

فصل اول

کلیات تحقیق و پروپزال

۱-۱) مقدمه

پی به مجموعه بخش‌هایی از سازه و خاک تکیه‌گاه که کار انتقال بارهای سازه به تکیه‌گاه و یا به اعماق زمین را انجام می‌دهند گفته می‌شود. پی‌های مورد استفاده در ساختمان‌ها و دیگر ابنیه فنی را می‌توان از جهات مختلف طبقه‌بندی نمود. از نظر عمق قرارگیری می‌توان پی‌ها را به سه دسته سطحی، نیمه عمیق و عمیق تقسیم کرد.

پی‌های عمیق یا شمع‌ها، اعضای سازه‌ای از جنس چوب، بتن یا فولاد می‌باشند که به منظور انتقال بارهای سطحی به اعماق زمین به دو صورت قایم و مایل مورد استفاده قرار می‌گیرند. استفاده از شمع‌های مایل اغلب در مواردی که نیروهای جانبی وارده زیاد باشند، توصیه می‌شود. مخارج احداث شمع‌ها خیلی بیش‌تر از پی‌های سطحی می‌باشد. علی‌رغم مخارج بیش‌تر، در عمل موارد متعددی وجود دارد که برای ایمنی سازه در مقابل نشست و عوامل دیگر، از شمع‌ها استفاده می‌شود. بعضی از شرایطی که ممکن است استفاده از شمع توجیه‌پذیر باشد، عبارتند از:

- وقتی که لایه یا لایه‌های فوقانی خاک دارای قابلیت فشرده‌گی زیاد و یا خیلی ضعیف باشند، به‌طوری‌که نتوان از پی سطحی برای انتقال بار استفاده نمود، شمع‌ها برای انتقال بار به لایه‌های تحتانی محکم‌تر و یا سنگ بستر مورد استفاده قرار می‌گیرند.
- اگر شمع‌ها تحت تاثیر نیروی افقی قرار گیرند، در این صورت مقاومت خمشی شمع برای انتقال بار به‌کار گرفته می‌شود. این وضعیت اغلب در شالوده سازه‌های حایل خاک که وظیفه آن‌ها مقاومت در مقابل فشار جانبی خاک است و یا سازه‌های بلند که تحت تاثیر نیروهای باد یا زلزله قرار دارند پیش می‌آید.
- در بعضی از موارد در منطقه مورد نظر برای احداث سازه، خاک قابل تورم و یا فروریزی (رمبنده) وجود دارد. این لایه ممکن است دارای عمق قابل توجهی باشد. خاک‌های قابل تورم در اثر افزایش یا کاهش میزان رطوبت، تورم و یا کاهش حجم پیدا می‌کنند. فشار تورم چنین خاک‌هایی ممکن است به طرز قابل توجهی زیاد باشد. اگر در چنین خاک‌هایی از پی سطحی استفاده شود، سازه ممکن است با

صدمات جدی روبرو شود. در این حالت استفاده از شمع‌هایی که از لایه قابل تورم عبور کرده و وارد لایه پایدار شوند مفید می‌باشد.

- شالوده بعضی سازه‌ها نظیر خطوط انتقال برق، اسکله‌ها و شالوده‌های گسترده در زیر آب زیرزمینی تحت تاثیر نیروی برکنش قرار دارند، در برخی موارد برای مقابله با نیروی برکنش از شمع استفاده می‌شود.

- به خاطر وجود مسئله آب‌شستگی و فرسایش در محل پایه‌های پل، این پایه‌ها اغلب بر روی شالوده‌های شمعی احداث می‌شوند.

همچنین به منظور کاهش دامنه حرکت ماشین آلات لرزنده و چرخشی و کنترل فرکانس طبیعی سیستم پی - خاک - ماشین از شمع استفاده می‌شود.

