جواب تمرین سری چهارم

-۱

$$A=\begin{bmatrix}۲ & ۳ & ۵\\ ۳ & ۴ & ۷\\ ۱ & ۳ & ۶\end{bmatrix}\rightarrow \|A\|_۱=\max_j\sum_{i=۱}^{۳}|a_{ij}|=\max(|۲|+|۳|+|۱|,|۳|+|۴|+|۳|,|۵|+|۷|+|۶|)=۱۸$$

با توجه به قسمت ب داریم :

$$A^{-۱}=\begin{bmatrix}-۱/۵ & ۱/۵ & -۰/۵\\ ۵/۵ & -۳/۵ & -۰/۵\\ -۲/۵ & ۱/۵ & ۰/۵\end{bmatrix}\rightarrow$$

$$\|A^{-۱}\|_۱=\max(|-۱/۵|+|۵/۵|+|-۲/۵|,|۱/۵|+|-۳/۵|+|۱/۵|,|-۰/۵|+|-۰/۵|+|۰/۵|)=۹/۵\rightarrow$$

$$c_۱(A)=(۱۸)(۹/۵)=۱۷۱\ ,\ ۱۰^{\log(c)-n}=۱۰^{\log(۱۷۱)-۲}=۱/۷۱<۵$$

پس حتی در حد رقم یکان هم دقت ندارد.

ب- روش دولیتل :

$$A=\begin{bmatrix}۲ & ۳ & ۵\\ ۳ & ۴ & ۷\\ ۱ & ۳ & ۶\end{bmatrix},L=\begin{bmatrix}۱ & ۰ & ۰\\ ۱/۵ & ۱ & ۰\\ ۰/۵ & & ۱\end{bmatrix},U=\begin{bmatrix}۲ & ۳ & ۵\\ ۰ & & \\ ۰ & ۰ & \end{bmatrix},\ u_{۲۲}=a_{۲۲}-l_{۲۱}u_{۱۲}=۴-(۱/۵)(۳)=-۰/۵$$

$$u_{۲۳}=a_{۲۳}-l_{۲۱}u_{۱۳}=۷-(۱/۵)(۵)=-۰/۵\ ,\ l_{۳۲}=\frac{a_{۳۲}-l_{۳۱}u_{۱۲}}{u_{۲۲}}=\frac{۳-(۰/۵)(۳)}{-۰/۵}=-۳$$

$$u_{۳۳}=a_{۳۳}-\sum_{k=۱}^{۲}l_{۳k}u_{k۳}=۶-(۰/۵)(۵)-(-۳)(-۰/۵)=۲\rightarrow L=\begin{bmatrix}۱ & ۰ & ۰\\ ۱/۵ & ۱ & ۰\\ ۰/۵ & -۳ & ۱\end{bmatrix},U=\begin{bmatrix}۲ & ۳ & ۵\\ ۰ & -۰/۵ & -۰/۵\\ ۰ & ۰ & ۲\end{bmatrix}\Rightarrow$$

$$|A|=(۱)(-۲)=-۲$$

$$\begin{bmatrix}۱ & ۰ & ۰\\ ۱/۵ & ۱ & ۰\\ ۰/۵ & -۳ & ۱\end{bmatrix}\begin{bmatrix}y_{۱۱} & y_{۱۲} & y_{۱۳}\\ y_{۲۱} & y_{۲۲} & y_{۲۳}\\ y_{۳۱} & y_{۳۲} & y_{۳۳}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}۱ & ۰ & ۰\\ ۰ & ۱ & ۰\\ ۰ & ۰ & ۱\end{bmatrix}\rightarrow\begin{cases}۱y_{۱۱}=۱\rightarrow y_{۱۱}=۱\\ ۱/۵y_{۱۱}+۱y_{۲۱}=۰\rightarrow y_{۲۱}=-۱/۵\quad ,\ldots\Rightarrow\\ ۰/۵y_{۱۱}-۳y_{۲۱}+y_{۳۱}=۰\rightarrow y_{۳۱}=-۵\end{cases}$$

