

مکانیک خاکهای غیر اشباع

جریان در خاکهای اشباع چند جزئی

Unsaturated soils

Hasan Ghasemzadeh

معادلات حاکم بر خاکهای اشباع چند جزئی

معادلات حاکم بر یک سیستم شامل چهار دسته ذیل می باشند:

۱- بقای جرم

۲- بقای ممنتوم (تکانه خطی و تکانه زاویه ای)

۳- بقای انرژی

۴- انتروپی

در خاک غیر اشباع معادلات حاکم بر فازها و سطح مشترک فازها نوشته می شوند

حرکت در سه سطح مولکولی، میکروسکوپی و ماکروسکوپی وجود دارد

معمولا فازها در خاک غیر اشباع شامل خاک، آب و هوا می باشند. نفت و گاز نیز می تواند به سیستم اضافه شوند

معادلات حاکم بر حاکمهای اشباع چندجزئی

معادلات حاکم بر سیستم شامل به روش های مختلفی نوشته شده اند:

۱- تئوری مخلوط ها (Theory of mixtures: Truesdell and Toupin(1960)

در تمام نقاط تمام فازها وجود دارند
در مقیاس میکروسکوپی معمولاً استفاده می شود

معادلات حاکم بر حاکمهای اشباع چندجزئی

۲- میانگین گیری حجمی محلی (Local volume averaging
Anderson & Jackson 1967; Hassanizadeh and Gray(1989)

حجم میانگین گیری با طول مشخصه معین D ($l \ll D \ll L$) وجود دارد
که مشخصات حجمی فازها و سطوح تماس با تغییرات کمی در
اندازه حجم میانگین گیری عملاً ثابت می ماند

$l=50$ sands and $l=1$ micrometer in clay, whereas, $L=1$ cm

در مقیاس ماکروسکوپی معمولاً استفاده می شود

معادلات حاکم بر خاکهای اشباع چندجزئی

Macroscale Balance equations

Mass balance

$$\varepsilon^\alpha \frac{D^\alpha \rho^\alpha}{Dt} + \rho^\alpha \frac{D^\alpha \varepsilon^\alpha}{Dt} + \rho^\alpha \varepsilon^\alpha \nabla \cdot \mathbf{v}^\alpha = \sum_{\beta \neq \alpha} \hat{e}_{\alpha\beta}^\alpha$$

$$D^\alpha / Dt = \partial / \partial t + \mathbf{v}^\alpha \cdot \nabla$$

تعریف مشتق مادی

\mathbf{v}^α سرعت فاز α

ε^α درصد حجم فاز α

ρ^α جرم حجمی فاز α

$\hat{e}_{\alpha\beta}^\alpha$ نرخ انتقال جرم از فصل مشترک $\alpha\beta$ به فاز α

Gray & Hassanizadeh 1991

معادلات حاکم بر خاکهای اشباع چندجزئی

Macroscale Balance equations

Momentum, Energy, entropy

$$\varepsilon^\alpha \rho^\alpha \frac{D^\alpha \psi^\alpha}{Dt} - \nabla \cdot (\varepsilon^\alpha \mathbf{i}^\alpha) - \varepsilon^\alpha \rho^\alpha f^\alpha = \sum_{\beta \neq \alpha} \hat{I}_{\alpha\beta}^\alpha + \Psi^\alpha$$

Equation	ψ^α	\mathbf{i}^α	f^α	$\hat{I}_{\alpha\beta}^\alpha$	Ψ^α
Momentum	\mathbf{v}^α	\mathbf{t}^α	\mathbf{g}	$\hat{\mathbf{T}}_{\alpha\beta}^\alpha$	0
Internal energy	E^α	\mathbf{q}^α	h^α	$\hat{Q}_{\alpha\beta}^\alpha$	0
Entropy	η^α	φ^α	b^α	$\hat{\Phi}_{\alpha\beta}^\alpha$	Λ^α

ψ^α خاصیت فاز α $\hat{I}_{\alpha\beta}^\alpha$ نرخ انتقال ψ^α از فصل مشترک $\alpha\beta$ به فاز α

