

# مکانیک خاکهای غیر اشباع انتشار موج

Unsaturated soils  
Wave Propagation

Hasan Ghasemzadeh

<http://wp.kntu.ac.ir/ghasemzadeh>

معرفی  
معادلات حاکم بر محیط متخلخل غیر اشباع  
امواج حجمی  
بررسی امواج سطحی

## معادلات حاکم بر محیط متخلخل غیراشباع - روابط تنش-گرنش

در محیط متخلخل ایزوتropیک خطی با گرنش‌های بسیار کوچک، شرایط ایزوترمal و غیرقابل تراکم بودن دانه‌های جامد، روابط تنش-گرنش در محیط متخلخل شامل یک فاز جامد و دو فاز سیال بصورت زیر نوشته می‌شود (Conte et al., 2009)

$$\begin{aligned}\sigma &= \mu_m (\nabla \mathbf{u}_s + \nabla^T \mathbf{u}_s) + H \mathbf{I} \nabla \cdot \mathbf{u}_s + \phi_{f1} [\chi L + (1-\chi) C] \mathbf{I} \nabla \cdot \mathbf{u}_{f1} \\ &\quad + \phi_{f2} [\chi C + (1-\chi) N] \mathbf{I} \nabla \cdot \mathbf{u}_{f2} \\ p_{f1} &= W \nabla \cdot \mathbf{u}_s - \phi_{f1} L \nabla \cdot \mathbf{u}_{f1} - \phi_{f2} C \nabla \cdot \mathbf{u}_{f2} \\ p_{f2} &= M \nabla \cdot \mathbf{u}_s - \phi_{f1} C \nabla \cdot \mathbf{u}_{f1} - \phi_{f2} N \nabla \cdot \mathbf{u}_{f2}\end{aligned}$$

که در آن •

$$\phi_{f1} = \phi S_{f1} \quad \phi_{f2} = \phi (1 - S_{f1})$$

Ghasemzadeh H., Abounouri A.A., 2013, Compressional and shear wave intrinsic attenuation and velocity in partially saturated soils, Soil Dynamics Earthquake Eng., 51, page:1-8

3

## معادلات حاکم بر محیط متخلخل غیراشباع - روابط تنش-گرنش

$$H = 2a_s \mu_m - \chi W - (1-\chi)M$$

تعريف پارامترها •

$$W = -\frac{K_{f1}A}{D} + \phi_{f1}L + \phi_{f2}C$$

$$M = -\frac{K_{f2}B}{D} + \phi_{f1}C + \phi_{f2}N \quad N = \frac{K_{f2} [\phi_{f1}m_1^s + K_{f1}(m_1^s m_2^{f1} - m_2^s m_1^{f1})]}{D}$$

$$L = \frac{K_{f1} [\phi_{f2}m_1^s + K_{f2}(m_1^s m_2^{f1} - m_2^s m_1^{f1})]}{D} \quad C = \frac{K_{f1} K_{f2} (m_1^s m_2^{f1} - m_2^s m_1^{f1})}{D}$$

$$B = \phi_{f1}m_1^{f2} + K_{f1}(m_1^s m_2^{f1} - m_2^s m_1^{f1}) \quad A = \phi_{f2}m_1^{f1} + K_a(m_1^s m_2^{f1} - m_2^s m_1^{f1})$$

$$D = (m_1^s m_2^{f1} - m_2^s m_1^{f1})(\phi_{f2}K_{f1} + \phi_{f1}K_{f2}) + \phi_{f2}\phi_{f1}m_1^s$$

$$a_s = \frac{\nu}{1-2\nu}$$

$$m_1^s = m_1^{f1} + m_1^{f2}$$

$$\text{Dr. } m_2^s = m_2^{f1} + m_2^{f2}$$

$$\chi = m_2^s / m_1^s$$

4

### معادلات حاکم بر محیط متخلخل غیراشباع – بقای تکانه

• معادله مومنتوم خطی نشان دهنده برقراری تعادل نیروها در یک حجم اولیه از محیط:

$$\nabla \cdot \sigma - \rho_s(1-\phi)\partial_t^2 \mathbf{u}_s - \rho_w\phi_{f1}\partial_t^2 \mathbf{u}_{f1} - \rho_a\phi^{f2}\partial_t^2 \mathbf{u}_{f2} = 0$$

• معادله مومنتوم مومنتوم فازهای سیال اول و دوم:

$$\phi_{f1}\rho_{f1}\partial_t^2 \mathbf{u}_{f1} = -\phi_{f1}\nabla p_{f1} + (\tau_{f1}-1)\phi_{f1}\rho_{f1}\partial_t^2(\mathbf{u}_s - \mathbf{u}_{f1}) + b_{f1}\partial_t(\mathbf{u}_s - \mathbf{u}_{f1})$$

$$\phi_{f2}\rho_{f2}\partial_t^2 \mathbf{u}_{f2} = -\phi_{f2}\nabla p_{f2} + (\tau_{f2}-1)\phi_{f2}\rho_{f2}\partial_t^2(\mathbf{u}_s - \mathbf{u}_{f2}) + b_{f2}\partial_t(\mathbf{u}_s - \mathbf{u}_{f2})$$

$$b_{f1} = \frac{\phi_{f1}^2 \rho_{f1} g}{k_{f1}}$$

$$b_{f2} = \frac{\phi_{f2}^2 \rho_{f2} g}{k_{f2}}$$

Dr. Hasan Ghasemzadeh

5

### معادلات حاکم بر محیط متخلخل غیراشباع – معادلات انتشار امواج

• با توجه به معادلات مومنتوم و روابط تنش-کرنش، معادلات انتشار امواج

در محیط اشباع از دو سیال بدست می‌آید:

$$\begin{aligned} & \zeta \nabla \nabla \cdot \mathbf{u}_s - G(\nabla \nabla \cdot \mathbf{u}_s - \nabla^2 \mathbf{u}_s) + \zeta \nabla \nabla \cdot \mathbf{u}_{f1} + \xi \nabla \nabla \cdot \mathbf{u}_{f2} - (\tau_{f1}-1)\phi_{f1}\rho_{f1}\partial_t^2(\mathbf{u}_s - \mathbf{u}_{f1}) \\ & - (\tau_{f2}-1)\phi_{f2}\rho_{f2}\partial_t^2(\mathbf{u}_s - \mathbf{u}_{f2}) - b_{f1}\partial_t(\mathbf{u}_s - \mathbf{u}_{f1}) - b_{f2}\partial_t(\mathbf{u}_s - \mathbf{u}_{f2}) - \rho_s(1-\phi)\partial_t^2 \mathbf{u}_s = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & -\phi_{f2} M \nabla \nabla \cdot \mathbf{u}_s + (\phi_{f2})^2 N \nabla \nabla \cdot \mathbf{u}_{f2} + \phi_{f1}\phi_{f2} C \nabla \nabla \cdot \mathbf{u}_{f1} \\ & + (\tau_{f2}-1)\phi_{f2}\rho_{f2}\partial_t^2(\mathbf{u}_s - \mathbf{u}_{f2}) + b_{f2}\partial_t(\mathbf{u}_s - \mathbf{u}_{f2}) - \phi_{f2}\rho_{f2}\partial_t^2 \mathbf{u}_s = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & -\phi_{f1} W \nabla \nabla \cdot \mathbf{u}_s + (\phi_{f1})^2 L \nabla \nabla \cdot \mathbf{u}_{f1} + \phi_{f1}\phi_{f2} C \nabla \nabla \cdot \mathbf{u}_{f2} \\ & + (\tau_{f1}-1)\phi_{f1}\rho_{f1}\partial_t^2(\mathbf{u}_s - \mathbf{u}_{f1}) + b_{f1}\partial_t(\mathbf{u}_s - \mathbf{u}_{f1}) - \phi_{f1}\rho_{f1}\partial_t^2 \mathbf{u}_s = 0 \end{aligned}$$

که در آن:

$$\zeta = H + 2\mu_m + W\phi_{f1} + M\phi_{f2} \quad \zeta = \phi_{f1} [\chi L + (1-\chi)C] - (\phi_{f1})^2 L - \phi_{f1}\phi_{f2} C$$

$$\xi = \phi_{f2} [\chi C + (1-\chi)N] - (\phi_{f2})^2 N - \phi_{f1}\phi_{f2} C$$

6

### معادلات حاکم بر محیط متخلخل غیراشباع – حل معادلات انتشار امواج

- بردار جابه‌جایی فاز‌جامد و فاز‌های سیال اول و دوم را می‌توان بر حسب پتانسیل موج فشاری و پتانسیل موج برشی بصورت زیر تجزیه کرد:

$$\mathbf{u}_s = \nabla \Phi_s + \nabla \times \Psi_s$$

$$\mathbf{u}_{f1} = \nabla \Phi_{f1} + \nabla \times \Psi_{f1}$$

$$\mathbf{u}_{f2} = \nabla \Phi_{f2} + \nabla \times \Psi_{f2}$$

- با جایگذاری تجزیه در نظر گرفته شده، برای معادلات امواج فشاری و برشی سیستم معادلات دیفرانسیل جزیی بدست می‌آید
- با بکارگیری تبدیل فوریه معادلات جزیی به معادلات دیفرانسیل معمولی تبدیل می‌شوند.