$$Y=\begin{bmatrix}۱ & ۰ & ۰\\ -۱/۵ & ۱ & ۰\\ -۵ & ۳ & ۱\end{bmatrix}\rightarrow\begin{bmatrix}۲ & ۳ & ۵\\ ۰ & -۰/۵ & -۰/۵\\ ۰ & ۰ & ۲\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_{۱۱} & x_{۱۲} & x_{۱۳}\\ x_{۲۱} & x_{۲۲} & x_{۲۳}\\ x_{۳۱} & x_{۳۲} & x_{۳۳}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}۱ & ۰ & ۰\\ -۱/۵ & ۱ & ۰\\ -۵ & ۳ & ۱\end{bmatrix}\rightarrow$$

$$\begin{cases}۲x_{۳۱}=-۵\rightarrow x_{۳۱}=-۲/۵\\ -۰/۵x_{۲۱}-۰/۵x_{۳۱}=-۱/۵\rightarrow x_{۲۱}=۵/۵\\ ۲x_{۱۱}+۳x_{۲۱}+۵x_{۳۱}=۱\rightarrow x_{۱۱}=-۱/۵\end{cases},\ \ldots\Rightarrow A^{-۱}=\begin{bmatrix}x_{۱۱} & x_{۱۲} & x_{۱۳}\\ x_{۲۱} & x_{۲۲} & x_{۲۳}\\ x_{۳۱} & x_{۳۲} & x_{۳۳}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-۱/۵ & ۱/۵ & -۰/۵\\ ۵/۵ & -۳/۵ & -۰/۵\\ -۲/۵ & ۱/۵ & ۰/۵\end{bmatrix}$$

روش کروت :

$$A=\begin{bmatrix}۲ & ۳ & ۵\\ ۳ & ۴ & ۷\\ ۱ & ۳ & ۶\end{bmatrix},U=\begin{bmatrix}۱ & ۱/۵ & ۲/۵\\ ۰ & ۱ & \\ ۰ & ۰ & ۱\end{bmatrix},L=\begin{bmatrix}۲ & ۰ & ۰\\ ۳ & & ۰\\ ۱ & & \end{bmatrix},\ l_{۲۲}=a_{۲۲}-l_{۲۱}u_{۱۲}=۴-(۳)(۱/۵)=-۰/۵$$

$$l_{۳۲} = a_{۳۲} - l_{۳۱}u_{۱۲} = ۳-(۱)(۱/۵) = ۱/۵ \, , \, u_{۲۳} = \frac{a_{۲۳} - l_{۲۱}u_{۱۳}}{l_{۲۲}} = \frac{۷-(۳)(۲/۵)}{-۰/۵} = ۱$$

$$l_{۳۳} = a_{۳۳} - \sum_{k=۱}^{۲} l_{۳k}u_{k۳} = ۶ - (۱)(۲/۵) - (۱/۵)(۱) = ۲ \to L = \begin{bmatrix} ۲ & ۰ & ۰ \\ ۳ & -۰/۵ & ۰ \\ ۱ & ۱/۵ & ۲ \end{bmatrix}, U = \begin{bmatrix} ۱ & ۱/۵ & ۲/۵ \\ ۰ & ۱ & ۱ \\ ۰ & ۰ & ۱ \end{bmatrix} \Rightarrow$$

$$|A| = (-۲)(۱) = -۲$$

$$\begin{bmatrix} ۲ & ۰ & ۰ \\ ۳ & -۰/۵ & ۰ \\ ۱ & ۱/۵ & ۲ \end{bmatrix}\begin{bmatrix} y_{۱۱} & y_{۱۲} & y_{۱۳} \\ y_{۲۱} & y_{۲۲} & y_{۲۳} \\ y_{۳۱} & y_{۳۲} & y_{۳۳} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ۱ & ۰ & ۰ \\ ۰ & ۱ & ۰ \\ ۰ & ۰ & ۱ \end{bmatrix} \to \begin{cases} ۲y_{۱۱} = ۱ \to y_{۱۱} = ۰/۵ \\ ۳y_{۱۱} - ۰/۵y_{۲۱} = ۰ \to y_{۲۱} = ۳ \\ ۱y_{۱۱} + ۱/۵y_{۲۱} + ۲y_{۳۱} = ۰ \to y_{۳۱} = -۲/۵ \end{cases} , \ldots \Rightarrow$$