۲-۱) بیان مساله:

شمع‌ها غالباً به صورت گروهی به کار می‌روند. جهت مقابله با نیروهای جانبی استفاده از شمع‌های مایل مرسوم است. چنانچه فاصله بین شمع‌ها کم باشد و شمع‌ها در محدوده تاثیر یکدیگر قرار گرفته باشند، یکی از روش‌های بررسی رفتار گروه شمع در نظر گرفتن اندرکنش بین شمع‌ها می‌باشد. ضریب اندرکنش شمع - خاک - شمع، عبارت است از نسبت نشست شمع بدون بار به نشست شمع بارگذاری شده. با داشتن مقدار ضریب اندرکنش شمع - خاک - شمع در هر مساله مربوط به گروه شمع، اعم از تحلیل عملکرد و یا طراحی، امکان محاسبه اضافه نشست هر شمع در اثر بارگذاری شمع‌های مجاور، علاوه بر نشست شمع تحت تاثیر بار اعمال شده به خود شمع، میسر می‌شود.

۳-۱) سوال یا سوالات اصلی تحقیق :

۱- آیا شمع‌های مایل در یک صفحه عملکرد مناسبی در برابر بارهای دینامیکی دارند؟ ۲- در صورتی که شمع‌های مایل در یک صفحه‌ای اریبی باشند عملکرد آن‌ها در برابر بارهای محوری و جانبی چگونه است؟ ۳- اندرکنش بین آن‌ها چگونه می‌باشد؟

۴-۱) فرضیه تحقیق:

با توجه به تحقیقات صورت گرفته در شمع‌ها، مایل بودن آن‌ها برای به دست آوردن ظرفیت باربری بیشتر به خصوص در سازه‌هایی که تحت بار جانبی قرار دارند، حائز اهمیت می‌باشد. ما در این پروژه به بررسی تاثیر زاویه اریبی صفحه بر اندرکنش صورت گرفته بین شمع‌های مایل می‌پردازیم. رفتار شمع به صورت الاستیک خطی در نظر گرفته شده است. مصالح به کار رفته و محیط خاک به صورت همگن و ایزوتروپ در نظر گرفته شده و مدل‌سازی خاک با استفاده از مدل رفتاری موهر-کولمب به صورت الاستیک خطی و غیرخطی صورت می‌گیرد. همچنین تغییر مکان محوری وابسته به نوسانات جانبی و تغییر مکان جانبی وابسته به نوسانات محوری ناچیز بوده و از آن‌ها صرف می‌کنیم. از آنجا که در حالت دینامیکی جهت بار وارده تغییر می‌کند، رفتار شمع رفتار مثبت و منفی تحت بار جانبی یکسان در نظر گرفته می‌شود. برای مدل کردن خاک آن را به صورت محیط پیوسته در نظر گرفته و با توجه به این که سرعت کار پایین می‌آید ولی در عوض نتایج از دقت قابل قبولی برخوردار هستند.

۵-۱) اهمیت و ضرورت انجام تحقیق:

همان‌طور که می‌دانید شمع‌ها به پی‌های عمیقی گفته می‌شود که در زمین‌های سست برای انتقال بار از سطح زمین به سطح مقاوم به کار می‌روند. شمع‌ها به صورت منفرد و گروهی با طول و قطرهای مختلف با توجه به بار وارده از سازه و نوع بستر، اندازه آن‌ها تعیین می‌شود. شمع‌ها بر حسب جنس مصالح به ۴ دسته بتنی، فولادی (H شکل)، چوبی و مرکب تقسیم می‌شوند. شمع‌ها به دو صورت مایل و قائم هستند که شمع‌های مایل در مواردی که تحت تاثیر نیروی جانبی زیاد قرار دارند، به خصوص در سازه‌های بستر دریا به کار می‌روند و از آنجا که نزدیک دریا بوده به دلیل وجود رطوبت و مشکلات اجرایی جهت جلوگیری از ایجاد ترک در سطح آن، از بتن پیش تنیده استفاده می‌شود. شمع‌های مایل هم خود بسته به نوع گسیختگی خاک اطرافشان به دو دسته شمع‌های مایل مثبت (لغزش گوه گسیختگی به سمت بالا) و شمع‌های مایل منفی (لغزش گوه گسیختگی به سمت پایین) تقسیم می‌شود. افزایش زاویه در شمع باعث افزایش ظرفیت باربری می‌شود. دلیل این امر این است که وقتی شمع به صورت قائم اجرا شود ظرفیت باربری آن تنها از طریق مقاومت نوک شمع و

