

جواب تمرین سری اول

۱- مسئله ۷ از فصل ۱ کتاب روشهای محاسبات عددی

$$(e', 22000) \rightarrow Q_1 - Q \simeq 26/47 \rightarrow r = \frac{Q_1 - Q}{Q} \simeq 0/0012 \rightarrow \text{percent error} \simeq 0/12\%$$

$$(A!, 39900) \rightarrow Q_1 - Q \simeq 420 \rightarrow r = \frac{Q_1 - Q}{Q} \simeq 0/0104 \rightarrow \text{percent error} \simeq 1/04\%$$

۲- مسئله ۱۸ از فصل ۱ کتاب روشهای محاسبات عددی

این مسئله با توجه به شرایط ذیل :

مقادیر x که عبارتند از $\sqrt{2}$ و $6/3$ که سبب می شود که برای بسط تیلور تابع داده شده صورت جملات کاهش یابد، بایستی بسط را به ترتیب حول مقادیر ۱ یا ۲، ۶ یا ۷ محاسبه کنیم که بسیار دشوار است. لذا برای دانشجو نمره آن امتیازی خواهد بود.

۳- مسئله ۱ فقط تابع ۲۸ و ۳۸ از فصل ۲ کتاب روشهای محاسبات عددی

$$f_{r8}(x) = \cos(x) - \sqrt{x}$$

برای بازه $[0, 2]$ داریم :

$$f(0) = 1, f(2) = -1/83 \quad f'(x) = -\sin(x) - \frac{1}{\sqrt{x}}$$

تابع همواره پیوسته است بنا بر قضیه بولتزانو حداقل یک ریشه در بازه فوق دارد. همچنین بنابر قضیه ۲ چون تابع پیوسته و یکنوا است. در این بازه حداکثر یک ریشه دارد. لذا حتما یک ریشه دارد. چون مشتق تابع همواره منفی است و $f(2)$ هم منفی است برای $x > 2$ هیچ ریشه ای وجود ندارد.

$$f_{r8}(x) = x^3 + 3x - 1$$

تعداد تغییر علامت ضرایب یک است. پس یک ریشه مثبت دارد. برای $f_{r8}(x) = -x^3 - 3x - 1$ تغییر علامت نداریم. پس معادله اصلی ریشه منفی ندارد. چون ضریب ثابت صفر نیست، ریشه صفر ندارد و دو ریشه دیگر مختلط هستند. ریشه کسری آن بنا بر قضیه مربوطه فقط می تواند ۱ یا -۱ باشد که هر دو در آن صدق نمی کند. برای بازه $[0, 1]$ داریم :

$$f(0) = -1, f(2) = 3 \quad f'(x) = 3x^2 + 3 > 0$$

تابع همواره پیوسته است بنا بر قضیه بولتزانو حداقل یک ریشه در بازه فوق دارد. همچنین بنابر قضیه ۲ چون تابع پیوسته و یکنوا است. در این بازه حداکثر یک ریشه دارد. لذا حتما یک ریشه دارد.

۴- سوال ۵۵ از فصل ۲ کتاب روشهای محاسبات عددی

$$f(x) = e^{-x} - \text{tg}(x) \quad x_1 = 1 \rightarrow f(1) = -1/1895, \quad x_1 = 0/7 \rightarrow f(0/7) = -0/3457$$

$$x_1 = 1, \quad x_1 = 0/7 \rightarrow x_2 = 0/5771 \rightarrow x_2 = 0/5342 \rightarrow x_2 = 0/5314 \rightarrow x_2 = 0/5314$$

بعد از ۵ مرحله اختلاف بین دو مقدار متوالی کمتر از $0/0005$ و صفر است و سه رقم اعشار دقت دارد. پس با دقت ۳ رقم اعشار برابر $0/531$ است.

دستور roots برای چندجمله ای سوال ۳ بکار می رود :

roots([1 0 3 -1])

ans =

$$-0.1611 + 1.7544i$$

$$-0.1611 - 1.7544i$$

$$0.3222 + 0.0000i$$

در مقایسه با نتایج سوال ۳، مشخص می شود که نتایج تطابق دارد.

دستور fsolve برای همه معادلات بکار می رود :

```
x = fsolve(@(x) cos(x)-sqrt(x),[1 2],optimoptions('fsolve','Display','off'))  
x =
```

0.6417

در مقایسه با نتایج سوال ۳ ، مشخص می شود که نتایج تطابق دارد.

```
x = fsolve(@(x) exp(-x)-tan(x),[0.7 1],optimoptions('fsolve','Display','off'))  
x =
```

0.5314

در مقایسه با نتایج سوال ۴ ، مشخص می شود که دقت نتایج همان سه رقم اعشار بوده است.