پاسخ کوییز دوم

۱-

$$x=-۱,۰,۲,۴\rightarrow y=۰,۱,۴,۰$$

$$L_۱(x)=\prod_{j=۰,\,j\neq i}^{۳}\frac{(x-x_j)}{(x_۱-x_j)}=\frac{x-(-۱)}{۰-(-۱)}\frac{x-۲}{۰-۲}\frac{x-۴}{۰-۴}=\frac{۱}{۸}(x+۱)(x-۲)(x-۴)$$

$$L_۲(x)=\prod_{j=۰,\,j\neq i}^{۳}\frac{(x-x_j)}{(x_۲-x_j)}=\frac{x-(-۱)}{۲-(-۱)}\frac{x-۰}{۲-۰}\frac{x-۴}{۲-۴}=\frac{-۱}{۱۲}(x+۱)x(x-۴)$$

$$P(x)=\sum_{i=۰}^{n}L_i(x)y_i=\frac{۱}{۸}(x+۱)(x-۲)(x-۴)+۴\frac{-۱}{۱۲}(x+۱)x(x-۴)=(x+۱)(x-۴)(\frac{۱}{۸}x-\frac{۱}{۴}-\frac{۱}{۳}x)$$

$$P(x)=(x+۱)(x-۴)(-\frac{۵}{۲۴}x-\frac{۱}{۴})=-\frac{۵}{۲۴}x^۳+\frac{۳}{۸}x^۲+\frac{۱۹}{۱۲}x+۱$$

$$f'(۲/۵)\simeq P'(۲/۵)\ ,\ P'(x)=-\frac{۵}{۸}x^۲+\frac{۳}{۴}x+\frac{۱۹}{۱۲}\rightarrow f'(۲/۵)\simeq\frac{-۴۳}{۹۶}\simeq -۰/۴۴۷۹$$

۲-

$$L_۲(x)=\sum_{k=۰}^{۲}C_k^۲\frac{(-۱)^k}{k!}x^k=۱-۲x+\frac{۱}{۲}x^۲\xrightarrow{L_۲(x)=۰}x^۲-۴x+۲=۰\rightarrow x_۱=۲+\sqrt{۲}\,,\,x_۲=۲-\sqrt{۲}$$

$$L'_۲(x)=-۲+x\ ,\ \omega_۱=\frac{۱}{(۲+\sqrt{۲})[L'_n(۲+\sqrt{۲})]^۲}=\frac{۱}{(۲+\sqrt{۲})[\sqrt{۲}]^۲}=\frac{۲-\sqrt{۲}}{۴}$$

$$\omega_۲=\frac{۱}{(۲-\sqrt{۲})[L'_n(۲-\sqrt{۲})]^۲}=\frac{۱}{(۲-\sqrt{۲})[-\sqrt{۲}]^۲}=\frac{۲+\sqrt{۲}}{۴}\quad,\quad E=(۲!)^۲\frac{f^{(۴)}(\varepsilon)}{(۴)!}=\frac{۱}{۶}f^{(۴)}(\varepsilon)$$

$$\int_۰^{\infty}\cos^۲(x)e^{-x}dx\rightarrow f(x)=\cos^۲(x)\rightarrow f'(x)=-۲\sin(x)\cos(x)=-\sin(۲x)\rightarrow f''(x)=-۲\cos(۲x)$$

$$f'''(x)=۴\sin(۲x)\rightarrow f^{(۴)}(x)=۸\cos(۲x)\rightarrow \max f^{(۴)}(x)\Big|_{x\in[۰,\infty]}=۸\rightarrow|E|\le\frac{۸}{۶}=\frac{۴}{۳}$$

$$\int_۰^{\infty}f(x)e^{-x}dx\simeq\frac{۲-\sqrt{۲}}{۴}f(۲+\sqrt{۲})+\frac{۲+\sqrt{۲}}{۴}f(۲-\sqrt{۲})$$

بر اساس ماکزیمم خطای مطلق، نتیجه از دقت یک رقم اعشار نیز برخوردار نیست. لذا محاسبات میانی را با دقت یک رقم اعشار انجام می دهیم.

$$\int_۰^{\infty}f(x)e^{-x}dx\simeq\frac{۲-\sqrt{۲}}{۴}f(۲+\sqrt{۲})+\frac{۲+\sqrt{۲}}{۴}f(۲-\sqrt{۲})\simeq ۰/۱+۰/۶=۰/۷$$