

• بہ نام خدا

• ریاضیات و تمرین سری اول مدار منطقی (استاد دلبروی نزد)

• سوال ①

$$\begin{array}{r}
 a. \quad 101001000 \\
 + \quad 001100111 \\
 \hline
 \end{array}$$

$$110101111$$

$$2^8 + 2^7 + 2^5 + 2^3 + 2^2 + 2^1 + 2^0 = (431)_{10}$$

$$b. \quad 348$$

$$B3 +$$

$$3FB$$

$$(3FB)_{16} = (1019)_{10}$$

$$(1019)_{10} = (1773)_8$$

$$1019 \mid 8$$

$$1016 \quad -127 \quad \mid 8$$

$$3 \quad 120 \quad -15 \quad \mid 8$$

$$7 \quad 8 \quad 1$$

$$7$$

① سوال

$$c. \quad (4BF)_{16} = 4 \times 16^2 + 11 \times 16 + 15 = (1215)_{10}$$

$$(73)_8 = 7 \times 8 + 8 = (59)_{10}$$

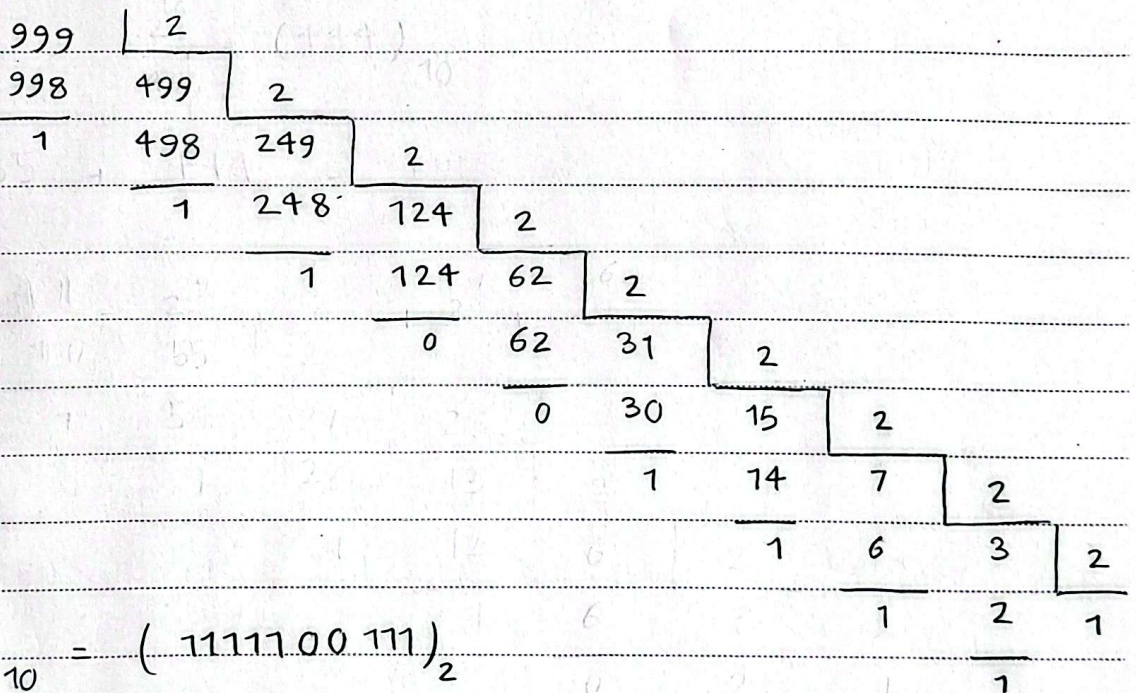
$$(1215)_{10} + (59)_{10} = (1274)_{10} = (4FA)_{16}$$

① $(73)_8 = (3B)_{16}$

$$\begin{array}{r} 4BF \\ + 3B \\ \hline 4FA \end{array}$$

$(4BF)_{16} + (3B)_{16} = (4FA)_{16}$

d. $(1053)_8 = 1 \times 8^3 + 0 \times 8^2 + 5 \times 8^1 + 3 = (555)_{10}$
 $(1BC)_{16} = 1 \times 16^2 + 11 \times 16 + 12 = (444)_{10}$



