K.N.Toosi ODE MathTools

K.N.Toosi University of Technology, ECE Faculty

راهنمای کاربر

معادلات دیفرانسیلی دو بعدی

دکترهادی علی اکبریان

دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی،

دانشکده برق و کامپیوتر

تابستان 1396

فهرست

پیشنیاز 3
کاربرد 3
ورودی 3
خروجی 4
مثال 4
درباره ما 10

پیشنیاز

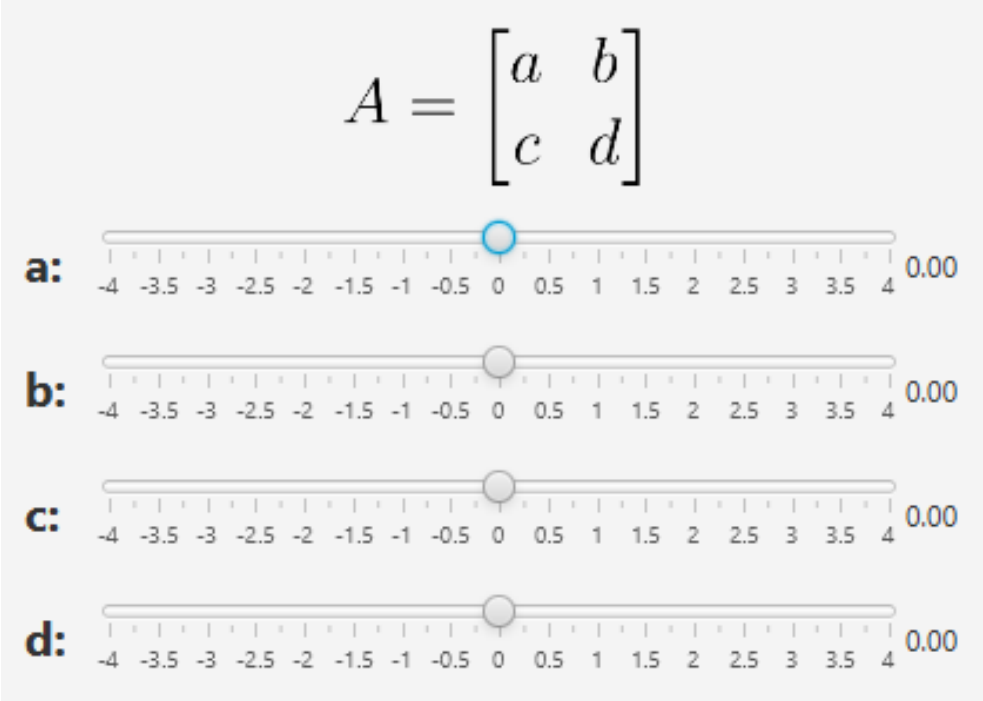
برای اجرای برنامه نیاز به JRE دارید که راهنمای نصب آن در فایل Installing Java موجود می باشد

کاربرد

رسم دستگاه معادلات دیفرانسیلی دو بعدی (Phase Portrait)

ورودی

برنامه ماتریس $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ در معادله $\vec{x'} = A\vec{x}$ را با استفاده از اسلایدر ها دریافت می کند.



همچنین بازه t، مقادیر ضرایب C1 و C2 و میزان تغییرات t در هر مرحله (step size) را نیز تعیین می کنیم.

خروجی

با محاسبه Trace ماتریس(T) و دترمینان ماتریس(D) ، دلتای معادله $\lambda^2 - T\lambda + D$ به دست آمده و با حل معادله مقادیر ویژه λ1 و λ2 به دست میایند. با داشتن مقادیر ویژه، بردار های ویژه e1 و e2 نیز محاسبه می شوند. نوع نمودار نیز در انتها مشخص می شود.

T = 0.0 , D = 0.0

Δ = T^2 - 4D = 0.000000

λ1 = 0.0

λ2 = 0.0

e1 = (1.0 , 0.0)

e2 = (0.0 , 1.0)

Case : Degenerate

سپس با کلیک بر روی دکمه Draw، Phase Portrait آن رسم می شود. با فشردن دکمه Clear نیز نمودارها پاک می شوند.

