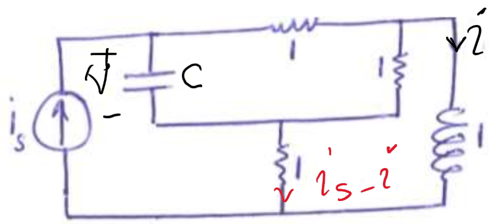
پاسخ تمرین سری چهارم

-۱



$$\begin{cases} 1i' - 1(i_s - i) - v + 1(i_s - Cv') = 0 \\ 1(i_s - Cv') + 1(i_s - Cv' - i) - v = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 1i' - Cv' = -i + v \\ 2i_s - i - v = 2Cv' \end{cases} \rightarrow v' = \frac{1}{2C}(2i_s - i - v)\ ,$$

$$i' - C\frac{1}{2C}(2i_s - i - v) = -i + v \rightarrow i' = i_s - 1.5i + 0.5v \rightarrow \begin{bmatrix} v' \\ i' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{2C} & -\frac{1}{2C} \\ 0.5 & -1.5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v \\ i \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{C} \\ 1 \end{bmatrix} i_s$$

$$y = v_L = 1(i_s - 1.5i + 0.5v) \rightarrow y = v_L = \begin{bmatrix} 0.5 & -1.5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v \\ i \end{bmatrix} + i_s$$

$$A = \begin{bmatrix} -\frac{1}{2C} & -\frac{1}{2C} \\ 0.5 & -1.5 \end{bmatrix}\ ,\ |sI - A| = \begin{vmatrix} s + \frac{1}{2C} & \frac{1}{2C} \\ -0.5 & s + 1.5 \end{vmatrix} = (s + \frac{1}{2C})(s + 1.5) + \frac{0.25}{C} = s^2 + (1.5 + \frac{1}{2C})s + \frac{1}{C} = 0$$

$$s = -1 \rightarrow 1 - (1.5 + \frac{1}{2C}) + \frac{1}{C} = 0 \rightarrow -0.5 = \frac{-0.5}{C} \rightarrow C = 1$$

$$Y(s) = C(sI - A)^{-1}BU(s) + DU(s) = \begin{bmatrix} 0.5 & -1.5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s + 0.5 & 0.5 \\ -0.5 & s + 1.5 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} + 1 \rightarrow$$

$$Y(s) = \begin{bmatrix} 0.5 & -1.5 \end{bmatrix} \frac{1}{(s+1)^2} \begin{bmatrix} s + 1.5 & -0.5 \\ 0.5 & s + 0.5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} + 1 = \begin{bmatrix} 0.5 & -1.5 \end{bmatrix} \frac{1}{(s+1)^2} \begin{bmatrix} s + 1 \\ s + 1 \end{bmatrix} + 1 \rightarrow$$

$$Y(s) = \frac{s}{s+1} = 1 - \frac{1}{s+1} \rightarrow y(t) = \delta(t) - e^{-t}u(t)$$

-۲

$$Y(s) = C(sI - A)^{-1}BU(s) + C(sI - A)^{-1}x(0) + DU(s)$$

$$Y(s) = \begin{bmatrix} 0.5 & -1.5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s + 0.5 & 0.5 \\ -0.5 & s + 1.5 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} \frac{1}{s} + \begin{bmatrix} 0.5 & -1.5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s + 0.5 & 0.5 \\ -0.5 & s + 1.5 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} x_1(0) \\ x_2(0) \end{bmatrix} + 1\frac{1}{s}$$

$$Y(s) = \begin{bmatrix} 0.5 & -1.5 \end{bmatrix} \frac{1}{(s+1)^2} \begin{bmatrix} s + 1.5 & -0.5 \\ 0.5 & s + 0.5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} \frac{1}{s} + \begin{bmatrix} 0.5 & -1.5 \end{bmatrix} \frac{1}{(s+1)^2} \begin{bmatrix} s + 1.5 & -0.5 \\ 0.5 & s + 0.5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(0) \\ x_2(0) \end{bmatrix} + \frac{1}{s}$$

$$Y(s) = \begin{bmatrix} 0.5 & -1.5 \end{bmatrix} \frac{1}{(s+1)^2} \begin{bmatrix} s + 1 \\ s + 1 \end{bmatrix} \frac{1}{s} + \frac{1}{(s+1)^2} \begin{bmatrix} 0.5s & -1.5s - 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(0) \\ x_2(0) \end{bmatrix} + \frac{1}{s}$$

$$Y(s) = \frac{-1}{s(s+1)} + \frac{0.5sx_1(0) - (1.5s + 1)x_2(0)}{(s+1)^2} + \frac{1}{s} = \frac{-s - 1 + 0.5s^2x_1(0) - s(1.5s + 1)x_2(0) + (s+1)^2}{s(s+1)^2}$$

برای اینکه پاسخ شامل هیچ بخش گذرا نباشد، بایستی ریشه صورت هم ۱- با مرتبه ۲ باشد. پس :