Dr. Hasan Ghasemzadeh

7

### معادلات حاکم بر محیط متخلخل غیراشباع – حل معادلات انتشار امواج

- سیستم معادلات دیفرانسیل جزئی بدست آمده بر حسب **پتانسیل فشاری**،

با استفاده از تبدیل فوریه به معادلات دیفرانسیل معمولی تبدیل می‌شوند:

$$\begin{aligned} & \zeta (-k_x^2 + \frac{d^2}{dz^2})\hat{\Phi}_s + \zeta (-k_x^2 + \frac{d^2}{dz^2})\hat{\Phi}_{f1} + \zeta (-k_x^2 + \frac{d^2}{dz^2})\hat{\Phi}_{f2} + \omega^2(\tau_{f1}-1)\phi_{f1}\rho_{f1}(\hat{\Phi}_s - \hat{\Phi}_{f1}) \\ & + \omega^2(\tau_{f2}-1)\phi_{f2}\rho_{f2}(\hat{\Phi}_s - \hat{\Phi}_{f2}) - i\omega b_{f1}(\hat{\Phi}_s - \hat{\Phi}_{f1}) - i\omega b_{f2}(\hat{\Phi}_s - \hat{\Phi}_{f2}) + \omega^2\rho_s(1-\phi)\hat{\Phi}_s = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & -\phi_{f1}W(-k_x^2 + \frac{d^2}{dz^2})\hat{\Phi}_s + (\phi_{f1})^2L(-k_x^2 + \frac{d^2}{dz^2})\hat{\Phi}_w + \phi_{f1}\phi_{f2}C(-k_x^2 + \frac{d^2}{dz^2})\hat{\Phi}_{f2} \\ & -\omega^2(\tau_{f1}-1)\phi_{f1}\rho_{f1}(\hat{\Phi}_s - \hat{\Phi}_{f1}) + i\omega b_{f1}(\hat{\Phi}_s - \hat{\Phi}_{f1}) + \omega^2\phi_{f1}\rho_{f1}\hat{\Phi}_{f1} = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & -\phi_{f2}M(-k_x^2 + \frac{d^2}{dz^2})\hat{\Phi}_s + (\phi_{f2})^2N(-k_x^2 + \frac{d^2}{dz^2})\hat{\Phi}_{f2} + \phi_{f1}\phi_{f2}C(-k_x^2 + \frac{d^2}{dz^2})\hat{\Phi}_{f2} \\ & -\omega^2(\tau_{f2}-1)\phi_{f2}\rho_{f2}(\hat{\Phi}_s - \hat{\Phi}_{f2}) + i\omega b_{f2}(\hat{\Phi}_s - \hat{\Phi}_{f2}) + \omega^2\phi_{f2}\rho_{f2}\hat{\Phi}_{f2} = 0 \end{aligned}$$

Dr. Hasan Ghasemzadeh

8

## معادلات حاکم بر محیط متخلخل غیراشباع – حل معادلات انتشار امواج

سیستم معادلات دیفرانسیل جزئی بدست آمده یر حسب پتانسیل برشی، با استفاده از تبدیل فوریه به معادلات دیفرانسیل معمولی تبدیل می شوند:

$$\mu_m \left( -k_x^2 + \frac{d^2}{dz^2} \right) \hat{\Psi}_s + \omega^2 (\tau_{f1} - 1) \phi_{f1} \rho_{f1} (\hat{\Psi}_s - \hat{\Psi}_{f1}) + \omega^2 (\tau_{f2} - 1) \phi_{f2} \rho_{f2} (\hat{\Psi}_s - \hat{\Psi}_{f2}) - i\omega b_{f1} \partial_z (\hat{\Psi}_s - \hat{\Psi}_{f1}) - i\omega b_{f2} (\hat{\Psi}_s - \hat{\Psi}_{f2}) + \omega^2 \rho_s (1 - \phi) \dot{\Psi}_s = 0$$

$$-\omega^2 (\tau_{f1} - 1) \phi_{f1} \rho_{f1} (\hat{\Psi}_s - \hat{\Psi}_{f1}) + i\omega b_{f1} (\hat{\Psi}_s - \hat{\Psi}_{f1}) + \omega^2 \phi_{f1} \rho_{f1} \hat{\Psi}_{f1} = 0$$

$$-\omega^2 (\tau_{f2} - 1) \phi_{f2} \rho_{f2} (\hat{\Psi}_s - \hat{\Psi}_{f2}) + i\omega b_{f2} (\hat{\Psi}_s - \hat{\Psi}_{f2}) + \omega^2 \phi_{f2} \rho_{f2} \hat{\Psi}_{f2} = 0$$

Dr. Hasan Ghasemzadeh

9

## معادلات حاکم بر محیط متخلخل غیراشباع – حل معادلات انتشار امواج

جواب زیر را می توان برای پتانسیل امواج فشاری و برشی پیشنهاد داد:

$$\hat{\Phi}_\alpha(k_x, z, \omega) = P_\alpha \exp(-ik_{zp} z) \quad \alpha = s, f1, f2$$

$$\hat{\Psi}_\alpha(k_x, z, \omega) = S_\alpha \exp(-ik_{zs} z)$$

با جایگذاری جواب پیشنهادی برای پتانسیل امواج فشاری در سیستم معادلات دیفرانسیل معمولی مربوطه:

$$\begin{pmatrix} -\zeta k_p^2 + a_{11} & -\zeta k_p^2 + a_{12} & -\zeta k_p^2 + a_{13} \\ \phi_w W k_p^2 + a_{21} & -(\phi_w)^2 L k_p^2 + a_{22} & a_{23} k_p^2 \\ \phi_a M k_p^2 + a_{31} & a_{32} k_p^2 & -(\phi_a)^2 N k_p^2 + a_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} P_s \\ P_w \\ P_a \end{pmatrix} = 0$$

$$k_p^2 = k_x^2 + k_{zp}^2 \quad \mathbf{K}_p(k_x, k_{zp})$$

Dr. Hasan Ghasemzadeh

10

## معادلات حاکم بر محیط متخلخل غیراشباع – حل معادلات انتشار امواج

• که در آن پارامترهای زیر تعریف شده‌اند:

$$a_{11} = (\tau_{f1} - 1)\phi_{f1}\rho_{f1}\omega^2 + (\tau_{f2} - 1)\phi_{f2}\rho_{f2}\omega^2 - i b_{f1}\omega - i b_{f2}\omega + \rho_s(1 - \phi)\omega^2$$

$$a_{12} = -(\tau_{f1} - 1)\phi_{f1}\rho_{f1}\omega^2 + i b_{f1}\omega$$

$$a_{13} = -(\tau_{f2} - 1)\phi_{f2}\rho_{f2}\omega^2 + i b_{f2}\omega$$

$$a_{21} = -(\tau_{f1} - 1)\phi_{f1}\rho_{f1}\omega^2 + i b_{f1}\omega$$

$$a_{22} = (\tau_{f1} - 1)\phi_{f1}\rho_{f1}\omega^2 - i b_{f1}\omega + \phi_{f1}\rho_{f1}\omega^2$$

$$a_{23} = a_{32} = -\phi_{f1}\phi_{f2}C$$

$$a_{31} = -(\tau_{f2} - 1)\phi_{f2}\rho_{f2}\omega^2 + i b_{f2}\omega$$

$$a_{33} = (\tau_{f2} - 1)\phi_{f2}\rho_{f2}\omega^2 - i b_{f2}\omega + \phi_{f2}\rho_{f2}\omega^2$$

Dr. Hasan Ghasemzadeh

11

## معادلات حاکم بر محیط متخلخل غیراشباع – حل معادلات انتشار امواج

• با حل سیستم معادلات بدست آمده برای امواج فشاری، رابطه پراکنش امواج فشاری بصورت زیر بدست می‌آید:

$$A_1 + A_2(k_p^2) + A_3(k_p^2)^2 + A_4(k_p^2)^3 = 0$$

$$A_1 = -a_{13}a_{22}a_{31} - a_{12}a_{21}a_{33} + a_{11}a_{22}a_{33}$$

$$A_2 = -a_{11}a_{33}L(\phi_{f1})^2 - a_{11}a_{22}N(\phi_{f2})^2 + a_{13}(a_{21}a_{23} + a_{31}L(\phi_{f1})^2 - a_{22}M\phi_{f2}) \\ + a_{12}(a_{23}a_{31} + a_{21}N(\phi_{f2})^2 - a_{33}W\phi_{f1}) - a_{22}a_{33}\zeta + a_{22}a_{31}\xi + a_{21}a_{33}\zeta$$

$$A_3 = a_{13}LM\phi_{f1}^2\phi_{f2} + a_{11}(-a_{23}^2 + LN(\phi_{f1}\phi_{f2})^2) + a_{13}a_{23}\phi_{f1}W + a_{12}a_{23}M\phi_{f2} + a_{12}NW(\phi_{f2})^2\phi_{f1} \\ + a_{33}L(\phi_{f1})^2\zeta + a_{22}(\phi_{f2})^2N\zeta - a_{21}a_{23}\xi - a_{31}L(\phi_{f1})^2\xi + a_{22}M\phi_{f2}\xi - a_{23}a_{31}\zeta - a_{21}N(\phi_{f2})^2\zeta + a_{33}W\phi_{f1}\zeta$$

$$A_4 = a_{23}^2\zeta - a_{23}(W\phi_{f1}\xi + M\phi_{f2}\zeta) - \phi_{f1}\phi_{f2}(L\phi_{f1}(N\phi_{f2}\zeta + M\xi) + NW\phi_{f2}\zeta)$$

Dr. Hasan Ghasemzadeh

12

## معادلات حاکم بر محیط متخلخل غیراشباع – حل معادلات انتشار امواج

- با جایگذاری جواب پیشنهادی برای پتانسیل امواج برشی در سیستم معادلات دیفرانسیل معمولی مربوطه، سیستم معادلات را بصورت زیر بازنویسی می‌کنیم:
- $$\begin{pmatrix} -\mu_m k_s^2 + b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & 0 \\ b_{31} & 0 & b_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} S_s \\ S_{f1} \\ S_{f2} \end{pmatrix} = 0$$

$$k_s^2 = k_x^2 + k_{zs}^2 \quad \mathbf{K}_s(k_x, k_{zs})$$

- با حل سیستم معادلات بدست آمده برای امواج برشی، رابطه پراکنش امواج برشی بصورت زیر بدست می‌آید:

$$b_{22}b_{33}\mu_m k_s^2 + b_{13}b_{22}b_{31} + b_{12}b_{21}b_{33} - b_{11}b_{22}b_{33} = 0$$