مقاومت جدار شمع حاصل می‌شود. زمانی که شمع به صورت مایل و با طول L اجرا می‌شود، علاوه بر مقاوم نوک و جدار مولفه رو به پایین نیروی محوری شمع برابر $L \sin \alpha$ می‌باشد که از طرف شمع به خاک زیر شمع وارد می‌شود. در کل ظرفیت باربری جانبی شمع‌های مایل بیشتر از شمع‌های قائم است، اما باید دانست که مایل بودن شمع سبب افزایش نشست در خاک می‌گردد. بنابراین با در نظر داشتن یک حالت ایده آل ($15^\circ < \theta < 5^\circ$) این میزان نشست حداقل می‌شود. برای رسیدن به حداکثر ظرفیت باربری شمع‌ها در یک گروه باید حداقل فاصله شمع‌ها از یکدیگر حدود $2/5D$ الی $3/5D$ باشد با توجه به مطالعات انجام شده مدل رفتاری وینکلر برای شمع‌های منفرد مناسب است و در گروهی روش المان محدود مناسب می‌باشد. چون در شمع‌های گروهی لنگر خمشی در حالت وینکلر از المان محدود بیشتر می‌باشد.

حال با توجه به توضیحاتی که درباره رفتار شمع مایل داده شد ما در این پروژه به بررسی تاثیر زاویه اریبی بر شمع‌های مایلی که در یک صفحه هستند، به اندرکنش بین آن‌ها به روش عددی تحت بارهای استاتیکی و دینامیکی محوری و جانبی می‌پردازیم که شرح مختصری از آن بدین گونه است:

ما دو شمع مایل با زوایای مختلف و فاصله معین داریم که به کلاhek صلب به صورت گیردار به آن‌ها متصل شده است. این دو شمع در یک صفحه اریبی با زوایای مختلف قرار گرفته است. قرار است ما اندرکنش هر یک از این دو شمع را تحت بارگذاری دیگری بررسی و به صورت عددی ارزیابی کنیم.

۷-۱) اهداف تحقیق:

قرار است این پروژه به صورت ۳ بعدی با نرم افزار اجزا محدود ABAQUS صورت پذیرد. با توجه به تحقیقات عددی و تحلیلی صورت گرفته درباره اندرکنش شمع‌های مایل، همه مطالعات در شرایطی است که صفحه به صورت قائم و بدون شیب است. حال ما بررسی موارد گفته شده در حالت اریبی بودن صفحه پرداخته خواهد شد.

پارامترهای ثابت خاک و شمع به شرح زیر می‌باشد:

خاک شامل : ۱- ضریب پواسون 0.49 (در حالت استاتیکی) و 0.4 (در حالت دینامیکی) ۲- مدول الاستیسیته 21000 KPa ، ۳- جرم مخصوص $1750 (\text{Kg/m}^3)$ ، ۴- ϕ 17 درجه، ۵- چسبندگی 35 KPa .

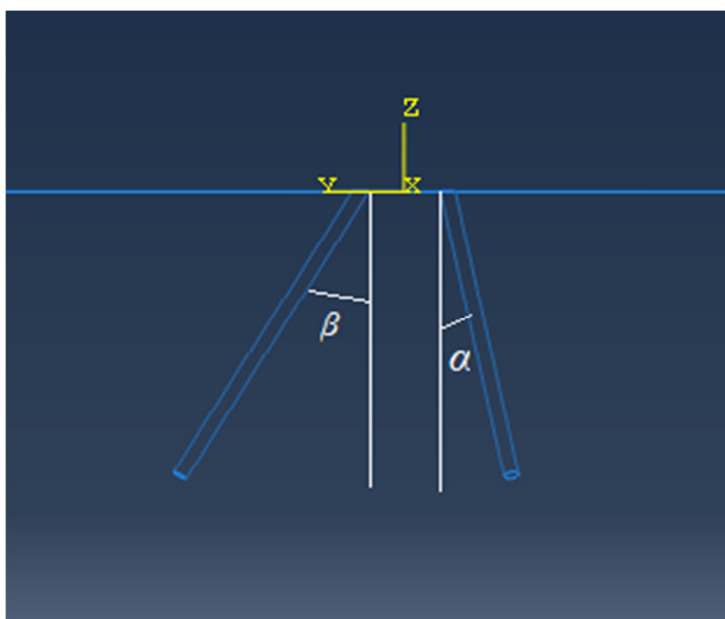
شمع شامل : ۱- ضریب پواسون 0.3 ، ۲- مدول الاستیسیته $21 \times 10^6 \text{ KPa}$ ، ۳- جرم مخصوص $2500 (\text{Kg/m}^3)$ $S/D = 6 - 4$ می باشد.

