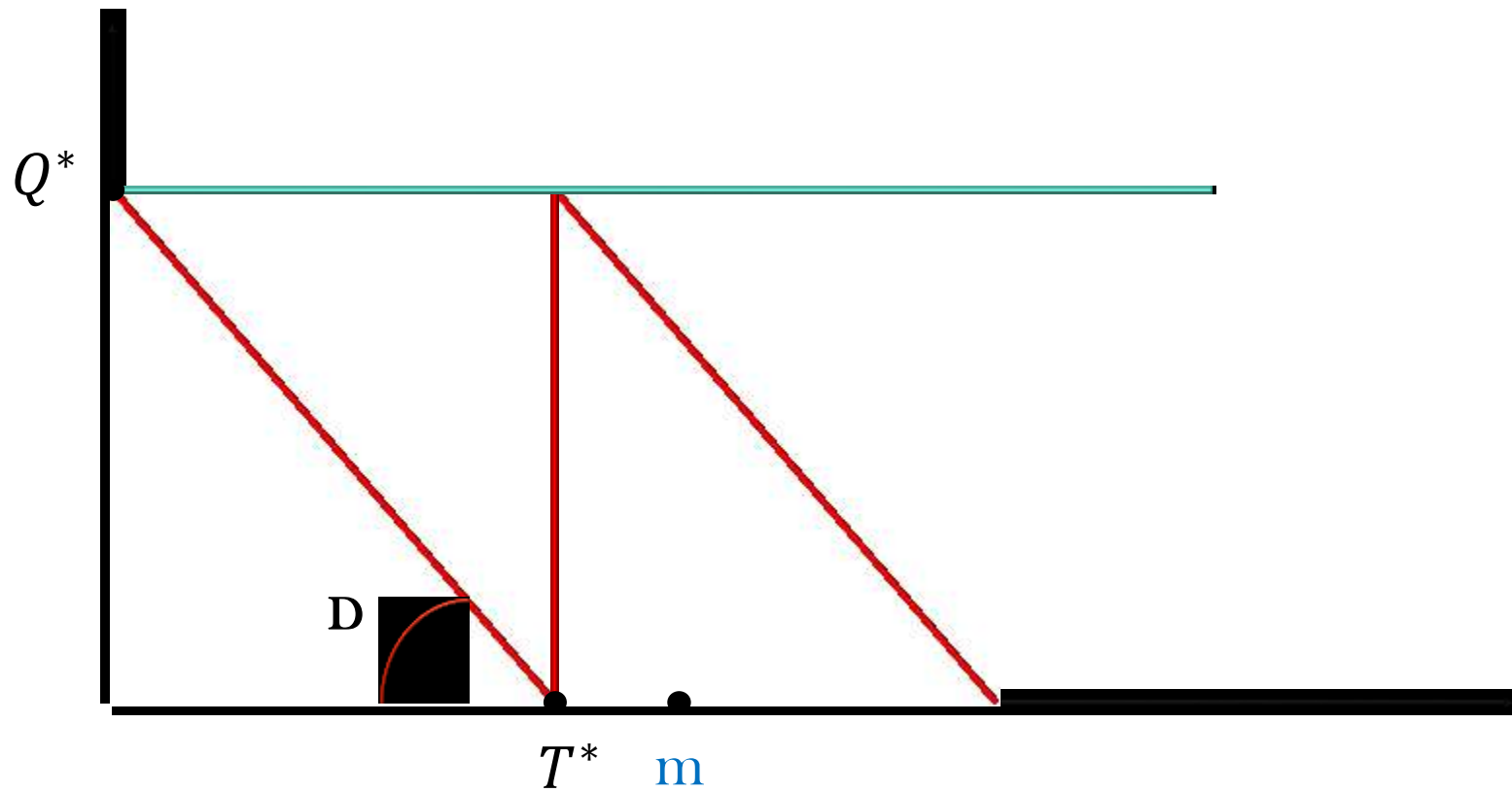
• حال با دو حالت مختلف مواجه خواهیم بود:

$$\text{الف) } T^* \leq m$$

$$\text{ب) } T^* > m$$

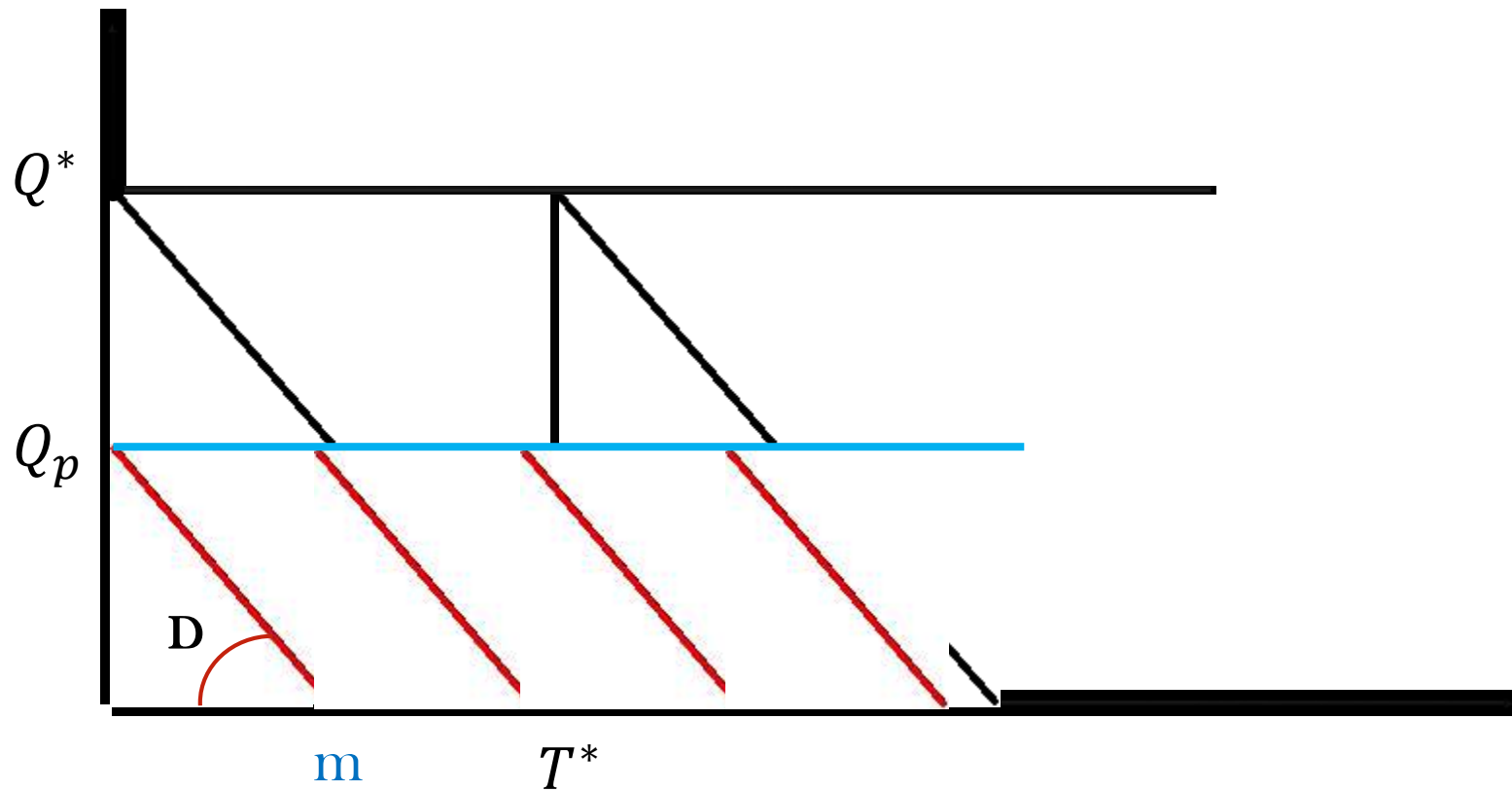
لحاظ کردن محدودیت طول عمر:

$$\text{الف) } T^* \leq m$$



لحاظ کردن محدودیت طول عمر:

(ب)  $T^* > m$ :



## فهرست مطالب

مدل EOQ با هزینه نگهداری  
غیرخطی - ویز

تاریخچه

مدل های قطعی

انواع موجودی ها

مدل های مرور دائم

تعاریف

مطالعه موردی

انواع کالاهای فساد پذیر

مدل پایه ای EOQ

## مدل EOQ-با هزینه غیر خطی

❖ در این مدل به جای در نظر گرفتن نرخ زوال برای محصولات، نرخ هزینه نگهداری در واحد زمان برای واحد موجودی غیر خطی و صعودی فرض گردیده است. در نتیجه، این مدل بیشتر برای محصولات زوال پذیر از نوع **فسادپذیر** که دارای ماکزیمم زمان مصرف می باشند، کاربرد دارد. **نماد های** مورد استفاده در این بخش عبارتند از:

- $D$ : تابع نرخ تقاضا
- $\theta$ : تابع نرخ زوال
- $C$ : هزینه هر واحد موجودی زوال یافته
- $T$ : طول دوره بازپرسی
- $Q$ : مقدار سفارش در هر دوره
- $I(t)$ : تابع موجودی در دست
- $h$ : نرخ هزینه نگهداری یک واحد موجودی در واحد زمان
- $O$ : هزینه ثابت هر بار بازپرسی



## فرضیات مدل سازی:

- نرخ تقاضا ( $D$ ) ثابت می باشد.
- هزینه هر بار سفارش دهی ثابت می باشد.
- هزینه نگهداری یک واحد محصول که  $t$  واحد زمان نگهداری می شود (هزینه نگهداری تجمعی) از رابطه
- $ht^\gamma$  ( $\gamma \geq 1, h > 0$ ) پیروی می کند.
- زمان تحویل برابر صفر می باشد.
- کمبود مجاز نیست.

ان جا که  $ht^\gamma = \int h^\gamma t^{\gamma-1}$  ، بنابراین  $I(t)$  اگر نشان دهنده سطح موجودی در لحظه باشد، هزینه نگهداری در یک دوره بازپرسی از طریق زیر قابل محاسبه می باشد :

$$H = \int_0^{\frac{Q}{D}} h^\gamma t^{\gamma-1} I(t) dt = \int_0^{\frac{Q}{D}} h^\gamma t^{\gamma-1} (Q - Dt) dt = \frac{hQ^{\gamma+1}}{(\gamma+1)D}$$

بنابراین متوسط هزینه کل شامل هزینه نگهداری و سفارش دهی از رابطه زیر بدست می آید:

$$\min_{Q>0} TC = \frac{D}{Q} \left( \frac{hQ^{\gamma+1}}{(\gamma+1)D^\gamma} + 0 \right)$$

از آن جا که  $T = C/d Q^2 < 0$  مقدار بهینه مقدار سفارش از رابطه زیر بدست آمده است:

$$\frac{dTC}{dQ} = 0 \Rightarrow Q^* = \sqrt{\frac{D \cdot O}{h(\gamma + 1)}}$$

واضح است در رابطه فوق چنانچه قرار دهیم  $\gamma = 1$  فرمول ویلسون نتیجه می شود.

## فهرست مطالب

مدل EOQ با هزینه نگهداری  
غیرخطی - ویز

مدل های قطعی

مدل های مرور دائم

مطالعه موردی

تاریخچه

انواع موجودی ها

تعاریف

انواع کالاهای فساد پذیر

مدل پایه ای EOQ

# مدل های قطعی:

1. مدل پایه ای برای مقدار سفارش اقتصادی به همراه فسادپذیری

2. مدل قطعی پویا به همراه فسادپذیری

3. مدل های مقدار سفارش اقتصادی در حالت زوال پذیری

## مدل پایه ای برای مقدار سفارش اقتصادی به همراه فسادپذیری

□ مدل پایه ای برای مقدار سفارش اقتصادی :

فرضیات : تقاضا =  $D$  , هزینه سفارش دهی =  $A$  , هزینه نگهداری =  $h$

سیاست بهینه سفارش دهی به این صورت خواهد بود که به اندازه  $Q^*$  در پریودهای  $T$  سفارش می دهیم  $Q^* = \sqrt{\frac{2DA}{h}}$

که  $\frac{Q^*}{D} = T$  است با این فرض که طول عمر اقلام بی نهایت است.