$(999)_{10} = (1111100111)_2$

$$\begin{array}{r}
 \text{a. } \quad \textcircled{1} \quad \begin{array}{cccccc} & 1 & 1 & & 1 & 1 \\ & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ + & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ \hline & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \end{array}
 \end{array}$$

رقم منفی = 1
 لے کر درست است، آزابرون
 تغییر باقی می گذاریم

$$\begin{aligned}
 \text{راستی آزابلی} \quad 187 - 79 &= (108)_{10} \\
 &= (1101100)_2
 \end{aligned}$$

با تآوری: فعلی ۱ از دو بزرگ (۱) اضافه کردن ۱ به فعلی ۱
 (۲) از سمت راست شروع می کنیم تا زمانی که ۰ می بینیم ۰ می گذاریم برای
 اولین ۱، ۱ باقی می گذاریم بعد فعلی ۱ را اجرا می کنیم

$$\begin{array}{r}
 10010110 \quad \leftarrow \text{راست} \\
 01101010
 \end{array}$$

مثال:

$$\begin{array}{r}
 \text{b. } \quad \textcircled{0} \quad \begin{array}{cccc} & 1 & & \\ & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ + & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ \hline & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{array}
 \end{array}$$

رقم منفی = 0
 لے کر عدد منفی است
 عدد را با فعلی ۱ بازنویسی می کنیم

$$\begin{aligned}
 \text{راستی آزابلی} \quad 37 - 51 &= (-14)_{10} \\
 &= (1110)_2
 \end{aligned}$$

a.

0	0000	(15) ₁₀ = 1000
1	0001	Gray
2	0011	
3	0010	
4	0110	
5	0111	
6	0101	
7	0100	
8	1100	
9	1101	
10	1111	
11	1110	
12	1010	
13	1011	
14	1001	
15	1000	

b. $(5B)_{16} = 5 \times 16 + 11 = 91$; 9 1
BCD 1001 0001

c. $(23)_{10}$: 2 3 Excess-3
0101 0110

d. $(85)_{10}$: 8 5 84-2-1
1000 1011

سوال ۲۷

$$a. A' + [(BA)(B+A)B] \equiv (A-B)'$$

طرز راست : $(A-B)' = (A'B)' = A + B'$

طرز چپ : $A' + [(BA)(B+A)B]$

$$\begin{aligned} &= A' + [(BA)B] = A' + AB \\ &= \underbrace{(A'+A)}_U (A'+B) = A' + B \end{aligned}$$

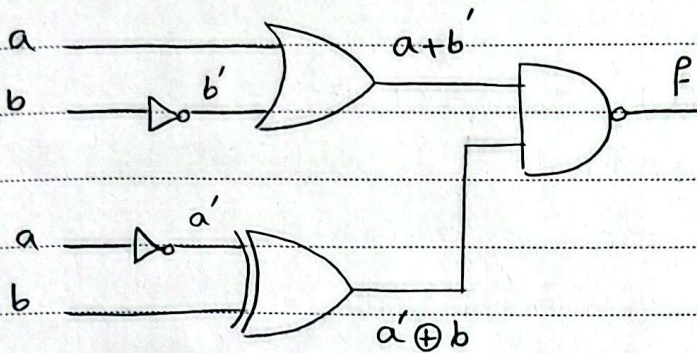
$$b. \overline{A} \cdot \overline{(A+B+\bar{C})} B \equiv \overline{A+B}$$

طرز راست : AB

طرز چپ : $A + (\bar{A}\bar{B}C)B$

$$\begin{aligned} &= [(A+\bar{A})(A+\bar{B})(A+C)]B \\ &= [(A+\bar{B})(A+C)]B = B(A+\bar{B})(A+C) \\ &= (BA + B\bar{B})(A+C) = BA(A+C) \\ &= (BAA + BAC) = BA + BAC \\ &= AB(1+C) = AB \end{aligned}$$