$$Y = \begin{bmatrix} ۰/۵ & ۰ & ۰ \\ ۳ & -۲ & ۰ \\ -۲/۵ & ۱/۵ & ۰/۵ \end{bmatrix} \to \begin{bmatrix} ۱ & ۱/۵ & ۲/۵ \\ ۰ & ۱ & ۱ \\ ۰ & ۰ & ۱ \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x_{۱۱} & x_{۱۲} & x_{۱۳} \\ x_{۲۱} & x_{۲۲} & x_{۲۳} \\ x_{۳۱} & x_{۳۲} & x_{۳۳} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ۰/۵ & ۰ & ۰ \\ ۳ & -۲ & ۰ \\ -۲/۵ & ۱/۵ & ۰/۵ \end{bmatrix} \to$$

$$\begin{cases} ۱x_{۳۱} = -۲/۵ \to x_{۳۱} = -۲/۵ \\ ۱x_{۲۱} + ۱x_{۳۱} = ۳ \to x_{۲۱} = ۵/۵ \\ ۱x_{۱۱} + ۱/۵x_{۲۱} + ۲/۵x_{۳۱} = ۰/۵ \to x_{۱۱} = -۱/۵ \end{cases} , \ldots \Rightarrow A^{-۱} = \begin{bmatrix} x_{۱۱} & x_{۱۲} & x_{۱۳} \\ x_{۲۱} & x_{۲۲} & x_{۲۳} \\ x_{۳۱} & x_{۳۲} & x_{۳۳} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -۱/۵ & ۱/۵ & -۰/۵ \\ ۵/۵ & -۳/۵ & -۰/۵ \\ -۲/۵ & ۱/۵ & ۰/۵ \end{bmatrix}$$

روش چولسکی : چون ماتریس A متقارن نیست، این روش ممکن نیست.

پ-

$$A = \begin{bmatrix} ۲ & ۳ & ۵ \\ ۳ & ۴ & ۷ \\ ۱ & ۳ & ۶ \end{bmatrix} \to \begin{bmatrix} ۲-\lambda & ۳ & ۵ \\ ۳ & ۴-\lambda & ۷ \\ ۱ & ۳ & ۶-\lambda \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x_{۱} \\ x_{۲} \\ x_{۳} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ۰ \\ ۰ \\ ۰ \end{bmatrix} \xrightarrow{\lambda=۱} \begin{bmatrix} ۱ & ۳ & ۵ \\ ۳ & ۳ & ۷ \\ ۱ & ۳ & ۵ \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x_{۱} \\ x_{۲} \\ x_{۳} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ۰ \\ ۰ \\ ۰ \end{bmatrix} \to$$

$$\begin{bmatrix} ۱ & ۳ & ۵ \\ ۰ & -۶ & -۸ \\ ۰ & ۰ & ۰ \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x_{۱} \\ x_{۲} \\ x_{۳} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ۰ \\ ۰ \\ ۰ \end{bmatrix} \to \begin{bmatrix} ۱ & ۳ & ۵ \\ ۰ & ۱ & \frac{۴}{۳} \\ ۰ & ۰ & ۰ \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x_{۱} \\ x_{۲} \\ x_{۳} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ۰ \\ ۰ \\ ۰ \end{bmatrix} \to \begin{bmatrix} ۱ & ۰ & ۱ \\ ۰ & ۱ & \frac{۴}{۳} \\ ۰ & ۰ & ۰ \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x_{۱} \\ x_{۲} \\ x_{۳} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ۰ \\ ۰ \\ ۰ \end{bmatrix} \to ۳-۲=۱ \to$$

$$\begin{bmatrix} x_{۱} \\ x_{۲} \\ x_{۳} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -۱ \\ -\frac{۴}{۳} \\ ۱ \end{bmatrix}$$