□ حال اگر کالاها طول عمر محدود با مقدار ثابت  $m$  داشته باشند سیاست بهینه سفارش دهی به این صورت خواهد بود که ابتدا  $Q^*$  را محاسبه کرده سپس  $T$  را بدست می آوریم حال اگر  $m > T$  باشد مقدار بهینه برابر  $Q^*$  و پریود  $T$  خواهد بود اما اگر  $m < T$  باشد مقدار بهینه برابر خواهد بود  $\text{Min}\{Q^*, mD\}$

perishable inventory systems-Steven Nahmias-springer-,pages ۴۹,۵۰

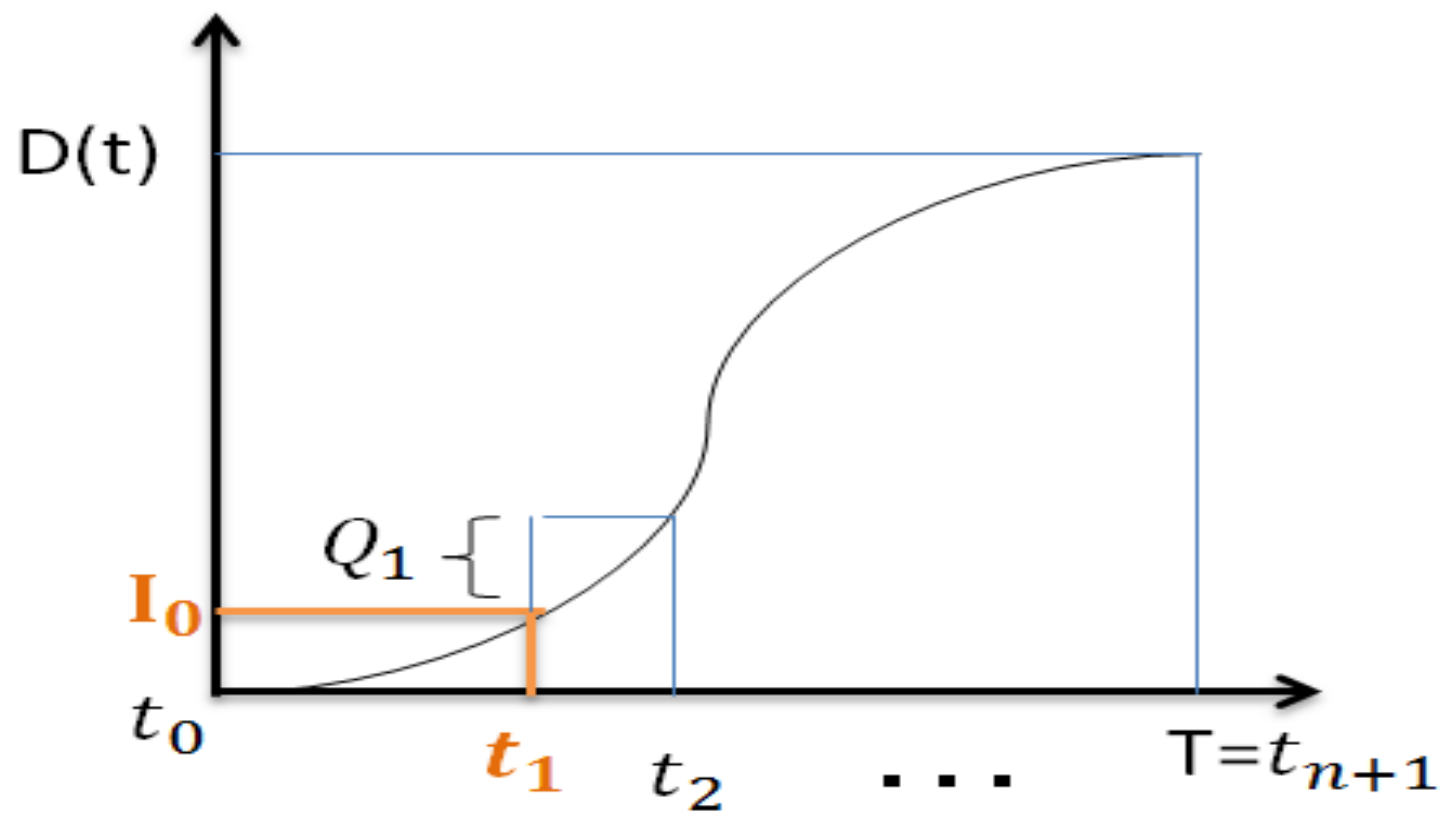
# مدل قطعی پویا به همراه فسادپذیری

## فرضیات :

- مدل قطعی و پویا است .
- کالاها در زمان سررسید تاریخ انقضا ( $m$ ) فاسد می شوند .
- تابع انباشته تقاضا معلوم و پیوسته است.
- $I_0$  نیز باید به گونه ای باشد که  $t_1$  بدست آمده از رابطه  $D(t_1) = I_0$  کوچکتر از  $m$  باشد در غیر اینصورت  $t_1$  را برابر  $m$  در نظر می گیریم.
- افق برنامه ریزی برابر  $T$  است.
- حداقل برای  $n = \lceil \frac{T}{m} \rceil$  دوره قابل برنامه ریزی خواهد بود.
- تابع هزینه برابر  $K_n = nA + c(D(T) - I_0) + H_n$  است.



انباشت تقاضا  $D$



# گام های برنامه ریزی

**گام اول:** عددی برای  $n$  انتخاب کنید. حداقل  $n$  برابر  $\left[\frac{T}{m}\right]$  است.

**گام دوم:** برای  $n$  انتخاب شده، مقادیر  $t_2^* \dots t_{n+1}^*$  را محاسبه کنید.

$t_1$  از رابطه  $D(t_1) = I_0$  بدست می آید.  $t_2$  را به دلخواه و کوچکتر

از  $m$  انتخاب می کنیم سپس با استفاده از رابطه:

$$D(t_{j+1}) = D(t_j) + D'(t_j) \cdot (t_j - t_{j-1})$$

$t_3$  تا  $t_{n+1}$  را تعیین می کنیم، هرگاه  $t_i$  بزرگتر از  $m$  بدست آمد مقدار آن

را برابر  $m$  قرار می دهیم احتمالاً  $t_{n+1}$  محاسبه شده برابر  $T$  نخواهد شد؛

در این صورت  $t_2$  را تغییر داده و این کار را مجدداً تکرار می کنیم،

تا جایی که بالاخره  $t_{n+1}$  برابر با  $T$  شود. وقتی  $T$  برابر  $t_{n+1}$  شد،  $t$  ها را  $*$  می نامیم.