\mathbf{i}^α انتشار ψ^α Ψ^α نرخ تولید خاصیت ψ^α

f^α منبع ψ^α

بطور مشابه می توان برای سطوح مرزی و فصل مشترک ها نیز معادلات مربوطه را نوشت

Gray & Hassanizadeh 1991

جریان درحاکهای اشباع چندجزئی

Rates of Entropy Production

(Darcy's Law)	$v_i = -k_{ij} \frac{\partial h}{\partial x_j}$	$\frac{k_{ij}}{T} \left(\frac{\partial h}{\partial x_j} \right)^2$	جریان سیالات
(Fick's Law)	$f_i = -D_{ij} \frac{\partial C}{\partial x_j}$	$\frac{D_{ij}}{T} \left(\frac{\partial C}{\partial x_j} \right)^2$	جریان مواد شیمیایی - جریان یونها
(Fourier's Law)	$h_i = -\frac{c_{ij}}{T} \frac{\partial T}{\partial x_j}$	$\frac{c_{ij}}{T^2} \left(\frac{\partial T}{\partial x_j} \right)^2$	جریان حرارت
(Ohm's Law)	$i_i = -R_{ij} \frac{\partial V}{\partial x_j}$	$\frac{R_{ij}}{T} \left(\frac{\partial v}{\partial x_j} \right)^2$	جریان الکتریسیته
(Hooke's Law)	$\sigma_{ij} = D_{ijkl} \varepsilon_{kl} \quad i, j, k, l = 1, 2, 3$		تنش و تغییر شکل

Irreversible Thermodynamics

1) Each transport flux depends linearly on all generalized thermodynamic forces

$$\begin{aligned}
 J_1 &= L_{11} X_1 + L_{12} X_2 + L_{13} X_3 + \dots L_{1n} X_n, \\
 J_2 &= L_{21} X_1 + L_{22} X_2 + L_{23} X_3 + \dots L_{2n} X_n, \\
 J_3 &= L_{31} X_1 + L_{32} X_2 + L_{33} X_3 + \dots L_{3n} X_n, \\
 &\vdots \\
 J_n &= L_{n1} X_1 + L_{n2} X_2 + L_{n3} X_3 + \dots L_{nn} X_n.
 \end{aligned}$$

2) The Onsager matrix of kinetic coefficients $[L_{ik}]$ is comprised of diagonal terms $[L_{ii}]$

Onsager's reciprocity theorem (1931) $\longrightarrow L_{ik} = L_{ki}$

3) Each of the thermodynamic forces dissipates free energy and produces entropy

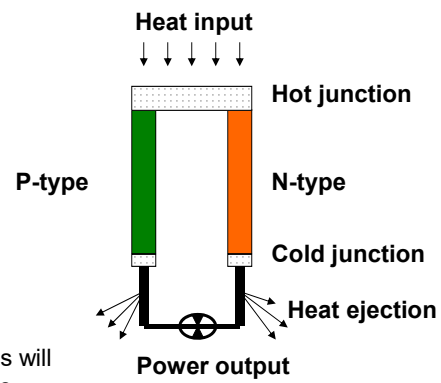
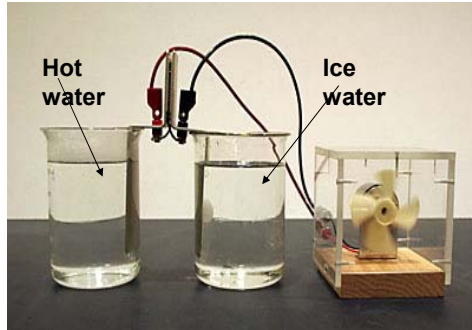
$$T \left(\frac{dS}{dT} \right) = \sum J_i X_i$$

Dr. Hasan Ghasseminzadeh 8

اثرات نیروهای مختلف

Seebeck effect (Thermoelectricity):

حرارت سبب تولید جریان الکتریکی می شود.



Metal plates in two different temperature baths will generate 10mV/degree temperature difference

$$dV = (S_A - S_B)dT$$

S_A, S_B - Seebeck coefficients of materials

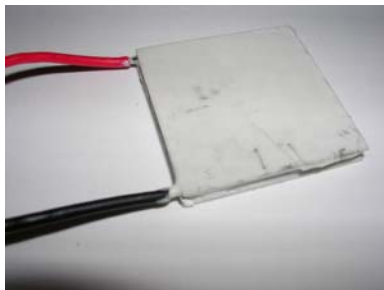
Dr. Hasan Ghasemzadeh

9

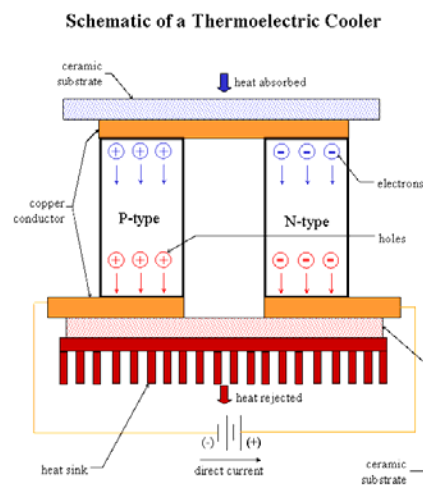
اثرات نیروهای مختلف

The Peltier effect

برق سبب تولید جریان حرارتی می شود.