سوال ۳



پاراگراف:

$$a \oplus b = ab' + a'b$$

$$a \odot b = ab + a'b'$$

$$F = [(a+b')(a'+b)]'$$

$$= [(a+b')(ab + a'b')]'$$

$$= [ab(a+b') + a'b'(a+b)]'$$

$$= [aba + abb' + a'b'a + a'b'b']'$$

$$= [ab + 0 + 0 + a'b']'$$

$$= (ab + a'b)'$$

$$= (a'+b')(a+b)$$

$$= a'a + a'b + b'a + b'b$$

$$= a'b + b'a$$

$$= a \oplus b$$

• شماره ۴

① ابتدا تابع را با توجه به اولویت‌های مشخص شده مرتب می‌کنیم

$$F(x, y, z, w) = xy'zw' + xyz' + yzw' + xyzw + x'yw$$

② اگرچه متغیرها در یک عبارت بودند اصلین می‌کنیم (w ندارد)

$$F(x, y, z, w) = xy'zw' + xyz'(w+w') + (x+x')yzw' + xyzw + x'y'(z+z')w$$

$$= xy'zw' + xyz'w + xyz'w' + x'yzw' + x'y'zw + xyzw + x'y'zw + x'y'z'w$$

③ نتیجه‌ها را مشخص می‌کنیم

$xy'zw'$	$xyz'w$	$xyz'w'$	$xyzw'$	$x'yzw'$
1010	1101	1100	1110	0110

$xyzw$	$x'yzw$	$x'y'z'w$
1111	0011	0001

$$F(x, y, z, w) = \sum (1, 3, 6, 10, 12, 13, 14, 15)$$

xy \ zw	00	01	11	10
	00	01	11	10
00	0	1	1	0
01	0	0	0	1
11	1	1	1	1
10	0	0	0	1

④ ساده سازی با جدول کارنو

$$F(x, y, z, w) = x'y'w + yzw' + xzw' + xy$$

سؤال ٥

$$f(a, b, c, d) = (a + a')bc'd + a'(b + b')cd + a'b(c + c')d'$$

$$= abc'd + a'bc'd + a'bcd + a'b'cd + a'bcd' + a'bc'd'$$

$abc'd$	$a'bc'd$	$a'bcd$	$a'b'cd$	$a'bcd'$	$abc'd'$
1101	0101	0111	0011	0110	1100

$$f(a, b, c, d) = \sum (3, 4, 5, 6, 7, 13)$$

$$= \prod (0, 1, 2, 8, 9, 10, 11, 12, 14, 15)$$

Subject: _____
Date: _____

- 0 ✓ (0,1) ✓ (0,1,8,9) PI ②
- 1 ✓ (0,2) ✓ (0,2,8,10) PI ③
- 2 ✓ (0,8) ✓ (8,9,10,11) PI ④
- 8 ✓ (1,9) ✓ (8,10,12,14) PI ⑤
- 9 ✓ (2,10) ✓ (10,11,14,15) PI ⑥
- 10 ✓ (8,9) ✓
- 12 ✓ (8,10) ✓
- 11 ✓ (8,12) ✓
- 14 ✓ (9,11) PI ①
- 15 ✓ (10,11) ✓
- (10,14) ✓
- (12,14) ✓
- (11,15) ✓
- (14,15) ✓

	0	1	2	8	9	10	11	12	14	15
PI ①					✓		✓			
* PI ②	✓	✓		✓	✓					
* PI ③	✓		⊙	✓		✓				
PI ④				✓	✓	✓	✓			
* PI ⑤				✓		✓		⊙	✓	
* PI ⑥						✓	✓		✓	⊙
	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓

$$\begin{array}{cccc}
 pI \underline{2}: & a & b & c & d \\
 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 & 0 & 1 & 0 & 0 \\
 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
 \hline
 & & & & b+c
 \end{array}$$

$$\begin{array}{cccc}
 pI \underline{3}: & a & b & c & d \\
 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 & 0 & 0 & 1 & 0 \\
 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
 & 1 & 0 & 1 & 0 \\
 \hline
 & & & & b+d
 \end{array}$$

$$\begin{array}{cccc}
 pI \underline{5}: & a & b & c & d \\
 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
 & 1 & 0 & 1 & 0 \\
 & 1 & 1 & 0 & 0 \\
 & 1 & 1 & 1 & 0 \\
 \hline
 & & & & a'+d
 \end{array}$$

$$\begin{array}{cccc}
 pI \underline{6}: & a & b & c & d \\
 & 1 & 0 & 1 & 0 \\
 & 1 & 0 & 1 & 1 \\
 & 1 & 1 & 1 & 0 \\
 & 1 & 1 & 1 & 1 \\
 \hline
 & & & & a'+c'
 \end{array}$$

$$F(a, b, c, d) = (b+c)(b+d)(a'+c')(a'+d)$$

ادریب انتخاب pI ها ابتدا این است که اگر عددی را فقط یک pI پوشش دارد بالید به انتخاب خواهد شد