پارامترهای متغیر شامل :

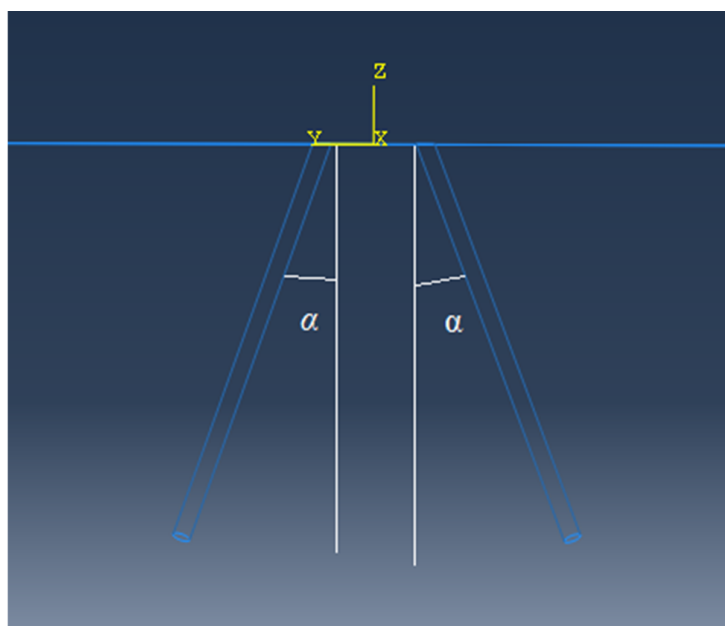
- ۱- زاویه اریبی صفحه در زوایای مختلف $(0, 20, 40, 60)$ درجه .
- ۲- نسبت طول به قطر شمع (لاغری) L/D $(10, 20, 30, 40)$ متر بوده و با توجه به قطر ثابت و ۵. متری شمع ها؛ طول شمع ها ۵ و ۱۰ و ۱۵ متر لحاظ شده .
- ۳- زاویه تمایل شمع ها Ψ $(0, 10, 20, 30)$ درجه .
- ۴- تاثیر سختی نسبی شمع و خاک E_p / E_s $(100, 1000, 10000)$ بوده که به ترتیب نشان دهنده خاک سخت، متوسط و سست می باشد، که این موارد در این پروژه به بررسی پرداخته می شود.

۸-۱) هدف پایان نامه

هدف اصلی این پایان نامه مدل سازی گروه شمع مایل در صفحات اریبی می باشد. از آنجا که یکی از روش های بررسی رفتار گروه شمع، استفاده از ضرایب اندرکنش می باشد و هم چنین غالباً استفاده از شمع های مایل جهت مقابله با نیروهای جانبی اجتناب ناپذیر است، در این پایان نامه به تعیین ضرایب اندرکنش شمع - خاک - شمع در حالت شمع مایل و صفحات اریبی تحت بارهای استاتیکی و دینامیکی با در نظر گرفتن تاثیر حضور شمع دوم و به صورت عددی، با استفاده از نرم افزار ABAQUS نسخه ۶.۱۳ در حالت سه بعدی پرداخته شده است. نتایج حاصل از این آنالیز با سایر روش های موجود نیز مقایسه شده است. در شکل های ۱-۱ و ۲-۱ نمونه ای از مدل های شمع های مایل در حالت صفحه قایم و اریبی نمایش داده شده است.