Thermoelectric heat pumps that will produce a temperature gradient that is proportional to an applied current.



Dr. Hasan Ghasemzadeh

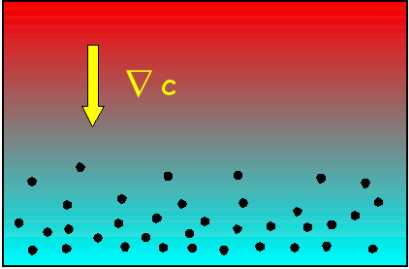

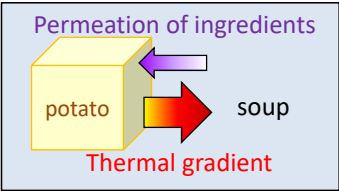
10

اثرات نیروهای مختلف

حرارت سبب تولید جریان ذرات شیمیایی می شود.

Soret Effect (Thermophoresis)

flux of matter generated by a temperature gradient

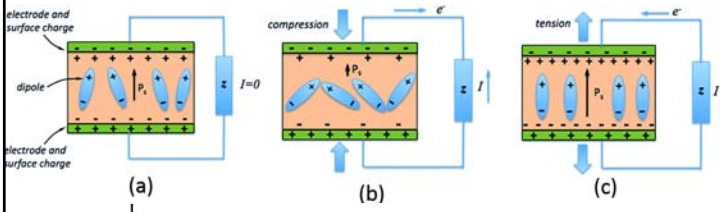

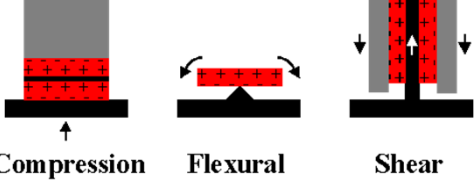
Dufour effect: the energy flux due to a mass concentration gradient

Dr. Hasan Ghasemzadeh 11

اثرات نیروهای مختلف

تنش سبب تولید جریان الکتریکی می شود.

Piezoelectric Effect:
accumulation of electric charge in response to an applied stress

Load cell or train gauge
تغییر مقاومت الکتریکی در اثر بار

Displacement of electrical charge due to the deflection of the lattice (as naturally piezoelectric quartz crystal)

Dr. Hasan Ghasemzadeh

جریان در حکمای اشباع جزئی

Thermodynamic Force (Gradient of Potential)				
Hydraulic head	Temperature	Electrical	Chemical concentration	Stress

جریان تنیده و اثرات نیروهای مختلف

Thermodynamic Force (Gradient of Potential)					
Fluxes J	Hydraulic head	Temperature	Electrical	Chemical concentration	Stress
Fluid	Hydraulic conduction <i>Darcy's law</i>	Thermo-osmosis Density changes	Electro-osmosis	Chemical osmosis Density change	Consolidation or Swelling Fracture closure
Heat	Isothermal heat transfer	Thermal conduction <i>Fourier's law</i>	<i>Peltier effect</i>	<i>Dofour effect</i>	Fully coupled thermoelastcity Phase change
Current	Streaming current	Thermoelectricity <i>Seebeck effect</i>	Electric conduction <i>Ohm's law</i>	Diffusion potential and membrane potential	Piezoelectricity
Ion	Streaming current	Thermal diffusion of electrolyte <i>Soret effect</i>	Electrophoresis	Diffusion <i>Fick's law</i>	Dissolution/precipitation
Strain	Swelling or Consolidation Fracture opening (effective stress changing)	Thermal expansion Density changes	Piezoelectricity	Dissolution and precipitate Consolidation (double-layer contraction)	Constitutive law <i>Hook's law</i> Elasto-Visco-Plastic
The Thomson effect is an extension of the Peltier–Seebeck model (Seebeck coefficient is not constant in temperature)					