Dr. Hasan Ghasemzadeh

13

## معادلات حاکم بر محیط متخلخل غیراشباع – حل معادلات انتشار امواج

$$b_{11} = (\tau_{f1} - 1)\phi_{f1}\rho_{f1}\omega^2 + (\tau_{f2} - 1)\phi_{f2}\rho_{f2}\omega^2 - i b_{f1}\omega - i b_{f2}\omega + \rho_s(1 - \phi)\omega^2 \quad \bullet$$

$$b_{12} = -(\tau_{f1} - 1)\phi_{f1}\rho_{f1}\omega^2 + i b_{f1}\omega$$

$$b_{13} = -(\tau_{f2} - 1)\phi_{f2}\rho_{f2}\omega^2 + i b_{f2}\omega$$

$$b_{21} = -(\tau_{f1} - 1)\phi_{f1}\rho_{f1}\omega^2 + i b_{f1}\omega$$

$$b_{22} = (\tau_{f1} - 1)\phi_{f1}\rho_{f1}\omega^2 - i b_{f1}\omega S_{f1} + \omega^2 \phi_{f1}\rho_{f1}$$

$$b_{31} = -(\tau_{f2} - 1)\phi_{f2}\rho_{f2}\omega^2 + i b_{f2}\omega$$

$$b_{33} = (\tau_{f2} - 1)\phi_{f2}\rho_{f2}\omega^2 - i b_{f2}\omega + \omega^2 \phi_{f2}\rho_{f2}$$

▶ با توجه به اعداد موج بدست آمده سرعت و استهلاک ذاتی طبق تعریف بصورت زیر بدست می‌آید:

$$c_j = \frac{\omega}{\operatorname{Re}(k_j)} \quad Q_j^{-1} = 2 \frac{\operatorname{Im}(k_j)}{\operatorname{Re}(k_j)}$$

▶ در معادلات بدست آمده با میل درجه اشباع سیال اول به سمت یک معادلات حالت اشباع بدست می‌آید.

### معادلات حاکم بر محیط متخلخل غیراشباع – حل معادلات انتشار امواج

اگر در روابط فوق. محتوای حجمی و درجه اشباع سیال اول و دوم با توجه به مکش  $\psi$  بصورت زیر تعریف شود:

$$\phi_{f1} = C(\psi) \frac{\theta_s}{\left( \ln \left( e + \left( \frac{\psi}{a} \right)^n \right) \right)^m} \quad C(\psi) = 1 - \frac{\ln \left( 1 + \frac{\psi}{\psi_r} \right)}{\ln \left( 1 + \frac{10^6}{\psi_r} \right)}$$

Fredlund & Xing (1994)  
Fredlund & Houston (2009)

$$\phi_{f2} = \phi - \phi_{f1} \quad S_{f1}(\psi) = \theta_s \left( 1 - \frac{\ln \left( 1 + \frac{\psi}{\psi_r} \right)}{\ln \left( 1 + \frac{10^6}{\psi_r} \right)} \right) \left( \frac{1}{\ln \left( e + \left( \frac{\psi}{a} \right)^n \right)} \right)^m \quad S_{f2}(\psi) = 1 - S_{f1}(\psi)$$

واز روابط زیر برای بدست آوردن خسایب تغییر حجم استفاده می شود (Wilson et al., 1999)

$$m_1^s = \frac{3(1-2\nu)}{2(1+\nu)\mu_m}$$

$$m_2^{f1} = \left[ \frac{\left( \frac{1}{\psi + \psi_r} \right)}{\ln \left( 1 + \frac{10000000}{\psi_r} \right)} \times \frac{\theta_s}{\left( \ln \left( e + \left( \frac{\psi}{a} \right)^n \right) \right)^m} \right] + \left[ \left( 1 - \frac{\ln \left( 1 + \frac{\psi}{\psi_r} \right)}{\ln \left( 1 + \frac{10^6}{\psi_r} \right)} \right) \times \left( -mn \frac{\theta_s}{\left( \ln \left( e + \left( \frac{\psi}{a} \right)^n \right) \right)^{m+1}} \right) \times \left( \frac{\psi^{n-1}}{ea^n + \psi^n} \right) \right]$$

Dr. Hasan Ghasemzadeh

15

### معادلات حاکم بر محیط متخلخل غیراشباع – حل معادلات انتشار امواج

محیط متخلخل اشباع از دو سیال است، لازم است نفوذپذیری هر فاز (نفوذپذیری موثر) تعریف شود.

$$k_r^{f1} = k_e^{f1} / k_0$$

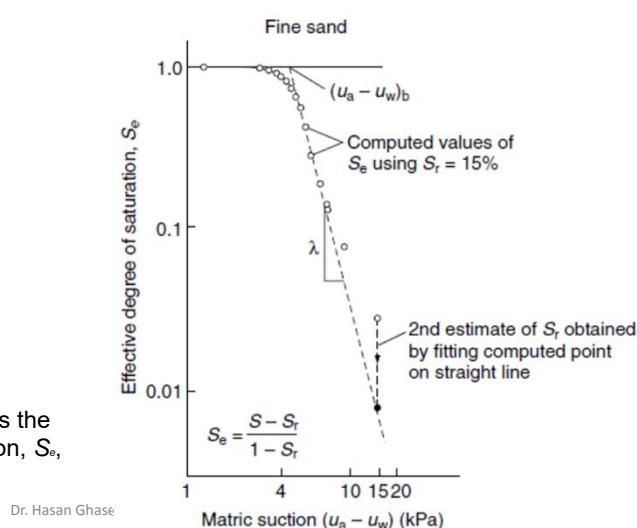
$$k_r^{f2} = k_e^{f2} / k_0$$

$$k_r^{f1} = S_e^{(2+3\lambda)/\lambda}$$

$$k_r^{f2} = (1 - S_e)^2 (1 - S_e^{(2+\lambda)/\lambda})$$

$$S_e = \frac{S_{f1} - S_r}{1 - S_r} \quad (\text{Corey, 1954})$$

$\lambda$  = pore size distribution index, which is defined as the negative slope of the effective degree of saturation,  $S_e$ , versus matric suction,  $(u_a - u_w)$ , curve



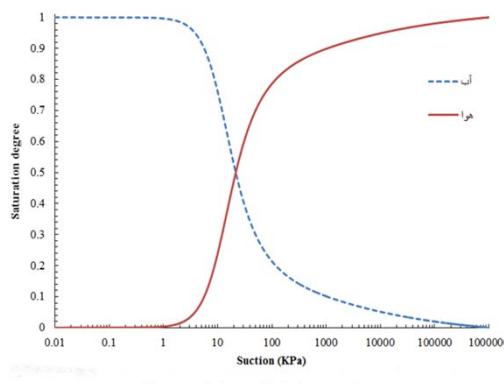
Dr. Hasan Ghase

### انتشار موج در محیط متخلخل اشباع از دو سیال: نتایج

- با فرض ماسه سنگ بعنوان اسکلت محیط متخلخل، فرض آب بعنوان سیال اول و هوا بعنوان سیال دوم، به بررسی تاثیرات درجه اشباع بر انتشار امواج خواهیم پرداخت.

مقادیر پارامترهای لازم برای توصیف محیط غیراشباع

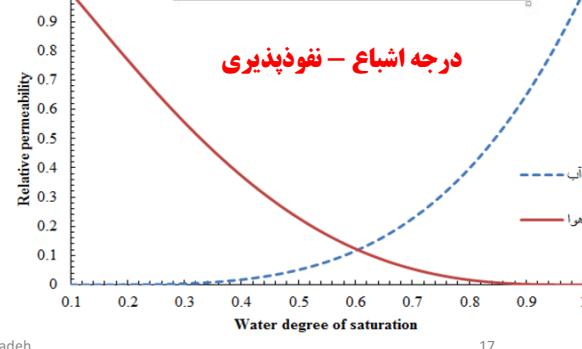
$\psi_r$	$\lambda$	$S_r$	$m$	$n$	$a$
2000 kPa	3	0.1	1	2	10



تغییرات درجه اشباع آب و هوا با توجه به مکث

خصوصیات هوا			
پارامتر	نشانه	واحد	مقدار
ویسکوزیته	$\eta$	Pa.s	$18 \times 10^{-6}$
چگالی سیال	$\rho_f$	kg m <sup>-3</sup>	1.1
مدول بالکنک	$K_f$	Pa	$0.11 \times 10^6$

### درجه اشباع - نفوذپذیری

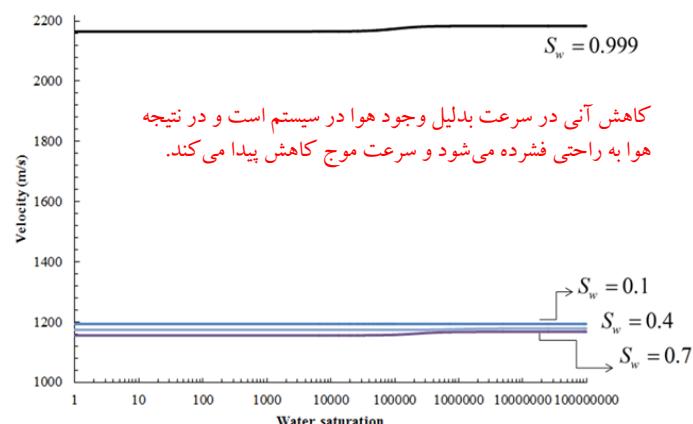
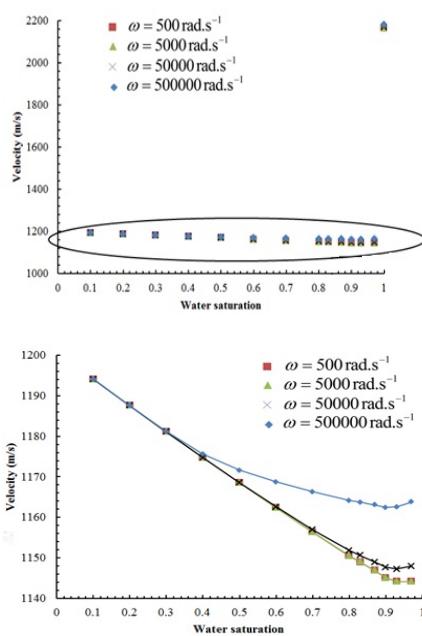


