جواب تمرین سری اول

۱- مسئله ۵ از فصل ۱ کتاب روشهای محاسبات عددی

کران خطای نسبی b-c برابر است با : $r_3 = \frac{b}{b-c} r_b + \frac{c}{b-c} r_c = \frac{b+c}{b-c} 5\times10^{-n}$

کران خطای نسبی a(b-c) برابر است با : $r_{f_1} = r_3 + r_a = (\frac{b+c}{b-c}+1)5\times10^{-n} = \frac{b}{b-c}10^{-n+1}$

کران خطای نسبی ab بابر است با : $r_4 = 5\times10^{-n} + 5\times10^{-n} = 10^{-n+1}$

کران خطای نسبی ac برابر است با : $r_5 = 5\times10^{-n} + 5\times10^{-n} = 10^{-n+1}$

کران خطای نسبی ab-ac برابر است با : $r_{f_2} = \frac{ab}{ab-ac}10^{-n+1} + \frac{ac}{ab-ac}10^{-n+1} = \frac{b+c}{b-c}10^{-n+1}$

فرمول اول دقیق ترین نتیجه را بدست خواهد آورد. چون در کنار عمل تفریق، عمل پیچیده ندارد در حالیکه عبارت دوم در دو سمت عمل تفریق، عمل پیچیده ضرب را دارد و خطای نسبی آن بیشتر است.

۲- مسئله ۱۲ از فصل ۱ کتاب روشهای محاسبات عددی

$$z = x\sin(y) \quad x = 30 \ , \ \ y = \frac{\pi}{6} \ , \ x = 30.000 \to e_x \le \frac{1}{2}\times10^{-3} \ , \ y = 0.52360 \to e_y \le \frac{1}{2}\times10^{-5}$$

$$e_z \le e_x \frac{\partial z}{\partial x} + e_y \frac{\partial z}{\partial y} \le \frac{1}{2}\times10^{-3}\sin(y) + \frac{1}{2}\times10^{-5}x\cos(y) = \frac{1}{2}\times10^{-3}\times0.50000 + \frac{1}{2}\times10^{-5}(30.000)(0.86602)$$

$$e_z \le 3.8\times10^{-4} \ , \ z = 30.000\sin(0.52360) = 15.0003 \to r_z \le \frac{3.8\times10^{-4}}{15.0003 - 3.8\times10^{-4}} = 2.53\times10^{-4}$$

۳- معادله **سوال ۵۸ از فصل ۲ کتاب روشهای محاسبات عددی با نقطه شروع ۲ و با دقت ۳ رقم اعشار بر اساس روش نیوتن- رافسون**

$$f(x) = \cos(x) - \sqrt{x} \to f'(x) = -\sin(x) - \frac{1}{2\sqrt{x}} \to x_{n+1} = x_n - \frac{\cos(x_n) - \sqrt{x_n}}{-\sin(x_n) - \frac{1}{2\sqrt{x_n}}}$$

$$x_{n+1} = \frac{-x_n\sin(x_n) + 0.5\sqrt{x_n} - \cos(x_n)}{-\sin(x_n) - \frac{1}{2\sqrt{x_n}}} \quad x_0 = 2 \to x_1 = 0.5506 \to x_2 = 0.6426 \to x_3 = 0.6417$$

$$\to x_4 = 0.6417$$

۴- معادله سوال ۱۴۳ از فصل ۲ کتاب روشهای محاسبات عددی با روش Graeffe

$$p(x) = x^3 - x^2 - 2x + 1 \to p(-x) = -x^3 - x^2 + 2x + 1$$

$$k = 1 : -x^3 + 5x^2 - 6x + 1 \to \sqrt{\frac{1}{6}} \simeq 0.4082, \sqrt{\frac{6}{5}} \simeq 1.0954, \sqrt{\frac{5}{1}} \simeq 2.2361$$

$$p(x) = -x^3 + 5x^2 - 6x + 1 \to p(-x) = x^3 + 5x^2 + 6x + 1$$

$$k = 2 : -x^3 + 13x^2 - 26x + 1 \to \sqrt[4]{\frac{1}{26}} \simeq 0.4429, \sqrt[4]{\frac{26}{13}} \simeq 1.1892, \sqrt[4]{\frac{13}{1}} \simeq 1.8988$$

$$p(x) = -x^3 + 13x^2 - 26x + 1 \rightarrow p(-x) = x^3 + 13x^2 + 26x + 1$$

$$k = 3 \;:\; -x^3 + 117x^2 - 650x + 1 \rightarrow \sqrt[8]{\frac{1}{650}} \simeq 0/4450 \,,\, \sqrt[8]{\frac{650}{117}} \simeq 1/2391 \,,\, \sqrt[8]{\frac{117}{1}} \simeq 1/8135$$

$$p(x) = -x^3 + 117x^2 - 650x + 1 \rightarrow p(-x) = x^3 + 117x^2 + 650x + 1$$

$$k = 4 \;:\; -x^3 + 12389x^2 - 422266x + 1 \rightarrow \sqrt[16]{\frac{1}{422266}} \simeq 0/4450 \,,\, \sqrt[16]{\frac{422266}{12389}} \simeq 1/2468 \,,\, \sqrt[16]{\frac{12389}{1}} \simeq 1/8022$$

$$p(x) = -x^3 + 12389x^2 - 422266x + 1 \rightarrow p(-x) = x^3 + 12389x^2 + 422266x + 1$$

$$k = 5 \;:\; -x^3 + 152642789x^2 - 17830854978x + 1 \rightarrow \sqrt[32]{\frac{1}{17830854978}} \simeq 0/4450 \,,\, \sqrt[32]{\frac{17830854978}{152642789}} \simeq 1/2470$$

$$, \sqrt[32]{\frac{152642789}{1}} \simeq 1/8019$$

بعد از ۵ مرحله اختلاف بین دو مقدار متوالی کمتر از ۰/۰۰۰۵ است و سه رقم اعشار دقت دارد. با آزمون مقادیر بدست آمده و منفی آنها مشخص می شود که ریشه ها عبارتند از : ۰/۴۴۵۰ و ۱/۲۴۷۰- و ۱/۸۰۱۹ که با دقت ۳ رقم اعشار برابر ۰/۴۴۵ و ۱/۲۴۷- و ۱/۸۰۲ هستند.

دستور roots برای چندجمله ایه از جمله سوال ۴ بکار می رود :

```
roots([۱ ۲- ۱- ۱])
ans=


   1.8019
  -1.2470
   0.4450
```

در مقایسه با نتایج سوال ۴ ، مشخص می شود که دقت نتایج همان سه رقم اعشار بوده است.

دستور fsolve برای همه معادلات بکار می رود :

```
x = fsolve(@(x) cos(x)-sqrt(x),[0 1],optimoptions('fsolve','Display','off'))
x =

   0.6417
```

در مقایسه با نتایج سوال ۳ ، مشخص می شود که دقت نتایج همان سه رقم اعشار بوده است.

```
x = fsolve(@(x) x.^3-x.^2-2*x+1,[0 1] optimoptions('fsolve','Display','off'))
x =

   0.4450
x = fsolve(@(x) x.^3-x.^2-2*x+1,[-2 2],optimoptions('fsolve','Display','off'))
x =

  -1.2470    1.8019
```

در مقایسه با نتایج سوال ۴ ، مشخص می شود که دقت نتایج همان سه رقم اعشار بوده است.