ت-

$$A_{۱} = A = \begin{bmatrix} ۲ & ۳ & ۵ \\ ۳ & ۴ & ۷ \\ ۱ & ۳ & ۶ \end{bmatrix} \to p_{۱} = \frac{۱}{۱}tr(A_{۱}) = ۱۲ \Rightarrow A_{۲} = A(A_{۱} - p_{۱}I) = \begin{bmatrix} ۲ & ۳ & ۵ \\ ۳ & ۴ & ۷ \\ ۱ & ۳ & ۶ \end{bmatrix}\begin{bmatrix} -۱۰ & ۳ & ۵ \\ ۳ & -۸ & ۷ \\ ۱ & ۳ & -۶ \end{bmatrix}$$

$$A_{۲} = \begin{bmatrix} -۶ & -۳ & ۱ \\ -۱۱ & -۲ & ۱ \\ ۵ & -۳ & -۱۰ \end{bmatrix} \to p_{۲} = \frac{۱}{۲}tr(A_{۲}) = -۹ \Rightarrow A_{۳} = A(A_{۲} - p_{۲}I) = \begin{bmatrix} ۲ & ۳ & ۵ \\ ۳ & ۴ & ۷ \\ ۱ & ۳ & ۶ \end{bmatrix}\begin{bmatrix} ۳ & -۳ & ۱ \\ -۱۱ & ۷ & ۱ \\ ۵ & -۳ & -۱ \end{bmatrix}$$

$$A_{۳} = \begin{bmatrix} -۲ & ۰ & ۰ \\ ۰ & -۲ & ۰ \\ ۰ & ۰ & -۲ \end{bmatrix} \to p_{۳} = \frac{۱}{۳}tr(A_{۳}) = -۲ \Rightarrow \lambda^{۳} - ۱۲\lambda^{۲} + ۹\lambda + ۲ = ۰$$

-۲

$$\begin{cases}\sqrt{x}+y^{۲}=۶\\ x^{۲}-\sqrt{y}=۳\end{cases}\rightarrow\begin{cases}\sqrt{x}+y^{۲}-۶=۰=f\\ x^{۲}-\sqrt{y}-۳=۰=g\end{cases},\ \frac{\partial f}{\partial x}=\frac{۱}{۲\sqrt{x}},\ \frac{\partial f}{\partial y}=۲y\ ,\ \frac{\partial g}{\partial x}=۲x\ ,\ \frac{\partial g}{\partial y}=\frac{-۱}{۲\sqrt{y}}$$

$$\begin{cases}h_n\frac{۱}{۲\sqrt{x_n}}+k_n(۲y_n)=-(\sqrt{x_n}+y_n^{۲}-۶)\\ h_n(۲x_n)-k_n\frac{۱}{۲\sqrt{y_n}}=-(x_n^{۲}-\sqrt{y_n}-۳)\end{cases}\rightarrow\begin{vmatrix}\frac{۱}{۲\sqrt{x_n}} & ۲y_n\\ ۲x_n & \frac{-۱}{۲\sqrt{y_n}}\end{vmatrix}=\frac{-۱}{۴\sqrt{x_ny_n}}-۴x_ny_n$$

$$\Delta_h=\begin{vmatrix}-(\sqrt{x_n}+y_n^{۲}-۶) & ۲y_n\\ -(x_n^{۲}-\sqrt{y_n}-۳) & \frac{-۱}{۲\sqrt{y_n}}\end{vmatrix}=\frac{۱}{۲}\sqrt{\frac{x_n}{y_n}}-\frac{۳}{۲}y_n\sqrt{y_n}-\frac{۳}{\sqrt{y_n}}+۲y_nx_n^{۲}-۶y_n$$

$$\Delta_k=\begin{vmatrix}\frac{۱}{۲\sqrt{x_n}} & -(\sqrt{x_n}+y_n^{۲}-۶)\\ ۲x_n & -(x_n^{۲}-\sqrt{y_n}-۳)\end{vmatrix}=\frac{۳}{۲}x_n\sqrt{x_n}+\frac{۱}{۲}\sqrt{\frac{y_n}{x_n}}+\frac{۳}{۲\sqrt{x_n}}+۲x_ny_n^{۲}-۱۲x_n$$