شکل ۱-۱ شمع مایل در حالت زاویه اریبی Inclined Angle



شکل ۲-۱ شمع مایل در حالت صفحه قائم Oblique Angle

همان‌گونه که پیش‌تر تشریح شد، اهمیت ضریب اندرکنش شمع - خاک - شمع در بررسی عملکرد و یا طراحی گروه شمع پر واضح است. اما اندک بررسی نشان خواهد داد که اکثر پژوهش‌های انجام

شده در این زمینه برای شمع‌های قائم صورت گرفته است و حضور شمع مایل در صفحات اریبی در نظر گرفته نشده است. همچنین در بسیاری از پژوهش‌ها اثر لغزش و جدایش بین شمع و خاک را در نظر گرفته نشده و خاک نیز الاستیک فرض شده است. در این تحقیق سعی شده است که با مقایسه آرایش‌های مختلف برای قرارگیری شمع مایل در گروه در حالات مختلف صفحات اریبی با تحلیل پارامتری و مقایسه نتایج حاصل، یک جمع‌بندی جامع و کامل از تغییرات ضرایب اندرکنش در گروه شمع مایل با صفحات اریبی تحت اثر بارهای محوری و جانبی در دو حالت استاتیکی و دینامیکی حاصل شود.

۹-۱) نحوه اعتبارسنجی:

جهت صحت سنجی مدل و دست یافتن به خطای کمتر از ۵ درصد از نحوه بارگذاری انجام شده، نتایج حاصله با نتایج پژوهش‌های پولوس و دیوس و همچنین قاسم‌زاده_علی بیک‌لو مقایسه می‌شود.

۴-۱) ساختار پایان‌نامه

این پایان‌نامه در قالب شش فصل طرح‌ریزی و تدوین شده است که در ادامه علاوه بر ذکر عناوین این فصول، به محتوا و شرح فعالیت‌های انجام شده در هر فصل به‌طور خلاصه اشاره شده است:

در فصل ۱، ضمن تعریف مساله و بیان ابعاد آن، پیرامون اهمیت و لزوم انجام این پژوهش سخن به میان می‌آید.

در فصل ۲، به عنوان نخستین گام، به جمع‌آوری، معرفی و بررسی نقاط قوت و ضعف احتمالی تعدادی از معتبرترین پژوهش‌های موجود پرداخته می‌شود.

در فصل ۳، نرم‌افزار مورد استفاده در این تحقیق معرفی می‌شود. در این فصل سعی شده است فرضیات و روش‌های استفاده شده در این نرم‌افزار معرفی شود.

فصل ۴ به اندرکنش استاتیکی شمع - خاک - شمع با حضور شمع مایل در حالات مختلف صفحات اریبی تحت اثر بار محوری و جانبی می‌پردازد. در این فصل به منظور صحت‌سنجی نتایج، نشست

تک شمع مایل تحت اثر بار محوری و جانبی با نتایج ارایه شده توسط محققین دیگر مقایسه می‌شود. در ادامه فصل، مدل‌سازی گروه‌های شمع مایل انجام می‌گیرد و با تحلیل آرایش‌های مختلف، تغییرات ضرایب اندرکنش نسبت به پارامترهای مختلف مورد بررسی قرار می‌گیرد.

فصل ۵ به اندرکنش دینامیکی شمع - خاک - شمع با حضور شمع مایل در حالات مختلف صفحات اریبی تحت اثر بار محوری و جانبی می‌پردازد. در این فصل با اعمال میرایی مادی توسط فرمول رابلی و همچنین افزودن المان نامحدود به اطراف مدل‌های ساخته شده در فصل قبل جهت جلوگیری از انعکاس امواج به داخل مدل و اعمال بار هارمونیک محوری و جانبی به طور جداگانه به سر شمع‌ها، شرایط را جهت تعیین ضرایب اندرکنش دینامیکی مهیا می‌کنیم. در ادامه فصل، مدل‌سازی گروه‌های شمع مایل انجام می‌گیرد و با تحلیل آرایش‌های مختلف با صفحات اریبی، تغییرات ضرایب اندرکنش نسبت به پارامترهای مختلف مورد بررسی قرار می‌گیرد.

