پاسخ کوییز دوم گروه ۲

۱- $y' = xy = f(x,y)\ ,\ y(۰) = ۱ = y_۰\ ,\ [۰\ ,\ ۰/۲]\ ,\ h = ۰/۱$

چون در این روش خطا برابر $۳h^۳ = ۰/۰۰۳$ است، پس نتیجه از دقت ۲ رقم اعشار برخوردار بوده و محاسبات میانی را با سه رقم اعشار انجام می دهیم :

$$y_۱ = y_۰ + \frac{h}{۲}[f(x_۰,y_۰) + f(x_۱, y_۰ + hf(x_۰,y_۰))] = ۱ + ۰/۰۵[۰ + f(۰/۱, ۱ + ۰/۱(۰))]$$

$$y_۱ = y(۰/۱) = ۱ + ۰/۰۵[۰ + /۱] = ۱/۰۰۵\ ,\ y_۲ = y_۱ + \frac{h}{۲}[f(x_۱,y_۱) + f(x_۲, y_۱ + hf(x_۱,y_۱))]$$

$$y_۲ = ۱/۰۰۵ + ۰/۰۵[۰/۱۰۱ + f(۰/۲, ۱/۰۰۵ + ۰/۱(۰/۱۰۱))] = ۱/۰۰۵ + ۰/۰۵[۰/۱۰۱ + ۰/۲۰۳]$$

$$y_۲ = y(۰/۲) = ۱/۰۲۰$$

۲-

$$H_۲(x) = ۲!\sum_{m=۰}^{۱} \frac{(-۱)^m}{m!(۲-۲m)!}(۲x)^{۲-۲m} = ۲[\frac{۱}{۲}(۴x^۲) - ۱] = ۲(۲x^۲ - ۱) = ۰ \rightarrow x_۱ = \frac{-۱}{\sqrt{۲}}\ ,\ x_۲ = \frac{۱}{\sqrt{۲}}$$

$$H_۱(x) = \sum_{m=۰}^{۰} \frac{(-۱)^m}{m!(۱-۲m)!}(۲x)^{۱-۲m} = ۲x\ ,\ \omega_۱ = \frac{۴\sqrt{\pi}}{۴[H_۱(x_۱)]^۲} = \frac{\sqrt{\pi}}{(\frac{-۲}{\sqrt{۲}})^۲} = \frac{\sqrt{\pi}}{۲}$$

$$\omega_۲ = \frac{۴\sqrt{\pi}}{۴[H_۱(x_۲)]^۲} = \frac{\sqrt{\pi}}{(\frac{۲}{\sqrt{۲}})^۲} = \frac{\sqrt{\pi}}{۲}\ ,\ \int_{-\infty}^{\infty} f(x)e^{-x^۲}dx \simeq \frac{\sqrt{\pi}}{۲}f(\frac{-۱}{\sqrt{۲}}) + \frac{\sqrt{\pi}}{۲}f(\frac{۱}{\sqrt{۲}})$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} x^۴e^{-x^۲}dx \simeq \frac{\sqrt{\pi}}{۲}(\frac{۱}{۴}) + \frac{\sqrt{\pi}}{۲}(\frac{۱}{۴}) = \frac{\sqrt{\pi}}{۴} = ۰/۴۴\ ,\ E = \frac{۲\sqrt{\pi}}{۴}\frac{f^{(۴)}(\varepsilon)}{(۴)!}\ ,\ f^{(۴)}(x) = ۲۴$$

$$E = \frac{\sqrt{\pi}}{۲} = ۰/۸۸$$

نتیجه انتگرال حتی از ذقت یک رقم اعشار برخوردار نبوده و رقم یکان آن نیز دقتی ندارد.