گام سوم :  $k_n$  را محاسبه می کنیم.

گام چهارم :  $n$  را تغییر داده و گام های فوق را تکرار می کنیم و بالاخره  $k_n^*$  مینیمم  $k_n$  های

محاسبه شده قرار می دهیم.

## موجودی های زوال پذیر

زوال پذیری (decay) به طور اساسی با فسادپذیری با طول عمر ثابت فرق دارد. معنی زوالپذیری به اینصورت است که مقدار کاهش موجودی تابعی از مقدار موجودی در دست است یا به طور ساده تر موجودی در دست با پیروی از تابعی که اصولاً نمایی هستند کاهش میابد مانند نگه داری الکل یا بنزین که مقدارشان با گذشت زمان کاهش میابد به اینصورت که نرخ ثابتی از موجودی کالا در واحدی از زمان از بین می رود.

## مدل های مقدار سفارش اقتصادی در حالت زوال پذیری

❖ سیستمی را در نظر بگیرید که در آن نرخ زوال  $\theta$  واحد بر واحد زمان باشد و  $I(t)$  نشان دهنده ی موجودی در دست باشد که مطابق با یک تابع نمایی کاهش میابد داریم :

$$I(t+dt) = I(t) e^{-\theta dt}$$

❖ پس در طول بازه ی زمانی  $dt$  تغییرات موجودی به صورت زیر خواهد بود :

$$I(t) - I(t+dt) = I(t)(1 - e^{-\theta dt})$$

❖ حال فرض کنید تقاضا تابعی از زمان و پیوسته باشد در اینصورت داریم :

$$dI(t) = -I(t)(1 - e^{-\theta dt}) - D(t)dt$$

$$\frac{dI(t)}{dt} = -\theta I(t) - D(t) \quad \text{پس} \quad e^{-\theta dt} \approx 1 - \theta dt \quad \text{از طرفی}$$

❖ با فرض اینکه  $D(t)=D$  و با حل معادله دیفرانسیلی قبل، تابع موجودی در دست بدست می آید.

$$I(t) = e^{-\theta t} - Dt + Q$$

❖ حال با نوشتن تابع هزینه و تقریب بخش نمایی با استفاده سری تیلور که به صورت زیر است :

$$e^{-\theta t} \approx 1 - \theta t + \theta^2 t^2 / 2$$

❖ و مشتق گرفتن از تابع هزینه نسبت به  $T$  به معادله ای برای  $T$  می رسیم :

$$T = \sqrt{\frac{A}{\frac{D\theta c}{2} + Dhc + Dhc\theta T}}$$

❖ معادله بالا درجه ۳ است و با داشتن مقدار پارامترها،  $T$  به راحتی به وسیله متلب قابل محاسبه است. و در آخر به وسیله معادله

$$Q^* = DT^* + \frac{D\theta T^{*2}}{2}$$

perishable inventory systems-Sтивен Nahmias-springer-,pages55-57

## فهرست مطالب

مدل EOQ با هزینه نگهداری  
غیرخطی - ویز

مدل های قطعی

مدل های مرور دائم

مطالعه موردی

تاریخچه

انواع موجودی ها

تعاریف

انواع کالاهای فساد پذیر

مدل پایه ای EOQ

# مدل های کنترل موجودی مرور دائم برای اقلام فاسد شدنی

□ اهمیت نگهداری موجودی در سیستمهای تولید و فروش و بالا بودن هزینه های ناشی از نگهداری موجودیها، اعم از مواد اولیه، قطعات نیمه ساخته و یا محصول نهایی باعث گردیده تعداد زیادی از محققان به بررسی و آنالیز مدلهای گوناگون کنترل موجودی و تولید بپردازند. معمولاً در این بررسی ها سیستم موجودی بدون در نظر گیری اثرات فساد پذیری کالا تحلیل می شود، اما چنانچه نرخ فاسد شدن قابل توجه باشد نمی توان از اثرات آن بر مدل چشم پوشی کرد.

□ خط مشی مرور دائم یکی از مدل های کنترل موجودی می باشد که میزان موجودی مواد (وضعیت سیستم موجودی) به طور پیوسته مرور می گردد و چنان چه میزان موجودی کمتر یا برابر حد خاصی (نقطه سفارش دهی) که با  $r$  نشان داده می شود باشد آنگاه میزان ثابت  $(Q)$  سفارش داده می شود.



این خط مشی با نام های **خط مشی مرور دائم**، (F.O.S)، مقدار ثابت سفارش، نقطه سفارش و (r , Q) شناخته می شود.

جالب است بدانید که به دلیل پیچیدگی، تحقیقات نسبتاً کمی در این زمینه در مقایسه با سایر موضوع های کنترل موجودی انجام شده است، و سختی مسئله بعد از پیدا شدن مدت زمان تحویل سفارش چند برابر می شود. و یکی از راه حل های این مسئله **صفر در نظر گرفتن مدت زمان سفارش** است. یعنی سفارش بلافاصله بعد از سفارش دادن، به دست ما می رسد. که اکثر مقاله های کار شده در زمینه خط مشی مرور دائم با فرض صفر بودن مدت زمان سفارش به بررسی خود پرداخته اند. اما در عمل این کار واقع گرایانه نیست و کاربرد عملی کمی دارد!!!