$$h_n=\frac{\Delta_h}{\Delta}\rightarrow x_{n+۱}=x_n+h_n=x_n+\frac{\frac{۱}{۲}\sqrt{\frac{x_n}{y_n}}-\frac{۳}{۲}y_n\sqrt{y_n}-\frac{۳}{\sqrt{y_n}}+۲y_nx_n^{۲}-۶y_n}{\frac{-۱}{۴\sqrt{x_ny_n}}-۴x_ny_n}$$

$$x_{n+۱}=\frac{\frac{۱}{۴}\sqrt{\frac{x_n}{y_n}}-\frac{۳}{۲}y_n\sqrt{y_n}-\frac{۳}{\sqrt{y_n}}-۲y_nx_n^{۲}-۶y_n}{\frac{-۱}{۴\sqrt{x_ny_n}}-۴x_ny_n}\ ,\ k_n=\frac{\Delta_k}{\Delta}\rightarrow y_{n+۱}=y_n+k_n$$

$$y_{n+۱}=y_n+\frac{\frac{۳}{۲}x_n\sqrt{x_n}+\frac{۱}{۲}\sqrt{\frac{y_n}{x_n}}+\frac{۳}{۲\sqrt{x_n}}+۲x_ny_n^{۲}-۱۲x_n}{\frac{-۱}{۴\sqrt{x_ny_n}}-۴x_ny_n}=\frac{\frac{۳}{۲}x_n\sqrt{x_n}+\frac{۱}{۴}\sqrt{\frac{y_n}{x_n}}+\frac{۳}{۲\sqrt{x_n}}-۲x_ny_n^{۲}-۱۲x_n}{\frac{-۱}{۴\sqrt{x_ny_n}}-۴x_ny_n}$$

$$\begin{cases}x_۰=۲\\ y_۰=۲\end{cases}\rightarrow\begin{cases}x_۱=۲/۱۱۵۵۹۴\\ y_۱=۲/۱۳۶۲۲۹\end{cases}\rightarrow\begin{cases}x_۲=۲/۱۱۱۹۳۲\\ y_۲=۲/۱۳۲۳۱۴\end{cases}\rightarrow\begin{cases}x_۳=۲/۱۱۱۹۲۹\\ y_۳=۲/۱۳۲۳۱۱\end{cases}$$

پس از سه مرحله ۵ رقم اعشار دقت دارد.

-۳

$$\begin{cases}\sqrt{x_۱}+x_۲^{۲}=۶\\ x_۱^{۲}-\sqrt{x_۲}=۳\end{cases}\rightarrow\begin{cases}\sqrt{x_۱}+x_۲^{۲}-۶=۰=f_۱\\ x_۱^{۲}-\sqrt{x_۲}-۳=۰=f_۲\end{cases}\rightarrow J=\begin{bmatrix}\frac{۱}{۲\sqrt{x_۱}} & ۲x_۲\\ ۲x_۱ & \frac{-۱}{۲\sqrt{x_۲}}\end{bmatrix}$$

$$i=۰:\ J=\begin{bmatrix}۰/۳۵۳۶ & ۴\\ ۴ & -۰/۳۵۳۶\end{bmatrix},F=\begin{bmatrix}-۰/۵۸۵۸\\ -۰/۴۱۴۲\end{bmatrix}\rightarrow g=f_۱^{۲}+f_۲^{۲}=۰/۵۱۴۷,$$

$$\nabla g=۲J^TF=۲\begin{bmatrix}۰/۳۵۳۶ & ۴\\ ۴ & -۰/۳۵۳۶\end{bmatrix}\begin{bmatrix}-۰/۵۸۵۸\\ -۰/۴۱۴۲\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-۳/۷۲۷۹\\ -۴/۳۹۳۴\end{bmatrix}\rightarrow\|\nabla g\|_۲=۵/۷۶۱۹\rightarrow$$

$$z=\frac{\nabla g}{\|\nabla g\|_{۲}}=\begin{bmatrix}-۰/۶۴۷۰\\-۰/۷۶۲۵\end{bmatrix},\quad \alpha_{۱}=۰\rightarrow h_{۱}=g(x^{(۰)}-\alpha_{۱}z)=۰/۵۱۴۷$$