مثال

ورودی را $A = \begin{bmatrix} 1 & -1.75 \\ 2 & -0.75 \end{bmatrix}$ قرار می دهیم.

$$A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$$

a: -4 -3.5 -3 -2.5 -2 -1.5 -1 -0.5 0 0.5 1 1.5 2 2.5 3 3.5 4 1.00

b: -4 -3.5 -3 -2.5 -2 -1.5 -1 -0.5 0 0.5 1 1.5 2 2.5 3 3.5 4 -1.75

c: -4 -3.5 -3 -2.5 -2 -1.5 -1 -0.5 0 0.5 1 1.5 2 2.5 3 3.5 4 2.00

d: -4 -3.5 -3 -2.5 -2 -1.5 -1 -0.5 0 0.5 1 1.5 2 2.5 3 3.5 4 -0.75

با محاسبه تریس (T = 0.25) و دترمینان (D = 2.75) و محاسبه دلتا (10.93-)، مقادیر و بردارهای ویژه به دست می آیند. نوع Phase Portrait نیز مشخص می شود.

$$T = 0.25 , D = 2.75$$

$$\Delta = T^2 - 4D = -10.937500$$

$$\lambda 1 = 0.125 + i1.6535946$$

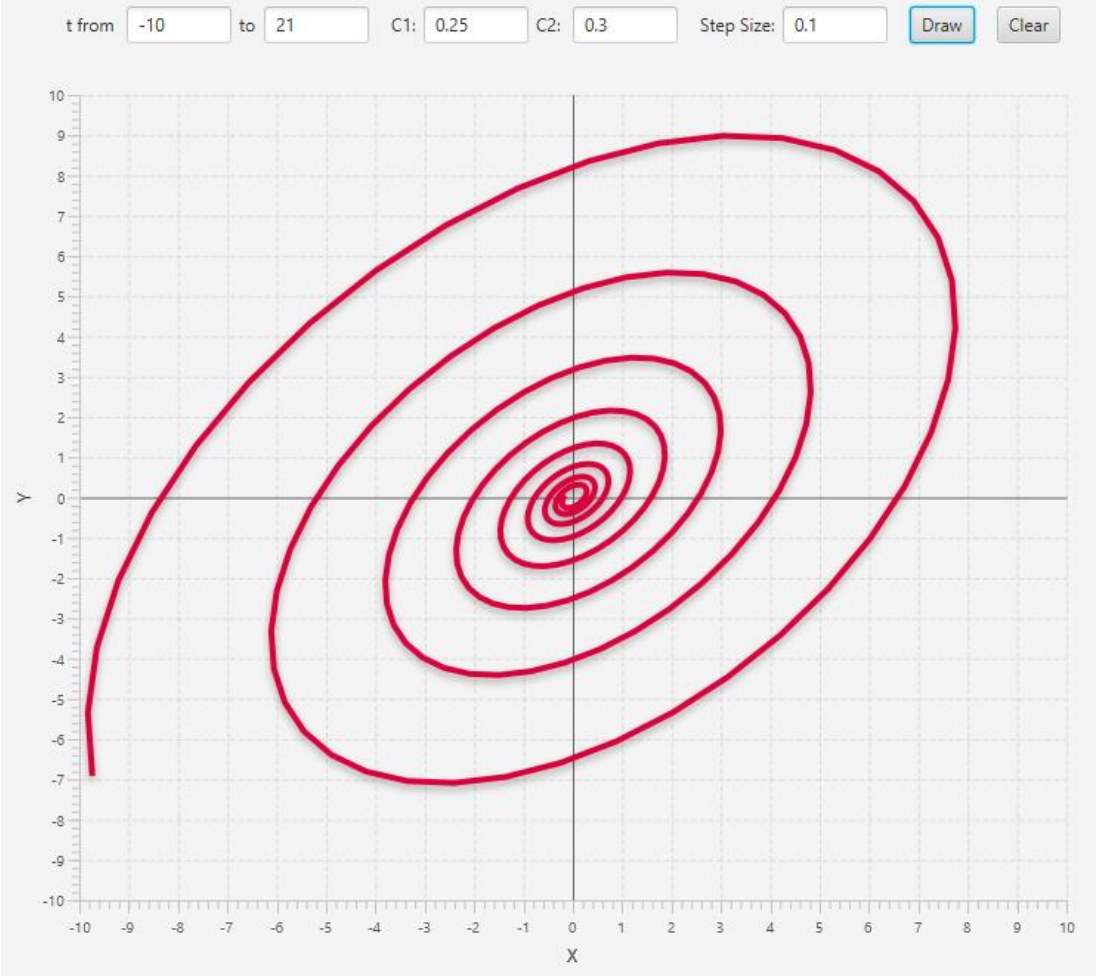
$$\lambda 2 = 0.125 - i1.6535946$$

$$e1 = (0.875 + i1.6535946 , 2.0)$$

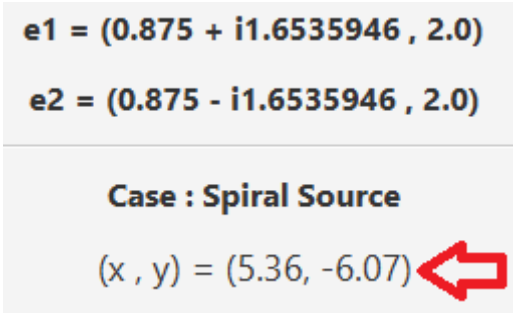
$$e2 = (0.875 - i1.6535946 , 2.0)$$

Case : Spiral Source

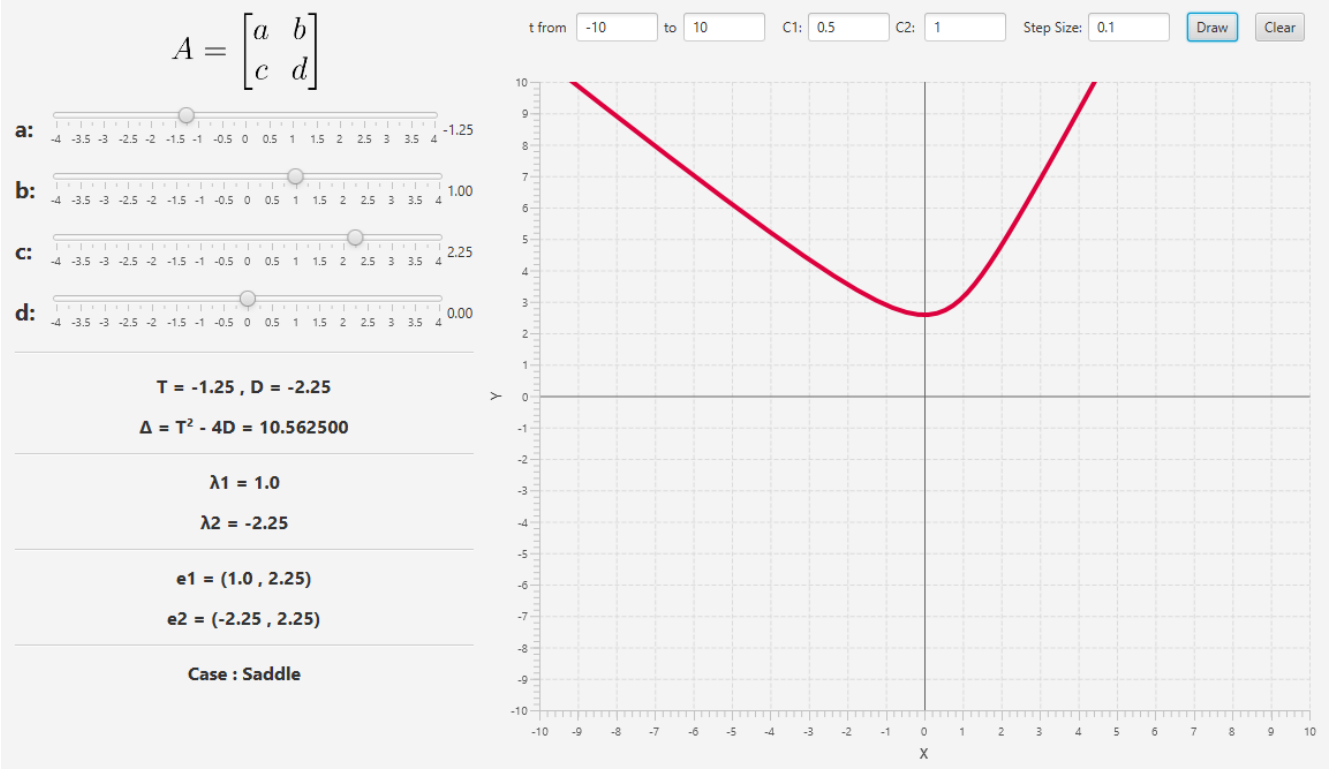
با مشخص کردن بازه t، ضرایب C1 و C2 و Step Size و کلیک بر روی Draw، Phase Portrait رسم خواهد شد.