تاثیر تغییرات درجه اشباع بر نفوذپذیری نسبی آب و هوا

17

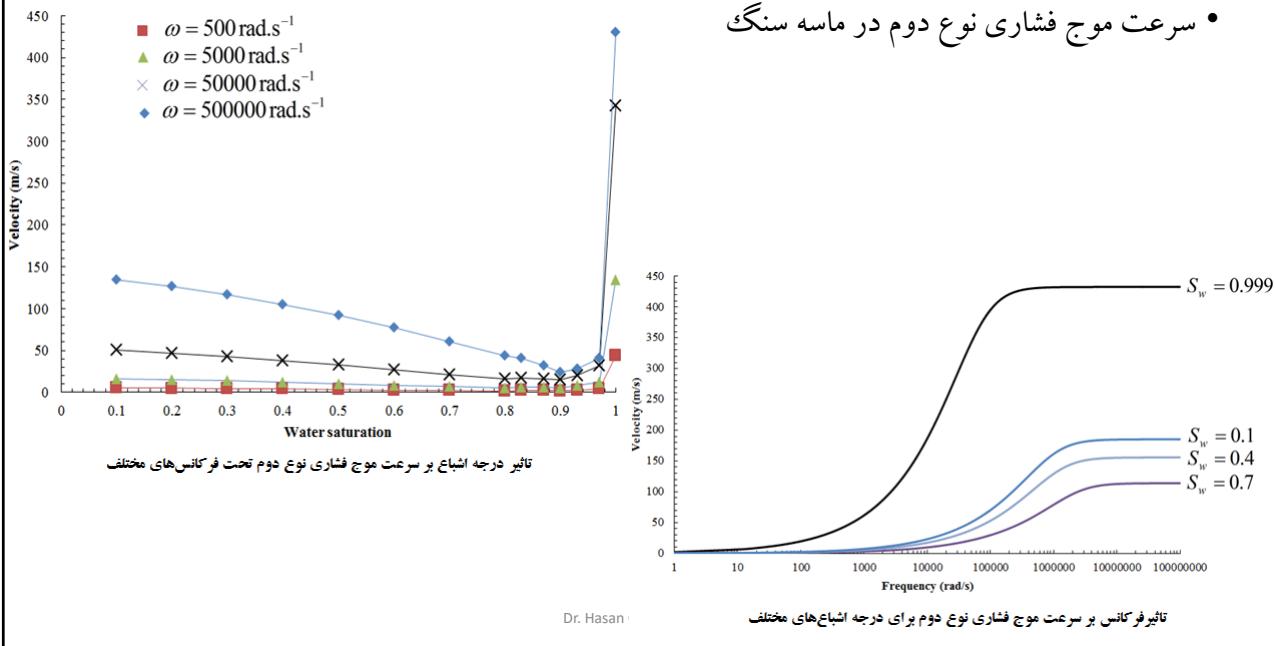
### انتشار موج در محیط متخلخل اشباع از دو سیال: نتایج

- سرعت موج فشاری نوع اول در ماسه سنگ

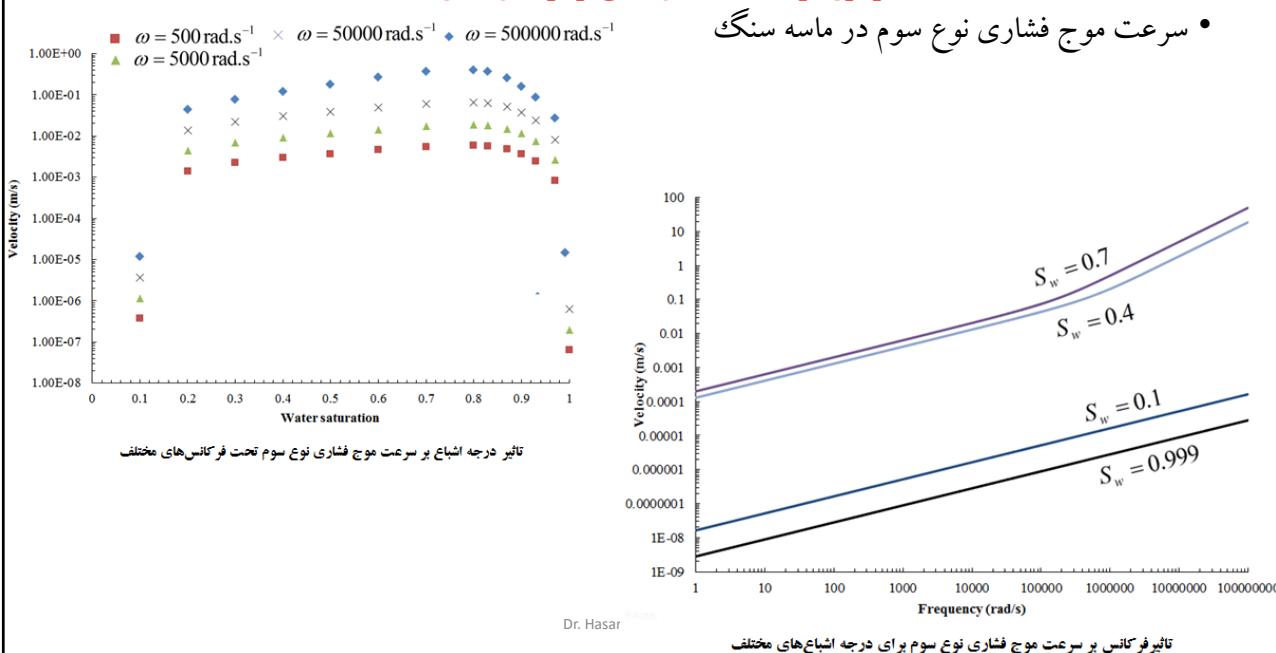


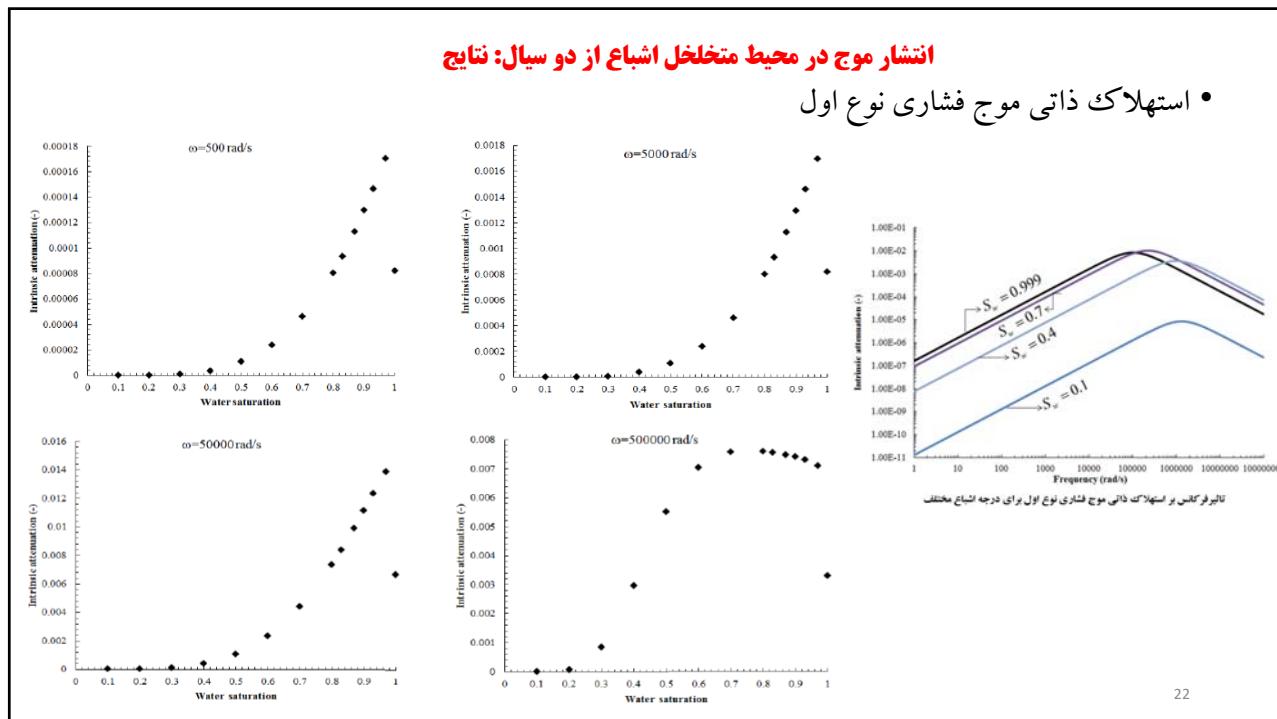
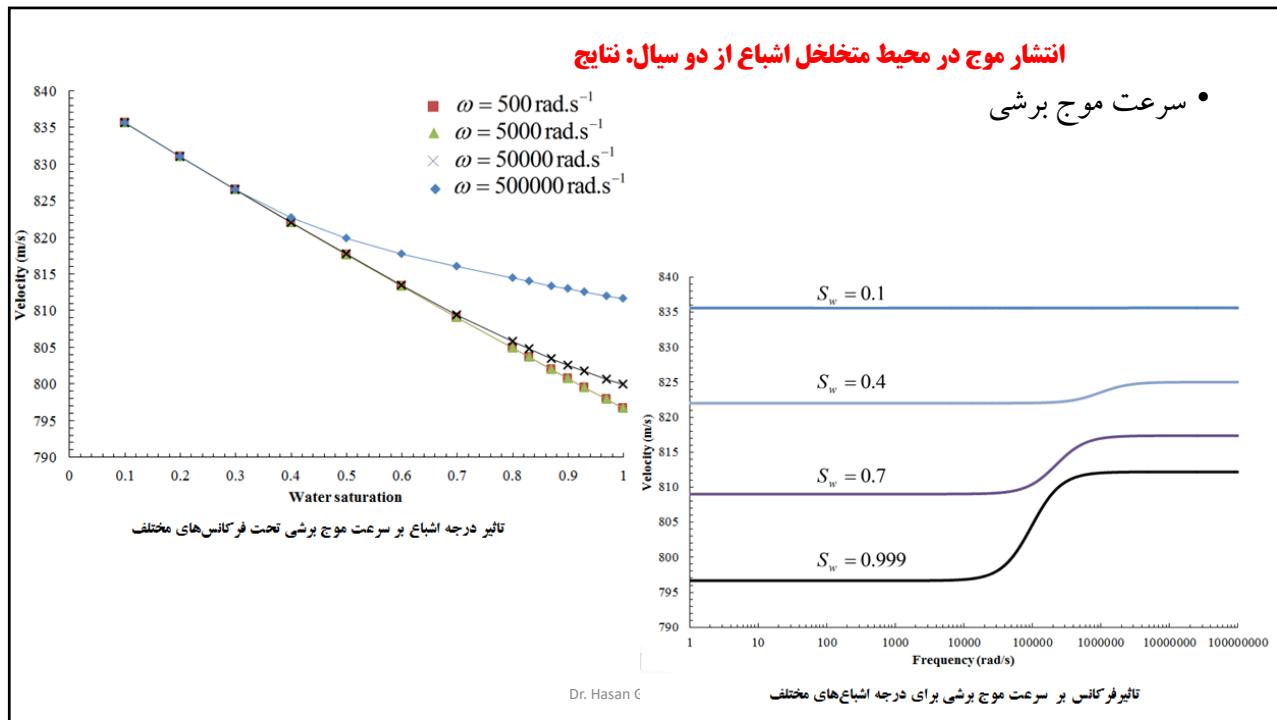
تاثیر فرکانس بر سرعت موج فشاری نوع اول برای درجه اشباع های مختلف