$$\alpha_{۲}=۱\rightarrow h_{۲}=g(x^{(۰)}-\alpha_{۲}z)=g(\begin{bmatrix}۲\\۲\end{bmatrix}-\begin{bmatrix}-۰/۶۴۷۰\\-۰/۷۶۲۵\end{bmatrix})=g(\begin{bmatrix}۲/۶۴۷۰\\۲/۷۶۲۵\end{bmatrix})=۱۶/۱۱۳۴>h_{۱}$$

$$\alpha_{۲}=۰/۵\rightarrow h_{۲}=g(x^{(۰)}-\alpha_{۲}z)=g(\begin{bmatrix}۲\\۲\end{bmatrix}-۰/۵\begin{bmatrix}-۰/۶۴۷۰\\-۰/۷۶۲۵\end{bmatrix})=g(\begin{bmatrix}۲/۳۲۳۵\\۲/۳۸۱۲\end{bmatrix})=۲/۱۵۹۱>h_{۱}$$

$$\alpha_{۲}=۰/۲۵\rightarrow h_{۲}=g(x^{(۰)}-\alpha_{۲}z)=g(\begin{bmatrix}۲\\۲\end{bmatrix}-۰/۲۵\begin{bmatrix}-۰/۶۴۷۰\\-۰/۷۶۲۵\end{bmatrix})=g(\begin{bmatrix}۲/۱۶۱۷\\۲/۱۹۰۶\end{bmatrix})=۰/۱۰۹۷<h_{۱}$$

$$\alpha_{۲}=۰/۱۲۵\rightarrow h_{۲}=g(x^{(۰)}-\alpha_{۲}z)=g(\begin{bmatrix}۲\\۲\end{bmatrix}-۰/۱۲۵\begin{bmatrix}-۰/۶۴۷۰\\-۰/۷۶۲۵\end{bmatrix})=g(\begin{bmatrix}۲/۰۸۰۹\\۲/۰۹۵۳\end{bmatrix})=۰/۰۴۱۷<h_{۱}$$

$$h=h_{۱}+\frac{\Delta h_{۱}}{۱!h}(\alpha-\alpha_{۱})+\frac{\Delta^{2}h_{1}}{۲!h^{۲}}(\alpha-\alpha_{۱})(\alpha-\alpha_{۲})\quad \Delta h_{۱}=h_{۲}-h_{۱}=-۰/۴۷۳۰\ ,\ h=۰/۱۲۵$$

$$\Delta^{۲}h_{۱}=h_{۳}-۲h_{۲}+h_{۱}=۰/۵۴۰۹\rightarrow h=۰/۵۱۴۷-۳/۷۸۴۰(\alpha-۰)+۱۷/۳۰۸۸(\alpha-۰)(\alpha-۰/۱۲۵)$$

$$h'(\alpha)=۰\rightarrow -۳/۷۸۴۰+۳۴/۶۱۷۶\alpha-۲/۱۶۳۶=۰\rightarrow \hat{\alpha}=۰/۱۷۱۸$$

$$x^{(۱)}=x^{(۰)}-\hat{\alpha}z=\begin{bmatrix}۲/۱۱۱۲\\۲/۱۳۱۰\end{bmatrix}$$

$$i=۱:\ J=\begin{bmatrix}۰/۳۴۴۱ & ۴/۲۶۲۰\\۴/۲۲۲۳ & -۰/۳۴۲۵\end{bmatrix},F=\begin{bmatrix}-۰/۰۰۵۹\\-۰/۰۰۲۸\end{bmatrix}\rightarrow g=f_{۱}^{۲}+f_{۲}^{۲}=۰/۰۰۰۰۴\,,$$

$$\nabla g=۲J^{T}F=۲\begin{bmatrix}۰/۳۴۴۱ & ۴/۲۲۲۳\\۴/۲۶۲۰ & -۰/۳۴۲۵\end{bmatrix}\begin{bmatrix}-۰/۰۰۵۹\\-۰/۰۰۲۸\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-۰/۰۲۷۹\\-۰/۰۴۸۱\end{bmatrix}\rightarrow\|\nabla g\|_{۲}=۰/۰۵۵۶\rightarrow$$