نکته: نگه داشتن نشانگر موس روی یک نقطه بر نمودار می توان مختصات آن نقطه را در سمت چپ مشاهده کرد.



چند مثال دیگر:



$$A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$$

a: -0.50

b: -4.00

c: 4.00

d: -0.50

T = -1.0 , D = 16.25

Δ = T² - 4D = -64.000000

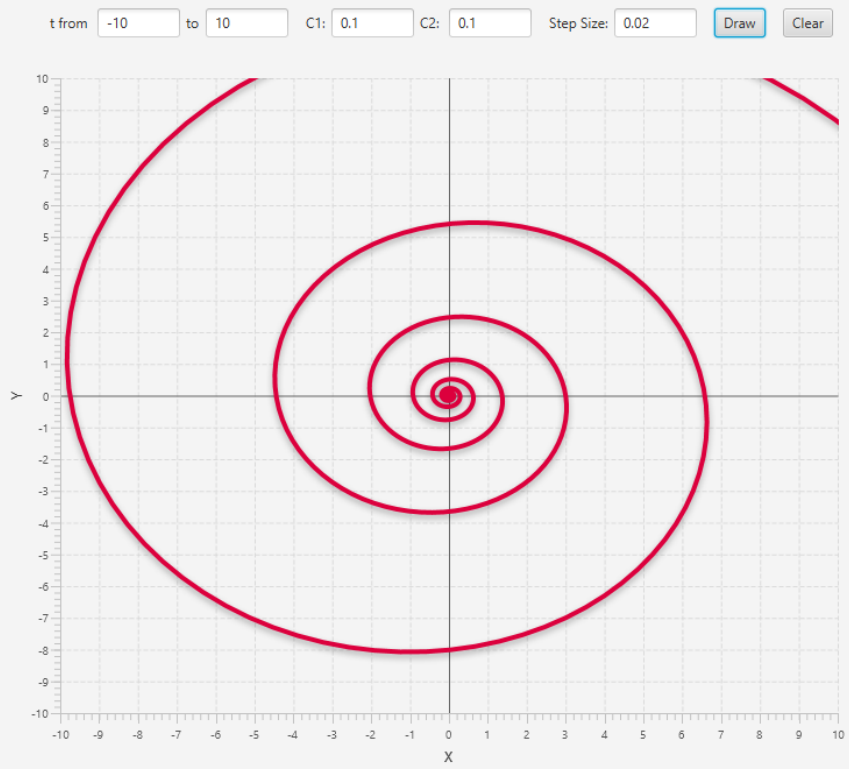
λ1 = -0.5 + i4.0

λ2 = -0.5 - i4.0

e1 = (0.0 + i4.0 , 4.0)

e2 = (0.0 - i4.0 , 4.0)

Case : Spiral Sink



$$A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$$

a: -1.75

b: -0.25

c: 0.50

d: -0.25

T = -2.0 , D = 0.5625

Δ = T² - 4D = 1.750000

λ1 = -0.33856216

λ2 = -1.6614379

e1 = (-0.088562176 , 0.5)

e2 = (-1.4114379 , 0.5)