در فصل ۶، جمع‌بندی و نتیجه‌گیری ارایه خواهد شد. در این فصل پس از مرور اجمالی کارهای انجام شده در فصول قبلی، به بررسی نتایج حاصله و تحلیل آن‌ها، جمع‌بندی و نتیجه‌گیری و همچنین ارایه پیشنهادهایی جهت ادامه پژوهش در زمینه کار انجام شده در این پایان‌نامه پرداخته شده است.

فصل ۲) مروری بر ادبیات موضوع

۲-۱) مقدمه

هدف اصلی این پایان‌نامه مدل‌سازی عددی گروه شمع‌های مایل در صفحات اریبی می‌باشد. جهت بررسی رفتار گروه شمع از ضرایب اندرکنش استاتیکی و دینامیکی با در نظر گرفتن تاثیر حضور شمع دوم استفاده می‌شود. با توجه به اینکه تحقیقات نسبتاً زیادی در زمینه تعیین اندرکنش شمع-خاک-شمع به صورت تحلیلی انجام شده است، در این فصل ابتدا به بررسی مطالعات تحلیلی انجام شده در این زمینه می‌پردازیم و سپس پژوهش‌های عددی و تجربی انجام شده در زمینه مدل‌سازی گروه شمع را مورد بررسی قرار می‌دهیم.

۲-۲) روش‌های تحلیلی

روش‌های تحلیلی متنوعی در محاسبات مربوط به تعیین ضرایب اندرکنش شمع-خاک-شمع مورد استفاده قرار گرفته‌اند. از مزایای روش‌های تحلیلی، می‌توان به دقت و سرعت استفاده از آنها اشاره کرد، اما در بعضی موارد، وجود فرضیات ساده کننده در این روش‌ها ناگزیر است. در این بخش، به بعضی از روش‌های تحلیلی موجود، جهت محاسبه ضریب اندرکنش شمع - خاک - شمع تحت اثر بار محوری و جانبی در دو حالت استاتیکی و دینامیکی، اشاره می‌شود.

۲-۲-۱) اندرکنش استاتیکی شمع - خاک - شمع

طبق تعریف، ضریب اندرکنش از، نسبت نشست شمع بدون بار، در اثر بارگذاری شمع مجاور، به نشست شمع بارگذاری شده بدست می‌آید. ساده‌ترین مفهوم ضریب اندرکنش در ابتدا توسط پولوس^۱ [۱] در سال ۱۹۶۸ بیان شده است. پولوس نشان داده است که تاثیر شمع‌ها در گروه را می‌توان با اصل روی هم‌گذاری برای دو شمع در آن واحد در نظر گرفت. در این بخش روش‌های تحلیلی محاسبه ضریب اندرکنش استاتیکی آورده شده است.

۲-۲-۱-۱) روش راندولف و روث^۲

^۱ - Poulos

^۲ - Randolph & Wroth

این روش توسط راندولف و روث [۲] در سال ۱۹۷۸ ارایه شده است. در این روش نسبت بار-نشست برای تنه شمع و نوک شمع محاسبه شده است و با استفاده از اصل روی هم‌گذاری با یکدیگر جمع می‌شوند. بنابراین برای محاسبه ضریب اندرکنش بین دو شمع می‌توان از رابطه زیر استفاده کرد:

$$\left(\frac{G_L r_0 w_t}{P_t} \right)_2 = (1 + \alpha) \left(\frac{G_L r_0 w_t}{P_t} \right)_1 \quad (1-2)$$

در رابطه فوق P_t مجموع نیروی تنه شمع و نوک شمع می‌باشد. W_t مجموع تغییر مکان تنه شمع و نوک شمع می‌باشد. α ضریب اندرکنش استاتیکی بین دو شمع و r_0 شعاع سطح مقطع شمع و G_L مدول برشی خاک می‌باشد. همان‌طور که ملاحظه می‌شود با وجود سادگی و سهولت استفاده از این روش، اما تاثیر حضور شمع دوم در نظر گرفته نشده است و اضافه نشست به دلیل بارگذاری شمع مجاور با نشست خاک به دلیل بارگذاری شمع مجاور، یکسان فرض شده است.