$$z=\frac{\nabla g}{\|\nabla g\|_{۲}}=\begin{bmatrix}-۰/۵۰۱۱\\-۰/۸۶۵۴\end{bmatrix},\quad \alpha_{۱}=۰\rightarrow h_{۱}=g(x^{(۱)}-\alpha_{۱}z)=۰/۰۰۰۰۴$$

$$\alpha_{۲}=۱\rightarrow h_{۲}=g(x^{(۱)}-\alpha_{۲}z)=g(\begin{bmatrix}۲/۱۱۱۲\\۲/۱۳۱۰\end{bmatrix}-\begin{bmatrix}-۰/۵۰۱۱\\-۰/۸۶۵۴\end{bmatrix})=g(\begin{bmatrix}۲/۶۱۲۳\\۲/۹۹۶۴\end{bmatrix})=۲۵/۴۹۰۲>h_{۱}$$

$$\alpha_{۲}=۰/۵\rightarrow h_{۲}=g(x^{(۱)}-\alpha_{۲}z)=g(\begin{bmatrix}۲/۱۱۱۲\\۲/۱۳۱۰\end{bmatrix}-۰/۵\begin{bmatrix}-۰/۵۰۱۱\\-۰/۸۶۵۴\end{bmatrix})=g(\begin{bmatrix}۲/۳۶۱۷\\۲/۵۶۳۷\end{bmatrix})=۵/۴۰۲۷>h_{۱}$$

$$\alpha_{۲}=۰/۲۵\rightarrow h_{۲}=g(x^{(۱)}-\alpha_{۲}z)=g(\begin{bmatrix}۲/۱۱۱۲\\۲/۱۳۱۰\end{bmatrix}-۰/۲۵\begin{bmatrix}-۰/۵۰۱۱\\-۰/۸۶۵۴\end{bmatrix})=g(\begin{bmatrix}۲/۲۳۶۴\\۲/۳۴۷۳\end{bmatrix})=۱/۲۳۱۵>h_{۱}$$

$$\alpha_{۲}=۰/۱۲۵\rightarrow h_{۲}=g(x^{(۱)}-\alpha_{۲}z)=g(\begin{bmatrix}۲/۱۱۱۲\\۲/۱۳۱۰\end{bmatrix}-۰/۱۲۵\begin{bmatrix}-۰/۵۰۱۱\\-۰/۸۶۵۴\end{bmatrix})=g(\begin{bmatrix}۲/۱۷۳۸\\۲/۲۳۹۲\end{bmatrix})=۰/۲۹۰۸>h_{۱}$$

$$\alpha_{۲}=۰/۰۶۲۵\rightarrow h_{۲}=g(x^{(۱)}-\alpha_{۲}z)=g(\begin{bmatrix}۲/۱۱۱۲\\۲/۱۳۱۰\end{bmatrix}-۰/۰۶۲۵\begin{bmatrix}-۰/۵۰۱۱\\-۰/۸۶۵۴\end{bmatrix})=g(\begin{bmatrix}۲/۱۴۲۵\\۲/۱۸۵۱\end{bmatrix})=۰/۰۶۹۳>h_{۱}$$

$$\alpha_{۲}=۰/۰۳۱۳\rightarrow h_{۲}=g(x^{(۱)}-\alpha_{۲}z)=g(\begin{bmatrix}۲/۱۱۱۲\\۲/۱۳۱۰\end{bmatrix}-۰/۰۳۱۳\begin{bmatrix}-۰/۵۰۱۱\\-۰/۸۶۵۴\end{bmatrix})=g(\begin{bmatrix}۲/۱۲۶۸\\۲/۱۵۸۱\end{bmatrix})=۰/۰۱۶۳>h_{۱}$$

$$\alpha_{۲}=۰/۰۱۵۶\rightarrow h_{۲}=g(x^{(۱)}-\alpha_{۲}z)=g(\begin{bmatrix}۲/۱۱۱۲\\۲/۱۳۱۰\end{bmatrix}-۰/۰۱۵۶\begin{bmatrix}-۰/۵۰۱۱\\-۰/۸۶۵۴\end{bmatrix})=g(\begin{bmatrix}۲/۱۱۹۰\\۲/۱۴۴۵\end{bmatrix})=۰/۰۰۳۶>h_{۱}$$