### انتشار موج در محیط متخلخل اشباع از دو سیال: نتایج



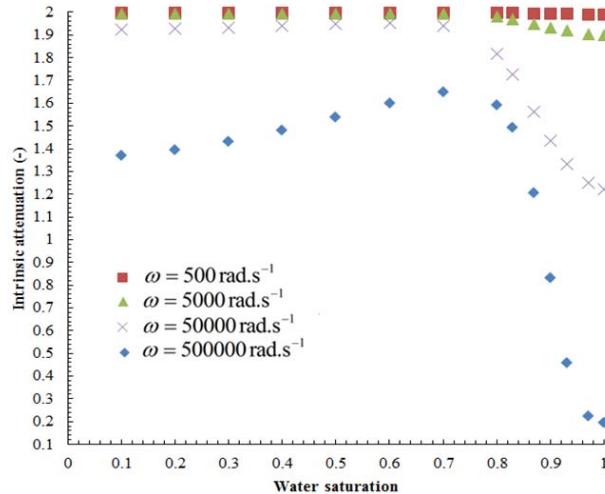
### انتشار موج در محیط متخلخل اشباع از دو سیال: نتایج





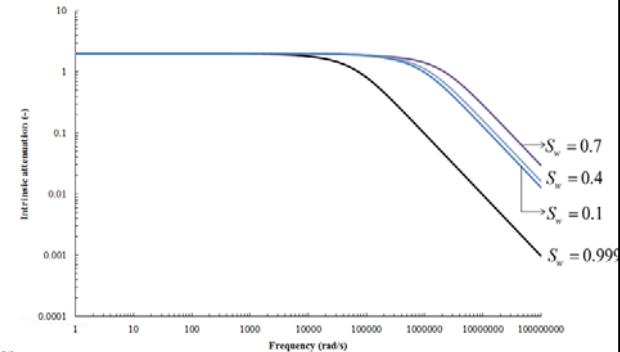
### انتشار موج در محیط متخلخل اشباع از دو سیال: نتایج

• استهلاک ذاتی موج فشاری نوع دوم



تأثیر درجه اشباع بر استهلاک ذاتی موج فشاری نوع دوم تحت فرکانس‌های مختلف

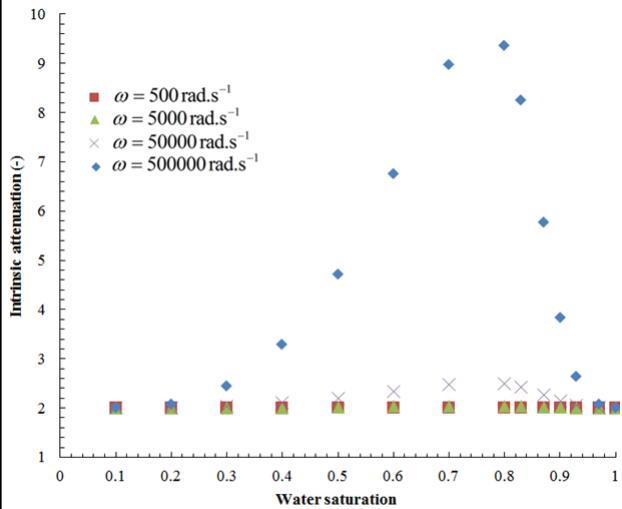
Dr. Hasan Ghaser



تأثیر فرکانس بر استهلاک ذاتی موج فشاری نوع دوم برای درجه اشباع مختلف

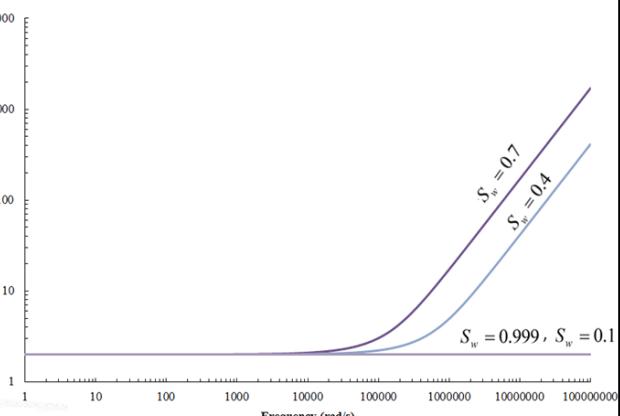
### انتشار موج در محیط متخلخل اشباع از دو سیال: نتایج

• استهلاک ذاتی موج فشاری نوع سوم

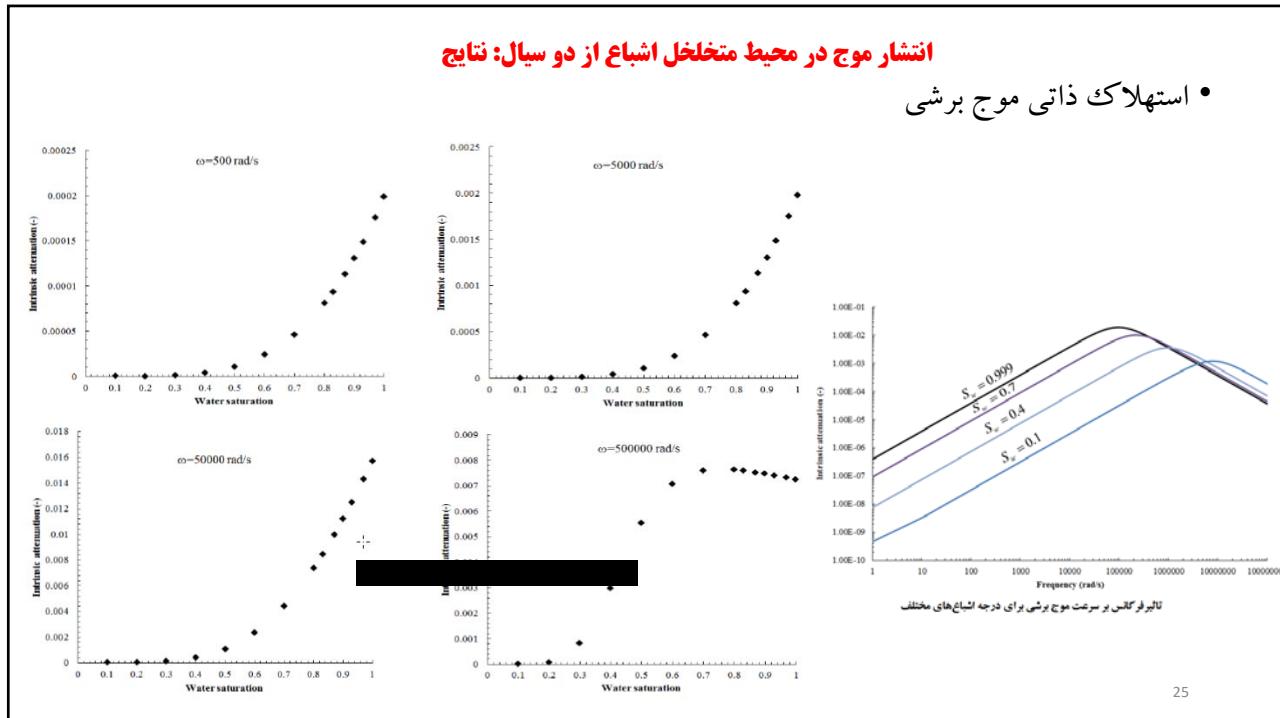


تأثیر درجه اشباع بر استهلاک ذاتی موج فشاری نوع سوم تحت فرکانس‌های مختلف

Dr. Hasan



تأثیر فرکانس بر استهلاک ذاتی موج فشاری نوع سوم برای درجه اشباع‌های مختلف



## امواج رایلی: معرفی

در اثر برخورد یک موج فشاری مورب با فصل مشترک محیط متخلخل غیراشباع و محیط تک فاز، در نیمه فضای غیراشباع سه موج فشاری و یک موج برشی منتقل می شود .

از آنجایی که امواج رایلی که نخستین بار توسط Rayleigh در سال ۱۸۸۵ مورد بررسی قرار گرفتن حاصل امواج فشاری و برشی هنگام رسیدن به سطوح ناپیوستگی می باشند در نتیجه متناظر با سه موج فشاری منتقل شده در نیمه فضای غیر اشباع، سه موج رایلی در سطح آزاد به وجود می آید.

## امواج رایلی: معرفی

در اثر برخورد یک موج فشاری مورب با فصل مشترک محیط متخلخل غیراشباع و محیط تک فاز، در نیمه فضای غیراشباع سه موج فشاری و یک موج برشی منتقل می شود .

از آنجایی که امواج رایلی که نخستین بار توسط Rayleigh در سال ۱۸۸۵ مورد بررسی قرار گرفتن حاصل امواج فشاری و برشی هنگام رسیدن به سطوح ناپیوستگی می باشند در نتیجه متناظر با سه موج فشاری منتقل شده در نیمه فضای غیر اشباع، سه موج رایلی در سطح آزاد به وجود می آید.