Case : Nodal Sink

$$A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$$

a: 1.25

b: -0.75

c: 0.50

d: -0.25

T = 1.0 , D = 0.0625

Δ = T² - 4D = 0.750000

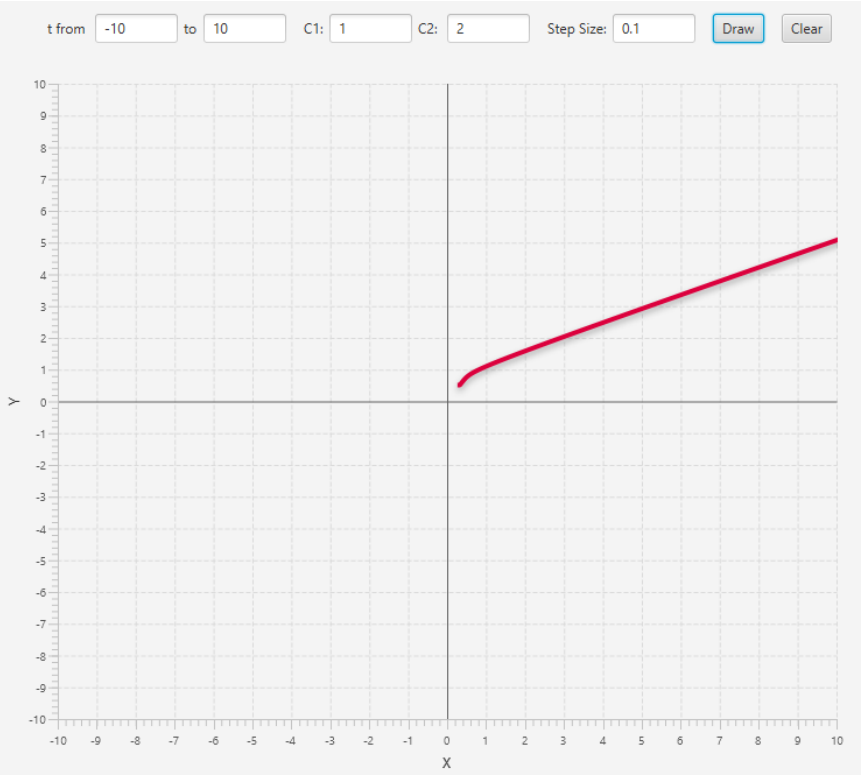
λ1 = 0.9330127

λ2 = 0.0669873

e1 = (1.1830127 , 0.5)

e2 = (0.3169873 , 0.5)