۲-۲-۱-۲ روش پولوس و دیویس^۳

این روش شامل دست یافته‌های پولوس [۴،۳] در سال ۱۹۷۱ است. در این روش شمع و خاک به المان‌هایی تقسیم می‌شوند و با استفاده از معادلات میندلین^۴ و به صورت الاستیک جابه‌جایی‌های نقاط گره‌ای در مرکز هر المان شمع و خاک برای تنش خاص نوشته شده و با یکدیگر مساوی قرار داده می‌شوند. با حل معادلات به دست آمده برای شمع‌های مرجع و دریافت‌کننده جابه‌جایی‌ها و در نتیجه ضریب اندرکنش به دست می‌آید [۵].

۲-۲-۱-۳ روش جزتاس و میلانوکیس^۵

^۳ - Poulos & Davis

^۴ - Mindlin

^۵ - Gazetas & Mylanokis

جزتاس و میلانوکیس [۶] در سال ۱۹۹۸ شیوه جدیدی برای محاسبه اندرکنش شمع - خاک - شمع ارائه داده‌اند. در این روش جهت مدل کردن اندرکنش خاک و شمع از روش فنرهای وینکلر استفاده شده است. در این روش تاکید می‌شود که شمع از تغییر شکل خاک اطراف که در نتیجه بارگذاری شمع‌های مجاور ایجاد شده به‌طور کامل پیروی نمی‌کند. تابع زیر نسبت تغییر مکان در فاصله s و ارتفاع z به تغییر مکان در فاصله r_0 در همان ارتفاع را نشان می‌دهد.

$$\varphi(s) = \frac{w_s(s, z)}{w_s(r_0, z)} = \begin{cases} \frac{\ln\left(\frac{r_m}{s}\right)}{\ln\left(\frac{r_m}{r_0}\right)} & r_0 \leq s < r_m \\ 0 & s \geq r_m \end{cases} \quad (2-2)$$

$$r_m = 2.5L(1 - g_s)$$

۵-۱-۲-۲) روش قاسم‌زاده و علی‌بیک‌لو

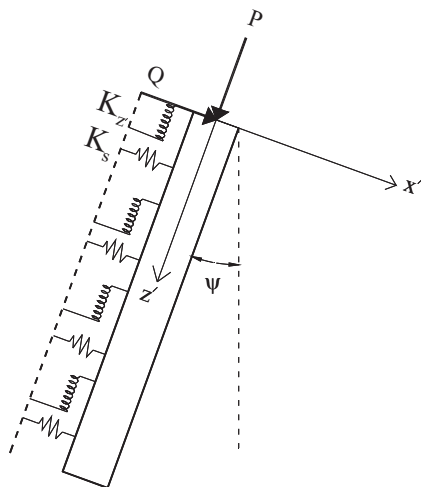
قاسم‌زاده و علی‌بیک‌لو [۸] در سال ۱۳۸۹، به صورت تحلیلی و با استفاده از مدل وینکلر، ضرایب اندرکنش استاتیکی شمع - خاک - شمع را تحت اثر بارهای محوری و جانبی، برای شمع‌های مایل و قائم مورد محاسبه قرار دادند. در این روش یک شمع بارگذاری شده به نام شمع مرجع^۶ و یک شمع مشابه ولی بدون بار به نام شمع دریافت‌کننده^۷ فرض شده است. روش ارائه شده جهت محاسبه ضرایب اندرکنش در این مرجع دارای سه گام زیر می‌باشد:

۱- محاسبه نشست شمع مرجع تحت اثر بار محوری و جانبی به طور جداگانه:

^۶ -Source Pile

^۷ -Receiver Pile

در این بخش المانی از شمع در نظر گرفته می‌شود و با رسم نیروهای وارد بر سطوح آن، به حل هم‌زمان معادلات تعادل بر روی این المان پرداخته می‌شود.