□ به دلیل اهمیت مدت زمان سفارش و تاثیر آن بر نحوه عملکرد مدل، مسئله خط مشی مرور دائم را بر اساس مدت زمان سفارش به دو زیر مجموعه تقسیم می کنیم:

➤ ۱- خط مشی مرور دائم اقلام فساد پذیر با صفر در نظر گرفتن مدت زمان سفارش

Continuous Review Models with Zero Lead Time

➤ ۲- خط مشی مرور دائم اقلام فساد پذیر با در نظر گرفتن مدت زمان سفارش

Continuous Review Models with Positive Lead Time

# بررسی یکی از مدل های کنترل موجودی خط مشی دائم با در نظر گرفتن مدت زمان سفارش

فرضیات مساله مورد نظر عبارتند از:

- ❖ نرخ تقاضا در واحد زمان از تابع توزیع یک نواخت بین  $a$  و  $b$  پیروی می کند.
- ❖ فاسد شدن اقلام بلافاصله بعد از وارد شدن آنها به سیستم شروع می شود.
- ❖ نرخ فاسد شدن ثابت و برابر  $\theta$  است.
- ❖ جایگزین نمودن و یا تعمیر اقلام فاسد شده مجاز نمی باشد.
- ❖ مدت زمان تحویل به صورت قطعی و ثابت می باشد.
- ❖ کمبود کالا مجز نمی باشد.

□ از نماد های زیر برای تشریح و حل مدل استفاده شده است:

- $t$  : شاخص زمان
- $X$  : نرخ تقاضا در واحد زمان
- $\theta$  : نرخ ثابت زوال
- $Q$  : اندازه انباشته اقتصادی
- $L$  : مدت زمان تحویل
- $Tx$  : طول دوره به ازای نرخ تقاضای  $X$ ، که از زمانی که سطح موجودی برابر با  $r$  است شروع شده و تا زمانی که دوباره سطح انبار به  $r$  برسد ادامه می یابد.

ادامه نماد ها : □

•  $F(x)$  : تابع چگالی نرخ تقاضا است که از تابع توزیع یکنواخت بین  $a$  و  $b$  پیروی می کند به طوری که :

$$f(x) = \frac{1}{b-a} \quad a < x < b$$

•  $r$  : سطح سفارش دهی

•  $A$  : هزینه ثابت سفارش دهی در هر دوره

•  $C_h$  : هزینه نگهداری هر واحد کالا در واحد زمان

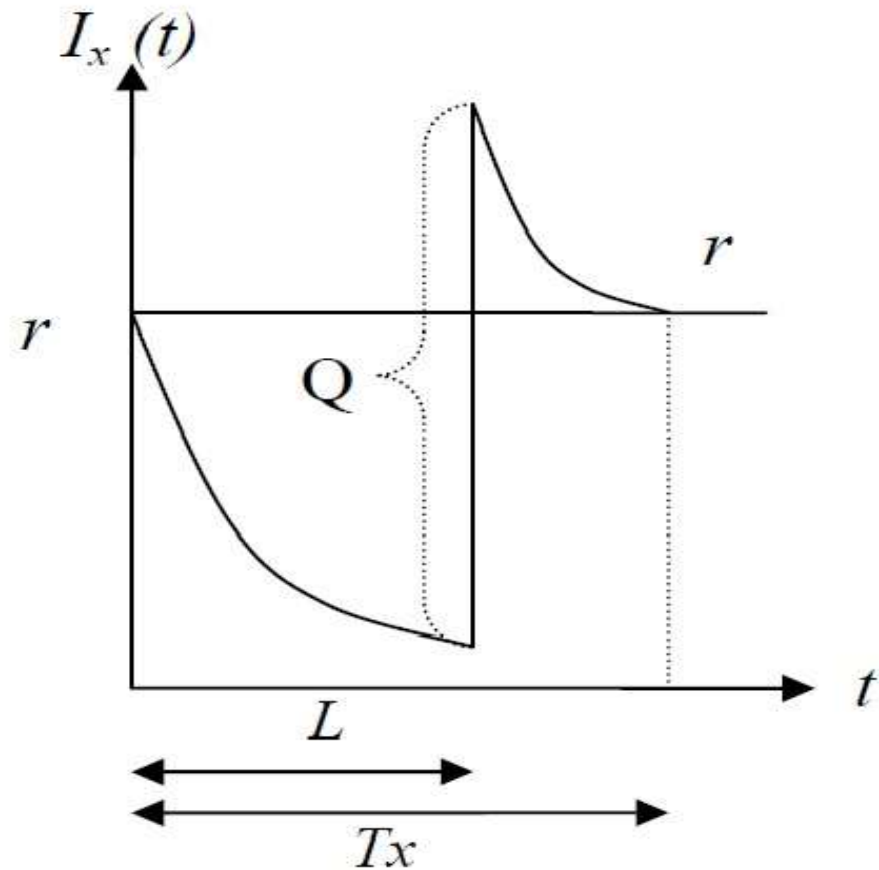
•  $C_d$  : هزینه فاسد شدن واحد کالا

•  $C_e$  : هزینه کاهش مدت زمان تحویل به ازای هر واحد زمانی

•  $I_x(t)$  : سطح موجودی در زمان  $t$  به ازای نرخ تقاضای  $x$

•  $P_x$  : مقدار کالایی که در طول دوره فاسد می شود

□ با در نظر گیری این سیاست و با توجه به اینکه تقاضا احتمالی می باشد ممکن است که سطح موجودی بعد از رسیدن سفارش پایین تر از نقطه سفارش دهی شود. برای غلبه بر این مشکل دو راه حل پیشنهاد می شود:



1. با صرف هزینه ثابتی سفارشی که در راه است به صورت آنی وارد انبار شود.

2. اگر احتمال این اتفاق کم باشد، می توان از آن صرف نظر کرد.

شکل ۱: تغییرات سطح موجودی نسبت به زمان.