Case : Nodal Source



$$A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$$

a: 2.00

b: 0.00

c: 2.00

d: 0.00

T = 2.0 , D = 0.0

Δ = T² - 4D = 4.000000

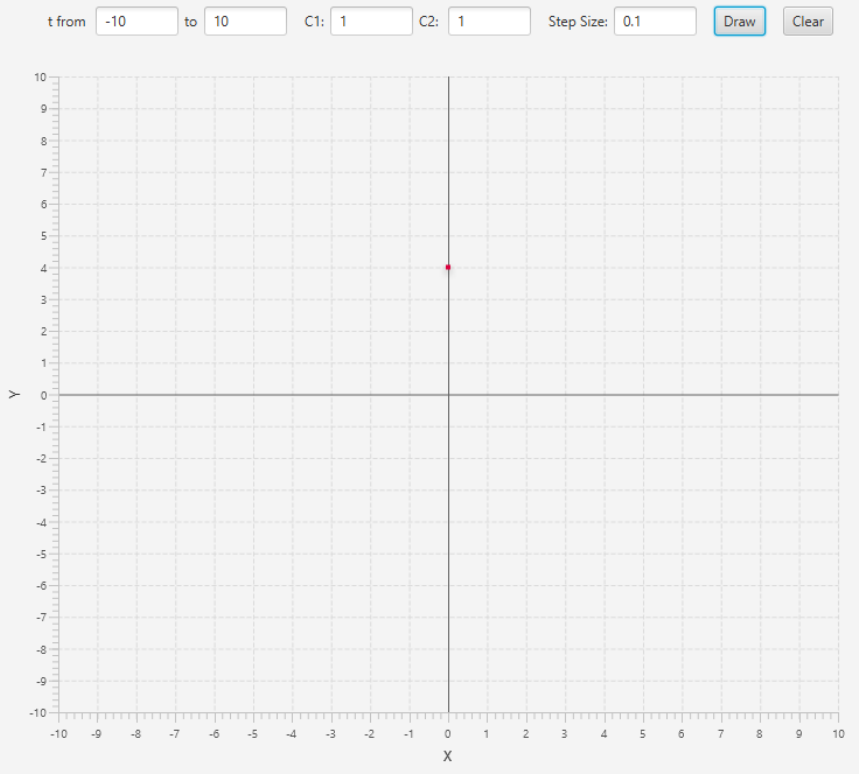
λ1 = 0.0

λ2 = 0.0

e1 = (0.0 , 2.0)

e2 = (0.0 , 2.0)