$$\alpha_{۲}=۰/۰۰۷۸\rightarrow h_{۲}=g(x^{(۱)}-\alpha_{۲}z)=g(\begin{bmatrix}۲/۱۱۱۲\\۲/۱۳۱۰\end{bmatrix}-۰/۰۰۷۸\begin{bmatrix}-۰/۵۰۱۱\\-۰/۸۶۵۴\end{bmatrix})=g(\begin{bmatrix}۲/۱۱۵۱\\۲/۱۳۷۷\end{bmatrix})=۰/۰۰۰۷>h_{۱}$$

$$\alpha_۳ = ۰/۰۰۳۹ \rightarrow h_۳ = g(x^{(۱)} - \alpha_۳ z) = g(\begin{bmatrix} ۲/۱۱۱۲ \\ ۲/۱۳۱۰ \end{bmatrix} - ۰/۰۰۳۹ \begin{bmatrix} -۰/۵۰۱۱ \\ -۰/۸۶۵۴ \end{bmatrix}) = g(\begin{bmatrix} ۲/۱۱۳۱ \\ ۲/۱۳۴۴ \end{bmatrix}) = ۰/۰۰۰۱ > h_۱$$

$$\alpha_۳ = ۰/۰۰۲۰ \rightarrow h_۳ = g(x^{(۱)} - \alpha_۳ z) = g(\begin{bmatrix} ۲/۱۱۱۲ \\ ۲/۱۳۱۰ \end{bmatrix} - ۰/۰۰۲۰ \begin{bmatrix} -۰/۵۰۱۱ \\ -۰/۸۶۵۴ \end{bmatrix}) = g(\begin{bmatrix} ۲/۱۱۲۲ \\ ۲/۱۳۲۷ \end{bmatrix}) = ۰/۰۰۰۰۰۴ < h_۱$$

$$\alpha_۲ = ۰/۰۰۱۰ \rightarrow h_۲ = g(x^{(۱)} - \alpha_۲ z) = g(\begin{bmatrix} ۲/۱۱۱۲ \\ ۲/۱۳۱۰ \end{bmatrix} - ۰/۰۰۱۰ \begin{bmatrix} -۰/۵۰۱۱ \\ -۰/۸۶۵۴ \end{bmatrix}) = g(\begin{bmatrix} ۲/۱۱۱۷ \\ ۲/۱۳۱۹ \end{bmatrix}) = ۰/۰۰۰۰۰۵$$

$$h = h_۱ + \frac{\Delta h_۱}{۱!h}(\alpha - \alpha_۱) + \frac{\Delta^2 h_1}{۲!h^۲}(\alpha - \alpha_۱)(\alpha - \alpha_۲) \quad \Delta h_۱ = h_۲ - h_۱ = -۰/۵۱۴۷ \;,\; h = ۰/۰۰۱$$

$$\Delta^۲ h_۱ = h_۳ - ۲h_۲ + h_۱ = ۰/۵۱۴۷ \rightarrow h = ۰/۰۰۰۰۴ - ۵۱۴/۷(\alpha - ۰) + ۲۵۷۳۶۰(\alpha - ۰)(\alpha - ۰/۰۰۱)$$

$$h'(\alpha) = ۰ \rightarrow -۵۱۴/۷ + ۵۱۴۷۱۰\alpha - ۲۵۷/۳۶۰ = ۰ \rightarrow \hat{\alpha} = ۰/۰۰۱۵$$

$$x^{(۲)} = x^{(۱)} - \hat{\alpha} z = \begin{bmatrix} ۲/۱۱۱۲ \\ ۲/۱۳۱۰ \end{bmatrix} - ۰/۰۰۱۵ \begin{bmatrix} -۰/۵۰۱۱ \\ -۰/۸۶۵۴ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ۲/۱۱۱۹ \\ ۲/۱۳۲۳ \end{bmatrix}$$

پس از دو مرحله به دقت دو رقم اعشار رسیده ایم.