- در زمان  $t=0$  مقدار  $Q$  واحد سفارش داده می شود و فرض شده که سطح موجودی در آن لحظه  $r$  می باشد. سپس بعد از مدت زمان  $L$ ، سفارش وارد انبار می شود و تا زمان  $Tx$  که طول دوره می باشد سطح آن مجدداً به  $r$  می رسد. در نتیجه معادلات دیفرانسیل برای زمان  $0 \leq t < L$  به صورت زیر می شود:

$$\frac{dI_x(t)}{dt} + \theta I(t) = -x$$

- با داشتن این که موجودی در ابتدای دوره برابر صفر هست و حل معادله فوق داریم:

$$I_x(t) = \left(r + \frac{x}{\theta}\right)e^{-\theta t} - \frac{x}{\theta}$$

- از آنجایی که در این مدل کمبود مجاز نمی باشد در نتیجه سطح موجودی در زمان قبل از رسیدن سفارش می بایست مقداری مثبت باشد:

$$I_x(L^-) \geq 0$$

- و با توجه به شرط فوق داریم:

$$\left(r + \frac{x}{\theta}\right)e^{-\theta L} - \frac{x}{\theta} \geq 0$$

و یا

$$r \geq \frac{x}{\theta}(e^{\theta L} - 1)$$



- با توجه به این که حداکثر مقدار  $x$  برابر  $b$  می باشد، مقدار  $r$  برای جلوگیری از رخ دادن کمبود در مدت زمان تحویل برابر است با:

$$r = \frac{b}{\theta}(e^{\theta L} - 1)$$

- همچنین مقدار سطح موجودی در بازه  $L \leq t < T_x$  به صورت زیر در می آید:

$$I_x(t) = \left(r + \frac{x}{\theta} + Qe^{\theta L}\right)e^{-\theta t} - \frac{x}{\theta}$$

$$L \leq t \leq T_x$$

- با توجه به این که در زمان TX سطح موجودی به مقدار r رسیده است، می توان مقدار T به ازای X را به دست آورد:

$$T_x = \frac{1}{\theta} \ln \frac{r + \frac{x}{\theta} + Qe^{\theta L}}{r + \frac{x}{\theta}}$$

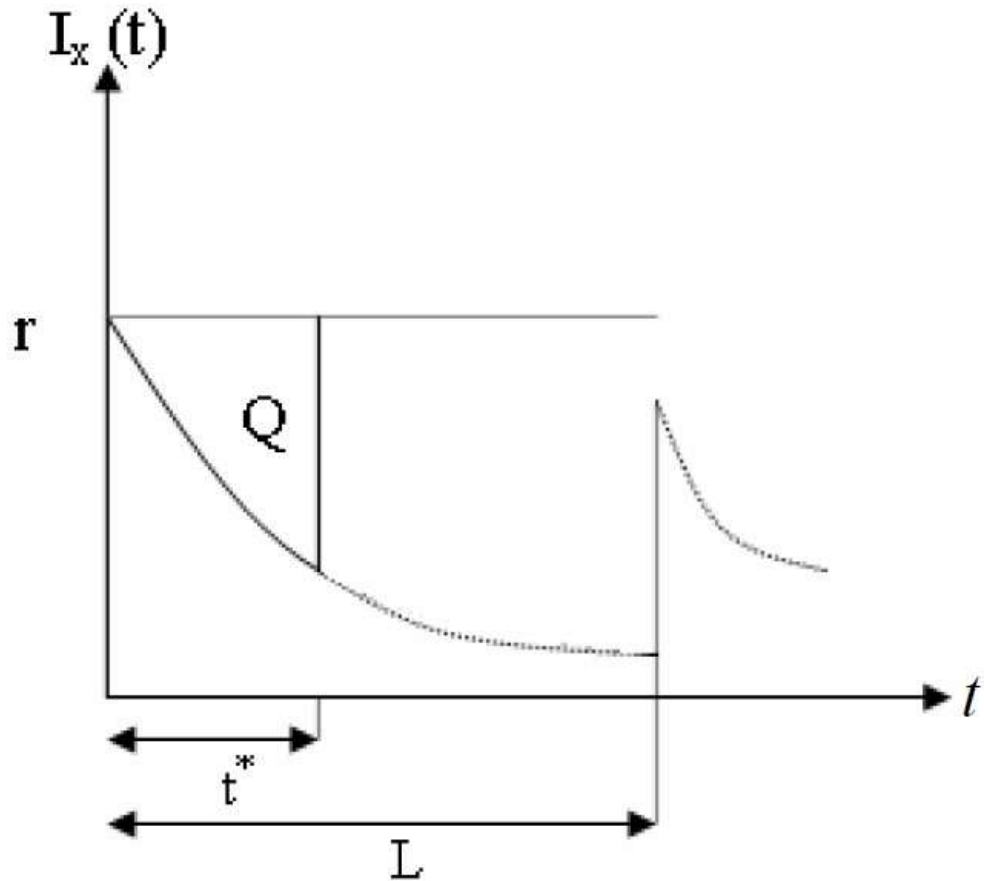
## اما بررسی یک مشکل در مدل

- اگر مقدار سطح موجودی بعد از رسیدن سفارش کمتر از  $r$  باشد روابط زیر برقرار خواهد بود:

$$\left(r + \frac{x}{\theta}\right)e^{-\theta t} - \frac{x}{\theta} + Q - r \leq 0$$

$$\text{or } x > -r - \frac{Q\theta}{e^{-\theta L} - 1}$$

- برای جلوگیری از کمتر شدن سطح موجودی از  $r$  هزینه تسریع در ارسال سفارش به ازای هر واحد زمانی صرف می شود تا سفارش زودتر از زمان  $L$  وارد انبار شود.



شکل ۲: تغییرات سطح موجودی نسبت به زمان در هنگام تسریع سفارش.

• حداقل مقدار زمان تسریع برابر زمانی است که سطح موجودی به اضافه سفارش در راه برابر با  $r$  شود:

$$\left(r + \frac{x}{\theta}\right)e^{-\theta t} - \frac{x}{\theta} + Q - r = 0$$

$$\text{or } t^* = \frac{1}{\theta} \ln\left(\frac{r + \frac{x}{\theta}}{r - Q + \frac{x}{\theta}}\right)$$

• در این حالت روند تغییرات سطح موجودی در انبار مطابق با خطوط پر در شکل ۲ خواهد بود. بنابراین از آنجایی که سطح موجودی در زمان  $t^*$  مجدداً برابر با  $r$  شده است، زمان سیکل برابر با خواهد بود و در این زمان دوباره به مقدار  $Q$  واحد سفارش می دهیم. با کمک نتایج به دست آمده تا این مرحله می توان به ساخت تابع هزینه اقدام کرد.