Case : Unstable Saddle-Node



$$A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$$

a: -1.50

b: 0.00

c: 2.00

d: 0.00

T = -1.5 , D = -0.0

Δ = T² - 4D = 2.250000

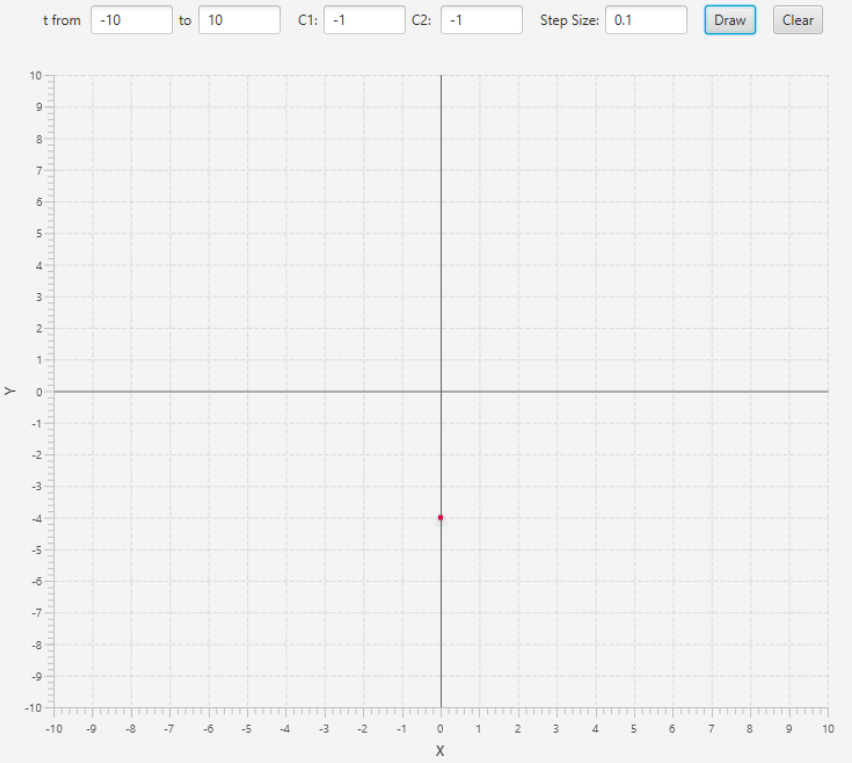
λ1 = 0.0

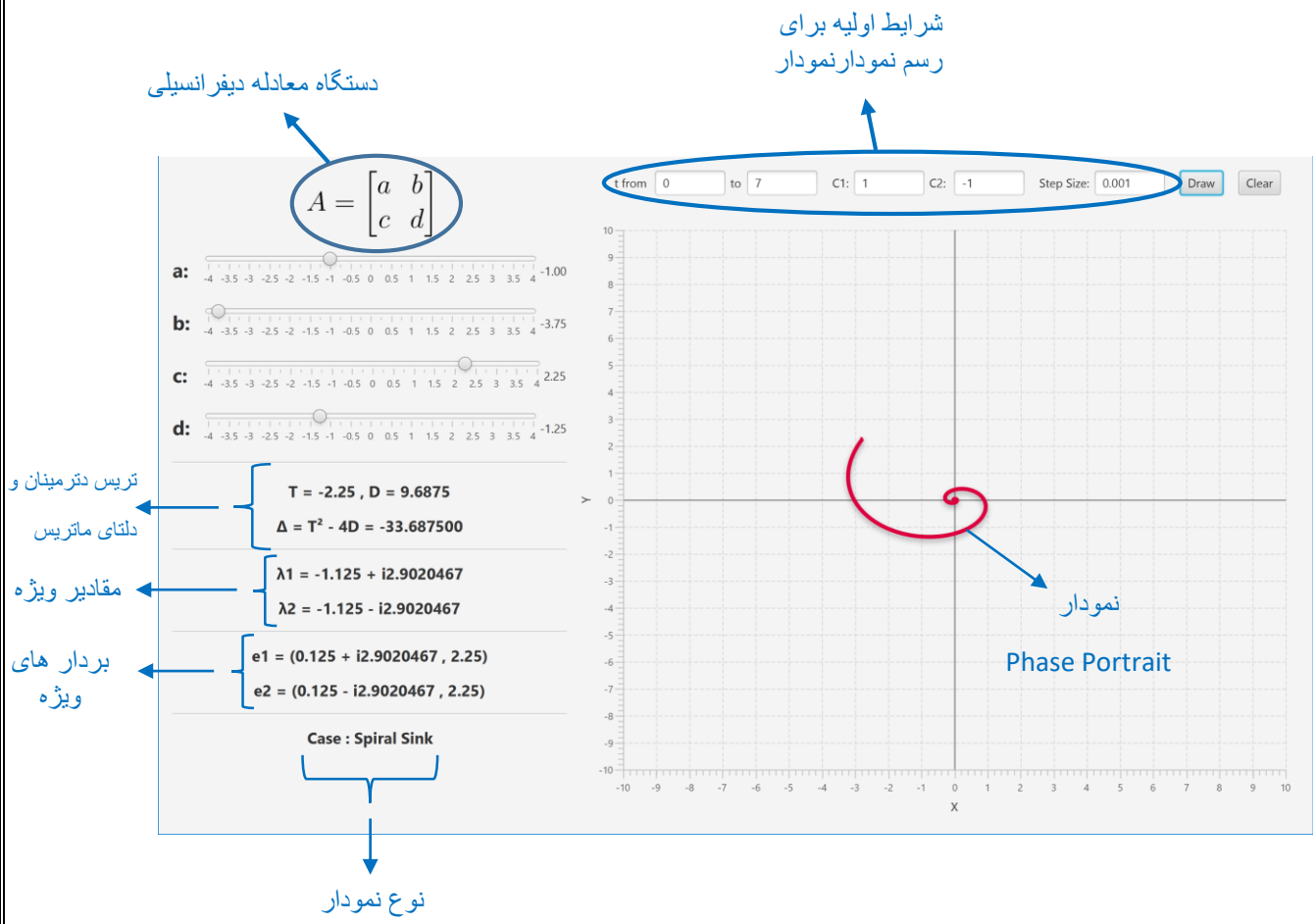
λ2 = 0.0

e1 = (0.0 , 2.0)

e2 = (0.0 , 2.0)

Case : Stable Saddle-Node





درباره ما

راهنما توسط رامین واثقی و دانیال خوش خلق در تاریخ 1396/4/19 تهیه شده است.

نرم افزار توسط محمد حسین ریماز در تاریخ 1395/3/28 تهیه شده است.

تحت نظارت دکتر هادی علی اکبریان فعالیت ها انجام شده است.

دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی.

دانشکده برق و کامپیوتر.

کلیه حقوق مادی و معنوی این مجموعه متعلق به دانشگاه خواجه نصیرالدین طوسی است.