اخیرا Wei و Ashayeri and Biglari (۲۰۱۳) و همچنین Mulaleetharm (۲۰۰۲) انتشار امواج الاستیک در خاکهای غیراشباع را مورد بررسی قرار دادند

## معادلات حاکم بر محیط متخلخل غیر اشباع

اخیرا Wei و Ashayeri and Biglari (۲۰۱۳) و همچنین Mulaleetharm (۲۰۰۲) (یک تئوری پیوسته چند فازی را برای امواج صوتی در محیط متخلخل غیر اشباع به صورت کاربردی و عملی بکار گرفتند و اظهار داشتند که سه موج فشاری در محیط متخلخل غیر اشباع منتشر می شوند.

Ashayeri و همکاران (۲۰۱۰) (انتشار امواج الاستیک در خاکهای غیر اشباع را مورد بررسی قرار دادند رویکرد ترمودینامیکی حاکم بر معادلات دیفرانسیل در محیط غیر اشباع را مورد بررسی قراردادند. در این قسمت معادلات انتشار امواج در خاک های غیر اشباع بیان می شوند با این فرض که اسکلت متخلخل خاک غیر اشباع از دانه بندی نفوذناپذیر ساخته شده است و به عنوان یک محیط همگن الاستیک رفتار می کند که در واقع ادامه و گسترش مطالعات Ashayeri و همکاران در حوزه انتشار امواج در محیط غیر اشباع می باشد

## معادلات حاکم بر محیط متخلخل غیر اشباع

$$\delta_{ij} = \lambda \varepsilon_{ij} + 2\mu \varepsilon_{ij} - b^l p^l \delta_{ij} - b^g p^g \delta_{ij}$$

$$p^l = M^{ll}(-(b^l - \phi^l)\varepsilon_v - \phi^l \operatorname{div} u^l) + M^{lg}(-(b^g - \phi^g)\varepsilon_v - \phi^g \operatorname{div} u^g)$$

$$p^g = M^{lg}(-(b^l - \phi^l)\varepsilon_v - \phi^l \operatorname{div} u^l) + M^{gg}(-(b^g - \phi^g)\varepsilon_v - \phi^g \operatorname{div} u^g)$$

$$\sum_{\alpha=l,g} b^\alpha = 1 - \frac{D^s}{D^m}$$

$$\sum_{\beta=l,g} N^{i,\beta} = \frac{b^i - \phi^i}{D^m} + \frac{(1 + \varepsilon_v) \phi^i}{D^i}$$

$$\sum_{\beta=l,g} N^{g,\beta} = \frac{b^g - \phi^g}{D^m} + \frac{(1 + \varepsilon_v) \phi^g}{D^g}$$

## معادلات حاکم بر محیط متخلخل غیر اشباع

بردارهای جابجایی سه فاز محیط غیر اشباع در زیر نشان داده شده اند:

$$\Phi_\alpha = A_\alpha \exp(i(\alpha t - l_p r)), \Psi_\alpha = B_\alpha \exp(i(\alpha t - l_s r))$$

معادله حرکت خاکهای غیر اشباع (اسکلت متخلخل، مایع و گاز) در معادلات زیر نشان داده شده اند.

$$\pi_{11} \nabla \operatorname{div} u^z - \mu c u \nabla u + \pi_{12} \nabla \operatorname{div} u^l + \pi_{13} \nabla \operatorname{div} u^g = \rho_{11} \ddot{u} + \rho_{12} \dot{u}^l + \rho_{13} \dot{u}^g + \eta_{11} \ddot{u}^l + \eta_{12} \dot{u}^g + \eta_{13} \ddot{u}^g$$

$$\pi_{12} \nabla \operatorname{div} u^z + \pi_{22} \nabla \operatorname{div} u^l + \pi_{23} \nabla \operatorname{div} u^g = \rho_{12} \ddot{u} + \rho_{22} \dot{u}^l + \eta_{12} \dot{u}^l + \eta_{22} \ddot{u}$$

$$\pi_{13} \nabla \operatorname{div} u^z + \pi_{23} \nabla \operatorname{div} u^l + \pi_{33} \nabla \operatorname{div} u^g = \rho_{13} \ddot{u} + \rho_{33} \dot{u}^g + \eta_{13} \dot{u}^g + \eta_{33} \ddot{u}$$

## معادلات حاکم بر محیط متخلخل غیر اشباع

$$\pi_{11} = \lambda + 2\mu + \sum_{\alpha} \sum_{\beta} (b^{\alpha} - \phi^{\alpha}) M^{\alpha\beta} (b^{\beta} - \phi^{\beta})$$

$$\pi_{12} = \pi_{21} = \sum_{\alpha} (b^{\alpha} - \phi^{\alpha}) M^{\alpha l} \phi^l, \quad \pi_{13} = \pi_{31} = \sum_{\alpha} (b^{\alpha} - \phi^{\alpha}) M^{\alpha g} \phi^g$$

$$\begin{aligned} \pi_{22} &= M^l (\phi^l)^2, \quad \pi_{32} = \phi^l M^g \phi^g, \quad \pi_{33} = M^{gg} (\phi^g)^2 \\ \rho_{11} &= \rho + \sum_{\alpha} (\rho^{\alpha} - \hat{\rho}^{\alpha}) - 2\rho^{\alpha} \phi^{\alpha}, \quad \rho_{22} = \rho^l \phi^l, \quad \rho_{33} = \rho^g \phi^g, \quad \rho_{23} = \rho_{32} = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \rho_{12} &= \rho_{21} = (\rho^l - \hat{\rho}^l) \phi^l, \quad \rho_{13} = \rho_{31} = (\rho^g - \hat{\rho}^g), \quad \rho^{\alpha} = \alpha^{\alpha} \rho^{\alpha} \\ \eta_{11} &= \sum_{\alpha} \frac{(\phi^{\alpha})^2}{k^{\alpha}}, \quad \eta_{12} = \eta_{21} = -\eta_{22} = -\frac{(\phi^l)^2}{k^l}, \quad \eta_{13} = \eta_{31} = -\eta_{33} = -\frac{(\phi^g)^2}{k^g}, \quad \eta_{23} = \eta_{32} = 0 \end{aligned}$$

$$k^l = \begin{cases} \frac{K}{v^l} & p_c \leq 40 \text{ kpa} \\ \frac{K}{v^l} \left( \frac{40}{p_c} \right)^{2+3\theta} & p_c > 40 \text{ kpa} \end{cases}$$

$$k^g = \begin{cases} \frac{K}{v^g} (1 - sr^l)^{2+3\theta} & p_c \leq 40 \text{ kpa} \\ \frac{K}{v^g} \left( \left( 1 - \left( \frac{40}{p_c} \right)^{\theta} \right)^2 \left( 1 - \left( \frac{40}{p_c} \right)^{2+\theta} \right) \right) & p_c > 40 \text{ kpa} \end{cases}$$

### معادلات حاکم بر محیط متخلخل غیر اشباع

حالت کلی معادله حرکت که ترکیبی از موج  $P$  و  $S$  می باشد و در آن موج  $P$  با اسکالر  $\Phi$  و موج  $S$  با بردار  $\Psi$  نشان داده شده اند در زیر آورده شده است:

$$\begin{bmatrix} u^z \\ u^l \\ u^g \end{bmatrix} = \nabla \Phi + \operatorname{curl} \Psi = \begin{bmatrix} \nabla \Phi_z + \operatorname{curl} \Psi_z \\ \nabla \Phi_l + \operatorname{curl} \Psi_l \\ \nabla \Phi_g + \operatorname{curl} \Psi_g \end{bmatrix}$$

$$K \nabla^2 \Phi - M \ddot{\Phi} - D \dot{\Phi} = 0$$

$$R \nabla^2 \Psi - M \ddot{\Psi} - D \dot{\Psi} = 0, R = \begin{pmatrix} \mu & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$K = \begin{bmatrix} \pi_{11} & \pi_{12} & \pi_{13} \\ \pi_{21} & \pi_{22} & \pi_{23} \\ \pi_{31} & \pi_{32} & \pi_{33} \end{bmatrix}, M = \begin{bmatrix} \rho_{11} & \rho_{12} & \rho_{13} \\ \rho_{21} & \rho_{22} & \rho_{23} \\ \rho_{31} & \rho_{32} & \rho_{33} \end{bmatrix}$$

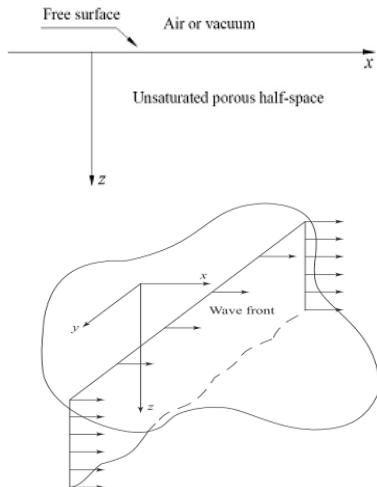
$$\rho_{23} = \rho_{32} = 0, \eta_{23} = \eta_{32} = 0, D = \begin{bmatrix} \eta_{11} & \eta_{12} & \eta_{13} \\ \eta_{21} & \eta_{22} & \eta_{23} \\ \eta_{31} & \eta_{32} & \eta_{33} \end{bmatrix}$$

### معادلات حاکم بر محیط متخلخل غیر اشباع

بدیهی است که دو معادله بالا به ترتیب انتشار امواج فشاری و برشی را در محیط غیر اشباع نشان می دهند. که  $\Phi$  و  $\Psi$  به فرم زیر تعریف می شوند:

$$\{\Phi\} = \begin{bmatrix} \Phi_z \\ \Phi_l \\ \Phi_g \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A^z_{vp\beta} \exp(i(\omega t - l_{p\beta} r)) \\ A^l_{vp\beta} \exp(i(\omega t - l_{p\beta} r)) \\ A^g_{vp\beta} \exp(i(\omega t - l_{p\beta} r)) \end{bmatrix}, \quad \{\Psi\} = \begin{bmatrix} \Psi_z \\ \Psi_l \\ \Psi_g \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B^z_u \exp(i(\omega t - l_z r)) \\ B^l_u \exp(i(\omega t - l_z r)) \\ B^g_u \exp(i(\omega t - l_z r)) \end{bmatrix}$$