## فهرست مطالب

مدل EOQ با هزینه نگهداری  
غیرخطی - ویز

تاریخچه

مدل های قطعی

انواع موجودی ها

مدل های مرور دائم

تعاریف

مطالعه موردی

انواع کالاهای فساد پذیر

مدل پایه ای EOQ

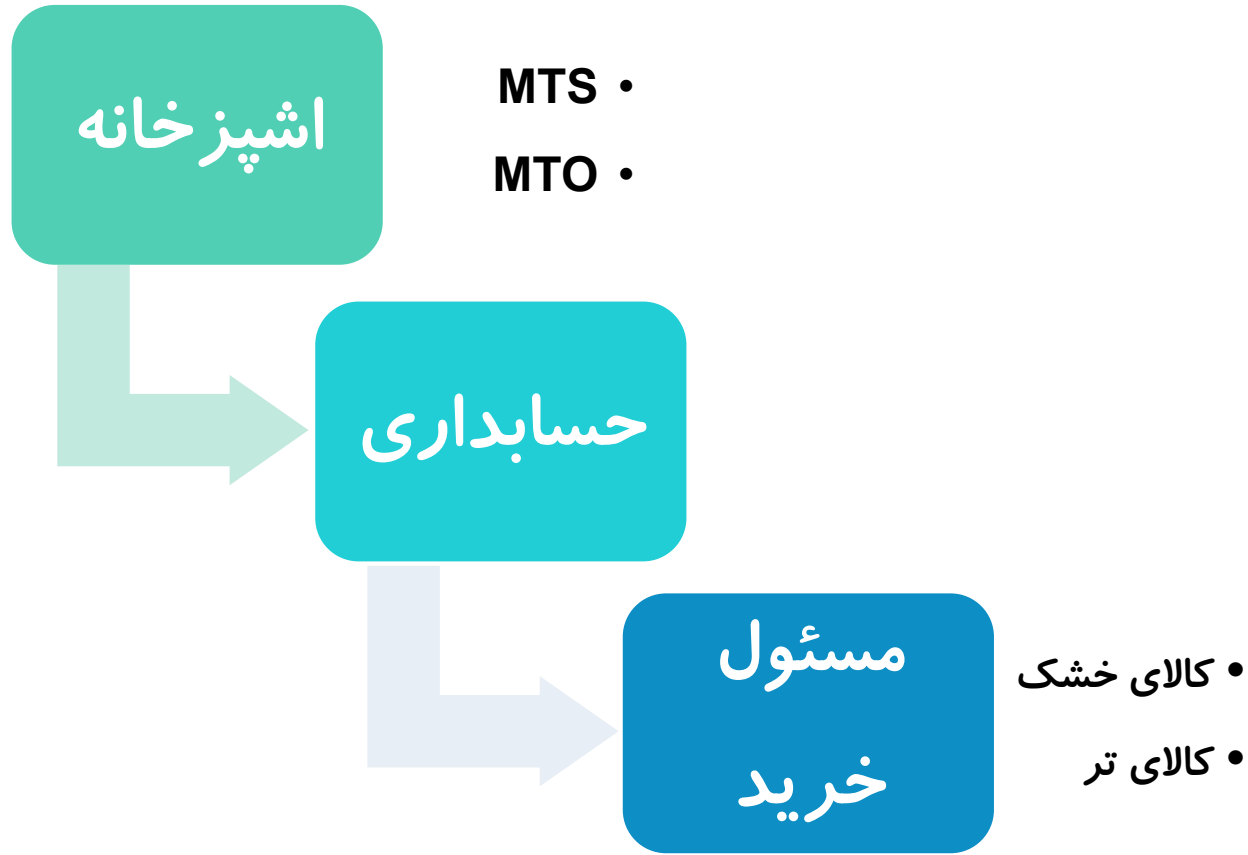
# معرفی موضوع:

اهمیت موجودی ← موجودی فساد پذیر

مشکل چیست؟

# جمع آوری اطلاعات:

❖ پروسه کار



# تحلیل:

سیستم سفارش ← سیستم تصمیم گیری فردی (سراشپز)



معایب سیستم تصمیم گیری فردی





# ارائه راه حل:

- بررسی روزانه سطح موجودی و به روز رسانی لیست موجودی
- وضعیت کنونی: سفارش کالا برحسب پیش بینی تقاضا

سیستم	زمان سفارش	مقدار سفارش	توضیحات
سیستم موجود	نزدیک زمان انقضای مواد	مقدار پیش بینی ۴ روز را پوشش دهد	بررسی روزانه سطح موجودی، سفارش بر اساس نظر سراسر
مرور دوره ای	بر حسب زمان دوره	$Q_p = S - IP$	بررسی روزانه سطح موجودی و رساندن آن به نقطه S
مرور دائم	رسیدن سطح موجودی به نقطه سفارش	Q	بررسی روزانه سطح موجودی و سفارش در زمان رسیدن سطح موجودی به نقطه سفارش یا زیر آن

# سیستم موجود:

سیستم	زمان سفارش	مقدار سفارش	توضیحات
سیستم موجود	نزدیک زمان انقضای مواد	مقدار پیش بینی ۴روز را پوشش دهد	بررسی روزانه سطح موجودی، سفارش بر اساس نظر سرانسیز

# هزینه سیستم:

عدم وجود هزینه فروش از دست رفته به دلیل عدم محاسبه تعداد ان توسط رستوران

Material	A	H	C	A سالانه	H سالانه	C سالانه	W
Tenderloin	15000	۱۴۴۰۰	۲۰۰۰	۷۷۳۰۰۰۰	۴۸۳۲۸۸۰	۶۰۳۲۸۸۰۰	۷۸۶۵۴۴۰
Ribs	15000	۹۰۰۰	۴۵۰۰۰	۹۲۷۵۰۰۰	۶۹۶۷۳۰۰	۸۲۶۷۳۰۰۰	۶۰۹۰۵۵۰
Salmon	17500	۲۶۴۰۰	۱۳۲۰۰۰	۷۲۹۷۵۰۰	۴۲۵۲۸۱۶	۵۷۶۲۸۱۶۰	۹۸۴۰۷۶۰
Oxtail	۱۵۰۰۰	۸۰۰۰	۴۰۰۰۰	۸۰۹۰۰۰۰	۵۴۸۱۲۰۰	۵۹۸۱۲۰۰۰	۵۸۸۲۰۰۰
Chiken	۱۰۰۰۰	۵۰۰۰	۲۴۰۰۰	۶۴۸۰۰۰۰	۳۵۲۹۸۵۰	۴۲۰۴۶۵۶۰	۴۷۳۲۵۶۰
Total				۳۸۸۷۲۵۰۰	۲۵۰۶۴۰۴۶	۳۰۲۴۸۸۵۲۰	۳۴۴۱۱۳۱۰
			Total cost	۴۰۰,۸۳۶,۳۷۶			