با همین روش بالا ابتدا $pI \underline{3} (0, 2, 8, 10)$ و $pI \underline{5} (8, 10, 12, 14)$ را

پس انتخاب خواهد شد $pI \underline{6} (10, 11, 14, 15)$

اعداد باقی مانده برای پوشش دادن 1, 9 هستند پس $pI \underline{2} (0, 1, 8, 9)$ را هم در نظر بگیریم پس انتخاب می شود:

سوال 6

a	b	c	d	F_1	F_2	F_3
0	0	0	0	0	0	1
0	0	0	1	0	1	0
0	0	1	0	0	0	1
0	0	1	1	1	0	0
0	1	0	0	0	0	1
0	1	0	1	1	1	0
0	1	1	0	1	0	0
0	1	1	1	1	0	0
1	0	0	0	0	0	1
1	0	0	1	1	1	0
x	x	x	x	x	x	x
x	x	x	x	x	x	x
x	x	x	x	x	x	x
x	x	x	x	x	x	x
x	x	x	x	x	x	x
x	x	x	x	x	x	x
x	x	x	x	x	x	x

$$F_3 = F_1' + F_2'$$

چون دردی ها از نوع BCD هستند اعداد 0-9 قابل قبول هستند
و بقیه اعداد don't care خواهند بود.

$$F_1 = \sum (3, 5, 6, 7, 9) + d (10, \dots, 15)$$

$$F_2 = \sum (1, 5, 9) + d (10, \dots, 15)$$

$$F_3 = \sum (0, 2, 4, 8) + d (10, \dots, 15)$$

	cd	00	01	11	10
ab		00	01	11	10
00		0	0	1	0
01		0	1	1	1
11		x	x	x	x
10		0	1	x	x

F' , مستقیم ← Wired-AND : f_1

$$f_1' = c'd' + a'b'c' + b'd'$$

	cd	00	01	11	10
ab		00	01	11	10
00		0	1	0	0
01		0	1	0	0
11		x	x	x	x
10		0	1	x	x

F' , مستقیم ← NAND-NAND-NAND : f_2

$$f_2' = c'd' + c$$

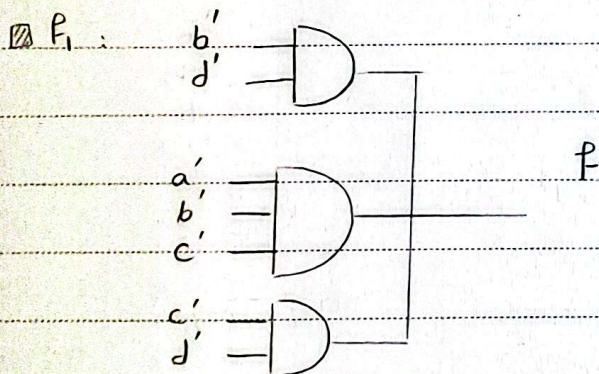
$$= c'd' + (c \cdot 1)$$

سم
بار

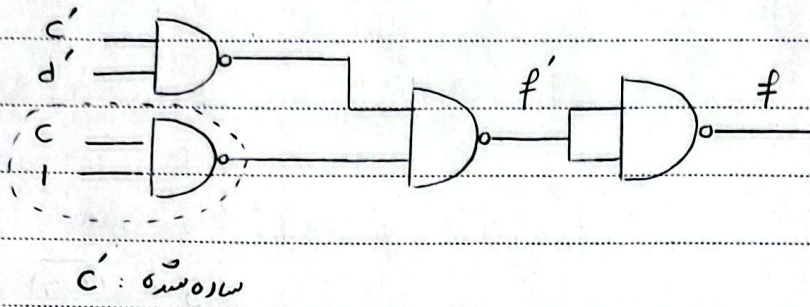
	cd	00	01	11	10
ab		00	01	11	10
00		1	0	0	1
01		1	0	0	0
11		x	x	x	x
10		1	0	x	x