امواج رایلی



معادلات بدست آمده برای انتشار موج رایلی در جهت مثبت  $x$  و جهت رو به پایین  $z$  حاصل شده اند. جاججایی ها در جهت  $x$  و  $z$  با استفاده از  $u$  و  $w$  نشان داده می شوند.

$$u = \frac{\partial \varphi_\alpha}{\partial x} + \frac{\partial \psi_\alpha}{\partial z}, w = \frac{\partial \varphi_\alpha}{\partial z} - \frac{\partial \psi_\alpha}{\partial x}$$

$$u^\alpha = \operatorname{grad} \varphi_\alpha + \operatorname{curl} \psi_\alpha, (\alpha = s, l, g)$$

$$\varphi_\alpha = A_\alpha e^{-qz} \left[ e^{i(\omega t - l_r x)} \right]$$

$$\psi_\alpha = B_\alpha e^{-sx} \left[ e^{i(\omega t - l_x)} \right], (\alpha = s, l, g)$$

$$q = \sqrt{l_r^2 - l_p^2}, s = \sqrt{l_r^2 - l_s^2}$$

امواج رایلی

$$l_v = l^r - il^{im}$$

به ترتیب عدد موج، موج را بله، فشاری و پرسی

عدد موج، موج رایلی با دو بخش حقیقی و موهومی می باشد که از بخش حقیقی آن برای بدست آوردن سرعت موج رایلی استفاده می شود و بخش موهومی نشان دهنده میرایی، این موج می باشد.

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} A_1 \\ A_2 \\ A_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} = 0$$

$$\begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} B_1 \\ B_2 \\ B_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} \end{pmatrix} = 0$$

حرکت خاک های غیراشباع و اعمال اثر گرادیان و کرل معادلات دست می آیند.

$$\left\{ \begin{array}{l} a_{11} = -l_p^2 \pi_{11} + \rho_{11} \omega^2 - i \omega \eta_1 \\ a_{12} = a_{21} = -l_p^2 \pi_{12} + \rho_{12} \omega^2 - i \omega \eta_2 \\ a_{22} = -l_p^2 \pi_{22} + \rho_{22} \omega^2 - i \omega \eta_2 \\ \quad a_{23} = a_{32} = -l_p^2 \pi_{23} \\ a_{31} = a_{13} = -l_p^2 \pi_{13} + \rho_{13} \omega^2 - i \omega \eta_3 \\ a_{32} = -l_p^2 \pi_{23} + \rho_{23} \omega^2 - i \omega \eta_3 \end{array} \right. , \quad \left\{ \begin{array}{l} b_{11} = -\mu l_s^2 + \rho_{11} \omega^2 - i \omega \eta_1 \\ b_{12} = b_{21} = \rho_{12} \omega^2 - i \omega \eta_2 \\ b_{22} = \rho_{22} \omega^2 - i \omega \eta_2 \\ b_{23} = b_{32} = 0 \\ b_{31} = b_{13} = \rho_{13} \omega^2 - i \omega \eta_3 \\ b_{32} = \rho_{23} \omega^2 - i \omega \eta_3 \end{array} \right.$$

$$\begin{cases} b_{11} = -\mu l_s^2 + \rho_{11}\omega^2 - i\omega\eta_1 \\ b_{12} = b_{21} = \rho_{12}\omega^2 - i\omega\eta_2 \\ b_{22} = \rho_{22}\omega^2 - i\omega\eta_2 \\ b_{23} = b_{32} = 0 \\ b_{31} = b_{13} = \rho_{13}\omega^2 - i\omega\eta_3 \\ b_{32} = \rho_{33}\omega^2 - i\omega\eta_3 \end{cases}$$

## امواج رایلی

با توجه به کم شدن دامنه موج رایلی در طول انتشار موج و شکل اعداد موج فشاری، برشی، و رایلی

همچنین اینکه موج رایلی از امواج فشاری و برشی حاصل می شود بنابراین  $l_r = l_r' - il_r^{im}$ ,  $l_p = l_p' - il_p^{im}$ ,  $l_z = l_z' - il_z^{im}$   
 $\varphi_\alpha = A_\alpha e^{-qz} [e^{i(\alpha x - l_z x)}]$  و  $\psi_\alpha = B_\alpha e^{-iz} [e^{i(\alpha x - l_z x)}]$ , ( $\alpha = s, l, g$ ) معادلات زیر بازنویسی می شوند.

معادلات زیر نشان می دهند که امواج رایلی با انتشار در جهت  $x$  و  $z$  میرا می شوند.

$$\begin{aligned}\varphi_\alpha &= A_\alpha e^{-Re_q z - Im l_z x} \left[ e^{i(\alpha x - Im r z - Re_l x)} \right] \\ \psi_\alpha &= B_\alpha e^{-Re_z z - Im l_z x} \left[ e^{i(\alpha x - Im z z - Re_l x)} \right] \\ (\alpha &= s, l, g)\end{aligned}$$

## شرایط مرزی برای امواج رایلی در $Z=0$

$$\begin{aligned}\delta_{ij} &= \lambda \delta_{ij} + 2\mu \varepsilon_{ij} - b^j p^l \delta_{ij} - b^g p^g \delta_{ij} \\ p^l &= M^l (-b^l - \phi^l) \varepsilon_v - \phi^l \operatorname{div} u^l + M^k (-b^g - \phi^g) \varepsilon_v - \phi^g \operatorname{div} u^g \\ p^g &= M^g (-b^l - \phi^l) \varepsilon_v - \phi^l \operatorname{div} u^l + M^g (-b^g - \phi^g) \varepsilon_v - \phi^g \operatorname{div} u^g \\ u^i &= \operatorname{grad} \Phi_i + \operatorname{curl} \Psi_i, u^l = \operatorname{grad} \Phi_l + \operatorname{curl} \Psi_l, u^g = \operatorname{grad} \Phi_g + \operatorname{curl} \Psi_g \\ \varepsilon &= \operatorname{div} u^i = \operatorname{div} (\nabla \Phi_i) + \operatorname{div} (\operatorname{curl} \Psi_i) = \frac{\operatorname{div} (\operatorname{curl} \Psi_i)}{\operatorname{div} (\operatorname{curl} \Psi_i)} \rightarrow \varepsilon = \operatorname{div} u^i = \nabla^2 \Phi_i, \operatorname{div} u^l = \nabla^2 \Phi_l, \operatorname{div} u^g = \nabla^2 \Phi_g\end{aligned}$$

تنش عمودی و برشی فاز جامد و همچنین فشار مایع و گاز در  $Z=0$  برابر با صفر می باشند. با جایگذاری در روابط شرایط مرزی معادله موج رایلی به صورت زیر بدست می آید.

$$\begin{aligned}\sigma_{zz}^s &= 0, \tau_{zz}^s = 0 \\ p^l &= p^g = 0\end{aligned}$$

### شرایط مرزی برای امواج رایلی در $Z=0$

$$Z_1(l_r^2)^3 + Z_2(l_r^2)^2 + Z_3l_r^2 + Z_4 = 0$$

$$Z_1 = 16l_p^2(K_1 + K_2)K_2$$

$$Z_2 = l_p^2(4K_1^2l_p^2 - 16K_2^2l_s^2 - 16K_1K_2l_s^2) + 4K_2^2l_s^2$$

$$Z_3 = 4K_1l_p^2l_s^2(K_2l_s^2 - K_1l_p^2)$$

$$Z_4 = K_1^2l_p^4l_s^4$$

$$K_1 = aA + 2\mu_s A - aB - 2\mu_s B - C + D + E - F, K_2 = \mu_s(B - A)$$

$$A = (M^{1g})^2 \phi^i \phi^g, B = M^{1l} M^{gg} \phi^i \phi^g, C = b c M^{1g} \phi^g$$

$$D = b d M^{gg} \phi^g, E = e c M^{1l} \phi^i, F = e d M^{1g} \phi^i$$

$$a = (\lambda_s + b^l M^{ll}(b^l - \phi^l) + (b^l M^{lg}(b^g - \phi^g)) + b^g M^{lg}(b^l - \phi^l) + b^g M^{gg}(b^g - \phi^g))$$

$$b = (b^l M^{rg} \phi^i + b^g M^{1g} \phi^i), c = (M^{1g}(b^l - \phi^l) + M^{gg}(b^g - \phi^g))$$

$$d = (M^{1l}(b^l - \phi^i) + M^{lg}(b^g - \phi^g)), e = (b^l M^{1g} \phi^g + b^g M^{gg} \phi^g)$$

$$c_r = \frac{\omega}{l_r}, \delta_r = l_r^{im}$$

در حالت کلی سرعت و میرایی موج رایلی به صورت زیر تعریف می شوند:

### شرایط مرزی برای امواج رایلی در $Z=0$

با استفاده از معادلات بالا، سرعت و میرایی امواج رایلی اول، دوم و سوم بدست می آیند.

این سه موج رایلی منتشرشده بیان کننده این می باشد که متناظر با هر موج فشاری منتشر شده در محیط غیراشباع یک موج رایلی نیز منتشر می شود.