# سیاست مرور دوره ای:

سیستم	زمان سفارش	مقدار سفارش	توضیحات
مرور دوره ای	بر حسب زمان دوره	$Q_p = S - IP$	بررسی روزانه سطح موجودی و رساندن آن به نقطه $S$

- بررسی روزانه سطح موجودی و دورریز مواد فاسد شده
- موارد تاثیرگذار: طول عمر مواد  $(m)$ ،  $LT$ ،  $T$
- محاسبه  $T$ :  $LT < T < m$        $LT = 1, m = 4$   
 $T = 1, 2, 3$

$$\mu_{T+LT} = (T+LT) * \mu$$

$$\sigma_{T+LT} = (T+LT)^{1/2} \sigma d$$

$$S = \mu_{T+LT} + (\sigma_{T+LT} * SS)$$

$$\text{Safety Stock (SS)} = \sigma_{T+LT} * K_{sl}$$

□ سپس محاسبه هزینه فروش از دست رفته و کالای فاسد شده

**Lost Sales (periodic):**

$$x = \int_s^{\infty} (x_{T+LT} - S) f(x_{T+LT}) dx_{T+LT}$$

**Outdates (periodic):**

$$x = \int_{-\infty}^s (S - x_{T+LT}) f(x_{T+LT}) dx_{T+LT}$$

$$\square TC (RP,S) = ((A + C(\mu + E[O]) - E[S]) + W[O] + PE[S]) / T + HE[I]$$

هزینه سیستم  $\square$

	Total Cost
Periodic Review Policy with RP 1	۱,۱۳۹,۱۷۱,۰۷۹
Periodic Review Policy with RP 2	۷۶۸,۰۶۶,۸۰۷
Periodic Review Policy with RP 3	۵۶۴,۱۰۲,۸۱۲

# سیاست مرور دائم:

سیستم	زمان سفارش	مقدار سفارش	توضیحات
مرور دائم	رسیدن سطح موجودی به نقطه سفارش	Q	بررسی روزانه سطح موجودی و سفارش در زمان رسیدن سطح موجودی به نقطه سفارش یا زیر آن

□ بررسی روزانه سطح موجودی و دورریز مواد فاسد شده

□ موارد تاثیرگذار: طول عمر مواد (m)، LT

□ محاسبه R و Q

$$Q = \sqrt{(2A\mu/h)}$$

$$R = \mu_{LTD} + SS$$

$$\text{Safety Stock (SS)} = \sigma_{LTD} * K_{sl}$$

□ سپس محاسبه هزینه فروش از دست رفته و کالای فاسد شده

**Lost Sales (continuous):**


$$x = \int_R^{\infty} (x-R) f(x_{LT}) dx_{LT}$$

**Outdates (continuous):**

$$\int_{-\infty}^{R+Q} (R+Q-x_{m+LT}) f(x_{LT}) dx_{LT} - \int_0^R (R+Q-x_{m+LT}) dx_{LT}$$



$$TC(R, Q) = ((A + (C * Q) + PE[S] + WE[O]) / E[T]) + HE[I]$$

هزینه سیستم 

Material	Total Cost
Tenderloin	۷۴,۳۰۱,۹۱۶
Ribs	۱۱۴,۴۵۴,۰۶۳
Salmon	۷۸,۵۱۱,۰۳۲
Oxtail	۴۰,۰۸۶,۲۱۹
Chicken	۴۴,۲۱۲,۹۰۴
Total	۳۵۱,۵۶۶,۱۳۴

# مقایسه و نتیجه گیری:

□ مقایسه سیستم موجود و دو سیستم ارائه شده

	Total Cost
Existing System	۴۰۰,۸۳۶,۳۷۶
Periodic Review Policy with RP 1	۱,۱۳۹,۱۷۱,۰۷۹
Periodic Review Policy with RP 2	۷۶۸,۰۶۶,۸۰۷
Periodic Review Policy with RP 3	۵۶۴,۱۰۲,۸۱۲
Continuous Review Policy	۳۵۱,۵۶۶,۱۳۴

# مقایسه و نتیجه گیری:

مینیمم هزینه



سیستم مرور دائم



کاهش ۱۲٪ هزینه ها

# پیشنهادات:

- معین کردن هزینه و زمان سفارش در اول هر ماه
- به روز رسانی فروش اماری
- افزایش فعالیت فروش
- به روزرسانی و تطبیق سیاست بازپرسی با قیمت مواد و هزینه های سفارش دهی

## منابع:

- [1] Harris FW (1915) Operations & Cost. Factory Management Series, Shaw, Chicago.
- [2] Edgeworth FY (1888) The Mathematical theory of banking journal of Royal Statistical Society 51:113-27.
- [3] Arrow KA, Harris TE, Marschak T (1951) Optimal inventory policy. Econometrica 19:38-39.
- [4] Nahmias S (2011) Perishable Inventory Systems [The book], Springer.
- [5] Veinott AF Jr (1960) Optimal ordering issuing & disposal of inventory with known demand. Unpublished doctoral dissertation, Columbia University, New York, NY.
- [6] Van Zyl GJJ (1964) Inventory control for perishable commodities. Unpublished doctoral dissertation, University of North Carolina, Chapel Hill, NC.

[7] Nahmias S (1972) Optimal & approximate ordering policies for a perishable product subject to stochastic demand. Unpublished doctoral dissertation. North Western University, Evanston, IL. 158 pages.