F' , مستقیم ← NOR-OR : f_3

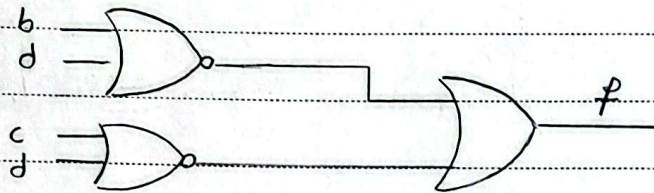
$$f_3' = (c+d)(b+d)$$



▣ f_r :



▣ f_r :



سوال (V)

سوار باقی	a	b	c	d	x	y	z	w	سوار باقی
	x	x	x	x	x	x	x	x	} don't care بدلیں نہیں excess-3
	x	x	x	x	x	x	x	x	
	x	x	x	x	x	x	x	x	
0	0	0	1	1	0	0	(1)	(1)	0
1	0	1	0	0	0	(1)	0	0	1
2	0	1	0	1	0	(1)	(1)	(1)	4
3	0	1	1	0	(1)	0	0	0	5
4	0	1	1	1	0	0	(1)	(1)	0
5	1	0	0	0	(1)	0	(1)	0	7
6	1	0	0	1	(1)	0	0	0	5
7	1	0	1	0	(1)	0	0	(1)	6
8	1	0	1	1	(1)	0	(1)	0	7
9	1	1	0	0	(1)	0	(1)	(1)	8
	x	x	x	x	x	x	x	x	} don't care بدلیں نہیں excess-3
	x	x	x	x	x	x	x	x	
	x	x	x	x	x	x	x	x	

$$x = \sum (6, 8, 9, 10, 11, 12) + d (0, 1, 2, 13, 14, 15)$$

$$y = \sum (4, 5, 9) + d (0, 1, 2, 13, 14, 15)$$

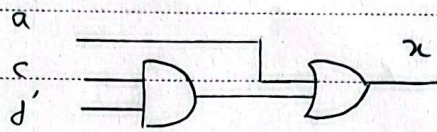
$$z = \sum (3, 5, 7, 8, 11, 12) + d (0, 1, 2, 13, 14, 15)$$

$$w = \sum (3, 5, 7, 10, 12) + d (0, 1, 2, 13, 14, 15)$$

AND-OR گٹا ← f مینیم
سوار باقی x یا در صورت کا بی شمار ← حاصل، اور اور بدلیں نہیں

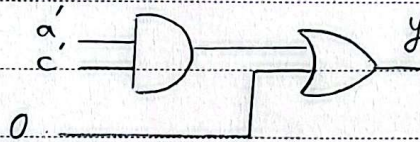
ab \ cd	00	01	11	10
00	x	x	0	x
01	0	0	0	1
11	1	x	x	x
10	1	1	1	1

$$x = a + cd'$$



ab \ cd	00	01	11	10
00	x	x	0	x
01	1	1	0	0
11	0	x	x	x
10	0	0	0	0

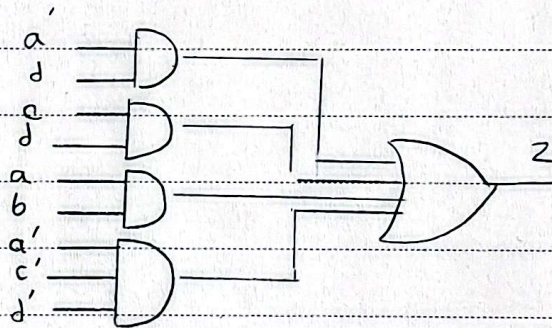
$$y = a'c'$$



• چون ضربی است
در جمع ندارد.

ab \ cd	00	01	11	10
00	x	x	1	x
01	0	1	1	0
11	1	x	x	x
10	1	0	1	0

$$z = a'd + cd + ab + a'c'd'$$



ab \ cd	00	01	11	10
00	x	x	1	x
01	0	1	1	0
11	1	x	x	x
10	0	0	0	1

$$w = a'd + ab + acd'$$