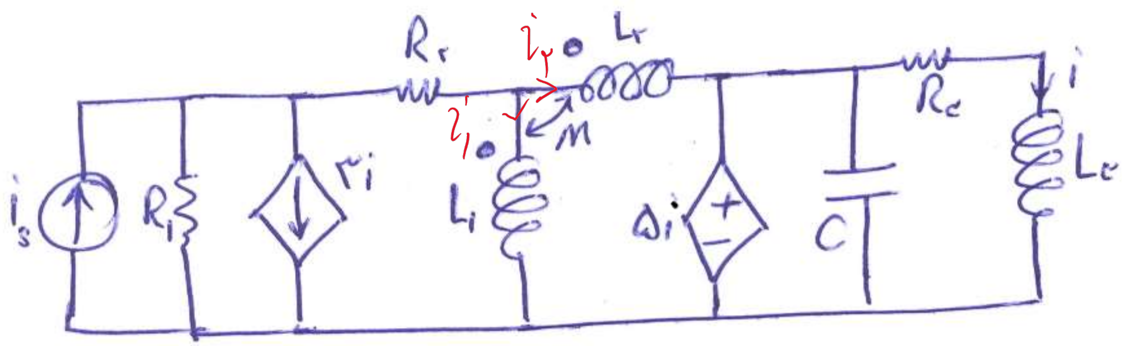
$$[-s-۱+۰/۵s^۲x_۱(۰)-s(۱/۵s+۱)x_۲(۰)+(s+۱)^۲]_{s=-۱}=۰\rightarrow ۰/۵x_۱(۰)-۰/۵x_۲(۰)=۰\rightarrow x_۱(۰)=x_۲(۰)\ \boxed{۱}$$

$$[-s-۱+۰/۵s^۲x_۱(۰)-s(۱/۵s+۱)x_۲(۰)+(s+۱)^۲]'_{s=-۱}=۰\rightarrow[-۱+sx_۱(۰)-(۳s+۱)x_۲(۰)+۲(s+۱)]'_{s=-۱}=۰$$

$$\rightarrow -۱-x_۱(۰)+۲x_۲(۰)=۰\xrightarrow{\boxed{۱}}x_۱(۰)=x_۲(۰)=۱\rightarrow v_C(۰)=i_L(۰)=۱\Rightarrow$$

$$Y(s)=\frac{-s-۱+۰/۵s^۲-s(۱/۵s+۱)+(s+۱)^۲}{s(s+۱)^۲}=\frac{۰}{s(s+۱)^۲}\rightarrow y(t)=۰$$

۳- $N=(۳+۱)-۰-۰-۱=۳$ کات ست سلفی و حلقه خازنی نداریم. از طرفی نمی توان ولتاژ خازن را متغیر حالت گرفت. چون این ولتاژ برابر 5i است که در آن i متغیر حالت (جریان سلف سوم است).



$$\begin{cases} R_۳i+L_۳i'-۵i=۰ \\ R_۱(i_s-۳i-i_۱-i_۲)=R_۲(i_۱+i_۲)+L_۱i'_۱+Mi'_۲\rightarrow \\ L_۱i'_۱+Mi'_۲=L_۲i'_۲+Mi'_۱+۵i \end{cases}$$

$$\begin{bmatrix} L_۳ & ۰ & ۰ \\ ۰ & L_۱ & M \\ ۰ & L_۱-M & -L_۲+M \end{bmatrix}\begin{bmatrix} i \\ i_۱ \\ i_۲ \end{bmatrix}'=\begin{bmatrix} -R_۳+۵ & ۰ & ۰ \\ -۳R_۱ & -(R_۱+R_۲) & -(R_۱+R_۲) \\ ۵ & ۰ & ۰ \end{bmatrix}\begin{bmatrix} i \\ i_۱ \\ i_۲ \end{bmatrix}+\begin{bmatrix} ۰ \\ R_۱ \\ ۰ \end{bmatrix}i_s\rightarrow$$

$$\begin{bmatrix} i \\ i_۱ \\ i_۲ \end{bmatrix}'=\begin{bmatrix} L_۳ & ۰ & ۰ \\ ۰ & L_۱ & M \\ ۰ & L_۱-M & -L_۲+M \end{bmatrix}^{-۱}\begin{bmatrix} -R_۳+۵ & ۰ & ۰ \\ -۳R_۱ & -(R_۱+R_۲) & -(R_۱+R_۲) \\ ۵ & ۰ & ۰ \end{bmatrix}\begin{bmatrix} i \\ i_۱ \\ i_۲ \end{bmatrix}+$$

$$\begin{bmatrix} L_۳ & ۰ & ۰ \\ ۰ & L_۱ & M \\ ۰ & L_۱-M & -L_۲+M \end{bmatrix}^{-۱}\begin{bmatrix} ۰ \\ R_۱ \\ ۰ \end{bmatrix}i_s$$