## نتایج عددی و بحث

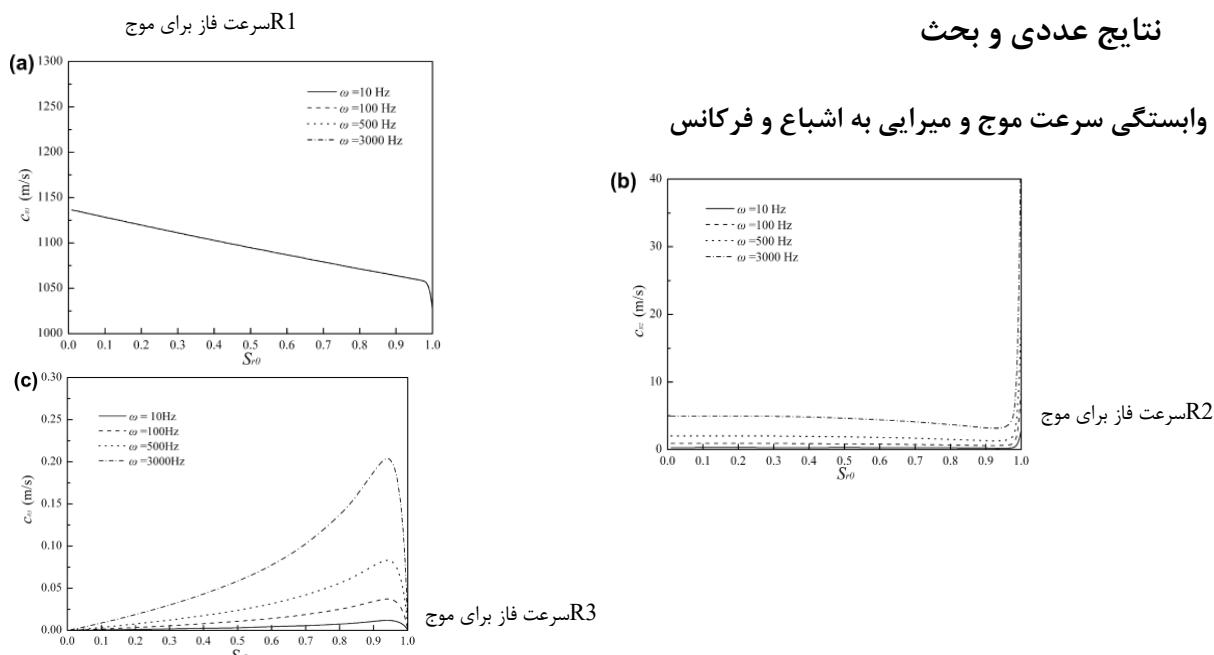
به منظور بررسی روابط انتشار برای سه حالت امواج رایلی به صورت عددی، مقادیر پارامترهای فیزیکی در مدل در جدول زیر آورده شده است.

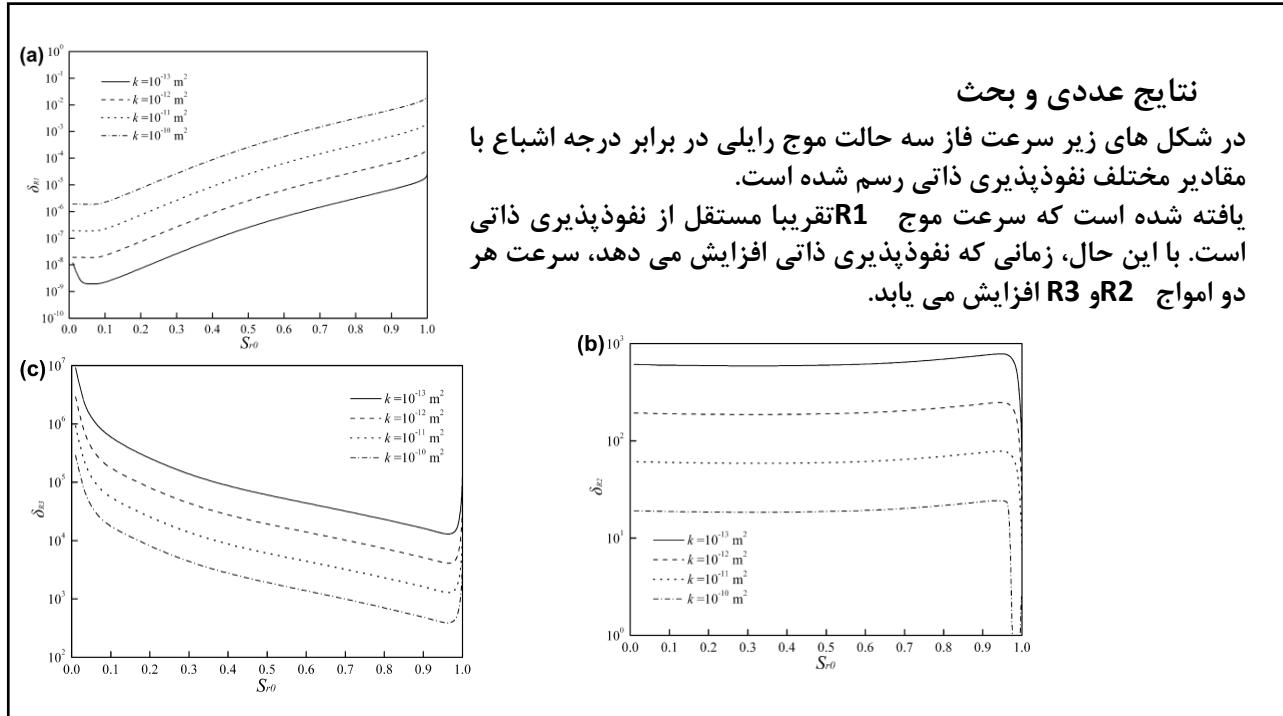
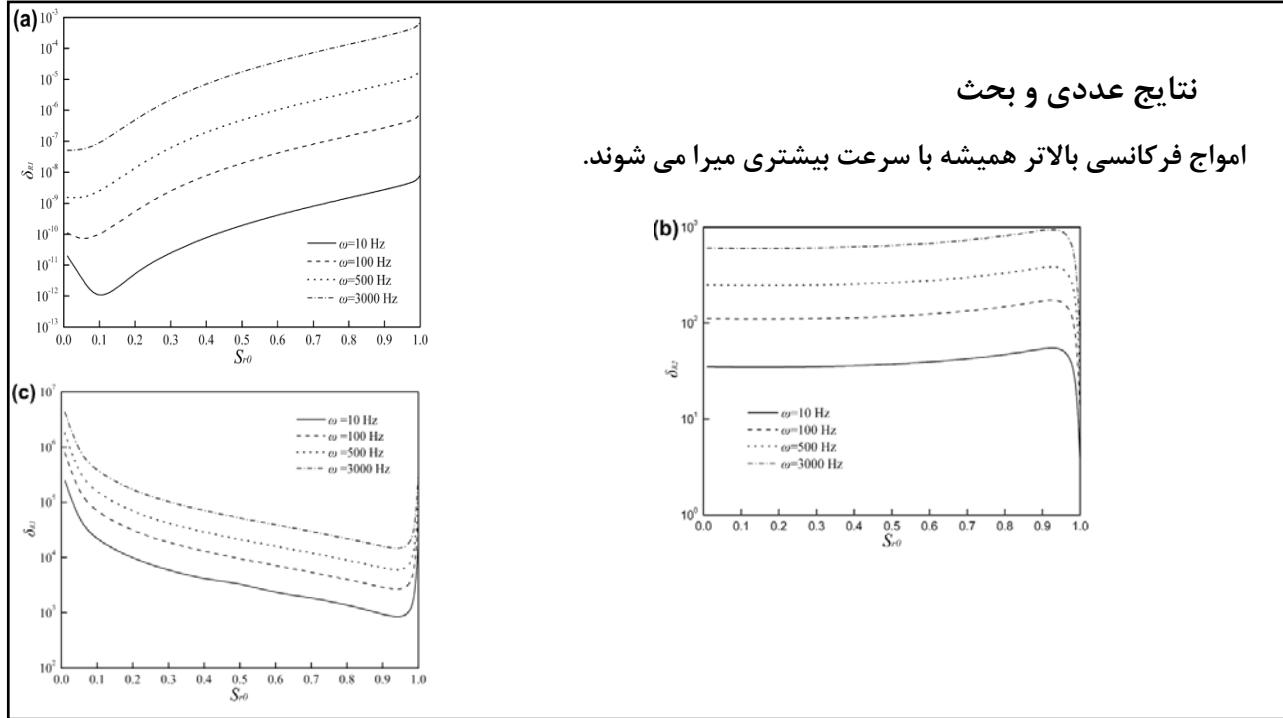
**Table 1**  
Physical properties of the unsaturated porous medium.

Parameter (unit)	Notation	Value
Initial porosity	$n_0$	0.3
Bulk modulus of solid grain (GPa)	$K_s$	35
Bulk modulus of water (GPa)	$K_w$	2.2
Bulk modulus of gas (MPa)	$K_g$	0.1
Density of solid grain ( $\text{kg}/\text{m}^3$ )	$\rho^{SR}$	2700
Density of water ( $\text{kg}/\text{m}^3$ )	$\rho^{LR}$	1000
Density of gas ( $\text{kg}/\text{m}^3$ )	$\rho^{GR}$	1.2
Intrinsic permeability ( $\text{m}^2$ )	$k$	$3.0 \times 10^{-13}$
Viscosity of water ( $\text{Pa} \cdot \text{s}$ )	$\eta^L$	$1.8 \times 10^{-5}$
Viscosity of gas ( $\text{Pa} \cdot \text{s}$ )	$\eta^G$	0.001
Lame constants (GPa)	$\lambda_s$	9.0
Lame constants (GPa)	$\mu_s$	4.0
van Genuchten parameter	$m_{vg}$	0.5
van Genuchten parameter, ( $\text{Pa}^{-1}$ )	$a_{vg}$	0.0001

## نتایج عددی و بحث

وابستگی سرعت موج و میرایی به اشباع و فرکانس





### نتایج عددی و بحث

در فرکانس و درجه اشباع یکسان، هر چه نفوذپذیری ذاتی بالاتر می‌رود، ضرایب میرایی امواج R2 و R3 پایین‌تر می‌روند. در مقابل موج R1 با نفوذپذیری ذاتی بالا با سرعت بیشتری میرا می‌شود.

### منابع

1. Ashayeri, I. Biglari, M. and Kamalian, M. (2014), "Theory of Seismic Wave Propagation for Unsaturated Soils,". "Wave Propagation" .
2. Chen, Tangdai Xia, Wentao Hu, (2011), "A mixture theory analysis for the surface-wave propagation in an unsaturated porous medium"
3. Lo, W.C., 2008. Propagation and attenuation of Rayleigh waves in a semi-infinite unsaturated poroelastic medium.