شکل ۱-۲ استفاده از مدل وینکلر برای تحلیل شمع و پاسخ خاک [۸]

$$w_{11}(z') = A_{11}.e^{\Lambda z'} + B_{11}.e^{-\Lambda z'} \quad (۳-۲)$$

$$A_{11} = \frac{P}{E_p A_p \Lambda} \frac{1}{e^{\Lambda L} - e^{-\Lambda L}} e^{-\Lambda L} \quad (۴-۲)$$

$$B_{11} = \frac{P}{E_p A_p \Lambda} \frac{1}{e^{\Lambda L} - e^{-\Lambda L}} e^{\Lambda L} \quad (۵-۲)$$

$$\Lambda = \sqrt{\frac{K_{z'}}{E_p \cdot A_p}} \quad (۶-۲)$$

$$K_z = \frac{2\pi G}{\ln\left(\frac{r_m}{r_0}\right)}, \quad r_m = 2.5L(1-\nu_s) \quad (۷-۲)$$

$$u_{11}(z') = \left(\frac{Q\lambda}{K_{S_{Batter}}}\right).e^{-\lambda z'} [\cos(\lambda z') + \sin(\lambda z')] \quad (۸-۲)$$

$$\lambda = \left[\frac{K_{S_{Batter}}}{4E_p \cdot I_p} \right]^{\frac{1}{4}} \quad (۹-۲)$$

$$\begin{aligned}
K_{s_{\text{Batter}}} &= B.K_s \\
K_s &= \delta.E_s \\
\delta &= 1.67 \left[\frac{E_p}{E_s} \right]^{-0.053} \rightarrow 0.9 < \delta < 1.2 \\
B &= \left(1 - \frac{\psi}{90} \right) \rightarrow \begin{cases} B > 1 & -45 < \psi < 0 \\ B = 1 & \psi = 0 \\ B < 1 & 0 < \psi < 45 \end{cases}
\end{aligned}
\tag{۲-۱۰}$$

در روابط بالا، L طول شمع، r_0 شعاع شمع، V_s ضریب پواسون خاک، G مدول برشی خاک، K_z سختی لغزشی فنر، E_s مدول الاستیسیته خاک، A_p سطح مقطع شمع، $w_{11}(z')$ نشست شمع مرجع در راستای طول شمع، P بار محوری وارده در سر شمع، $u_{11}(z')$ تغییر مکان جانبی شمع مایل در راستای طول شمع، Q بار جانبی وارده در سر شمع، E_p مدول الاستیسیته شمع و I_p ممان دوم سطح شمع می باشد.

۲- کاهش تغییر مکان خاک با دور شدن از شمع مرجع:

در این گام تغییر مکان خاک در موقعیت شمع دریافت کننده، به دلیل بارگذاری شمع مرجع محاسبه می شود. این تغییر مکان در حالت بارگذاری محوری در راستای شمع مرجع و در حالت بارگذاری جانبی (عمود بر محور شمع مرجع) در راستای عمود بر شمع مرجع، طبق روابط ۲-۱۳ و ۲-۱۴ محاسبه می شوند. سپس طبق شکل ۲-۲ تغییر مکان های محاسبه شده، به دو مولفه یکی در راستای شمع دریافت کننده و دیگری عمود بر راستای شمع دریافت کننده تبدیل می شوند. روابط ۲-۱۱ و ۲-۱۲ به ترتیب توابع تبدیل تغییر مکان جانبی و نشست محوری شمع مرجع به تغییر مکان جانبی و نشست محوری سطح خاک، در فاصله S از شمع مرجع می باشند. S فاصله شعاعی از محور شمع دریافت کننده می باشد. $u_{11}(z',s), w_{11}(z',s)$ به ترتیب تغییر مکان در فاصله S (چنانچه شمع دریافت کننده نباشد) و در عمق z' در اثر بارگذاری محوری و جانبی شمع مرجع می باشند.

$$\phi(s, \theta) = 0.6(1 + \cos^2 \theta) \left[\frac{E_p}{G_s} \right]^{\frac{1}{7}} \cdot \left(\frac{s}{r_0} \right)^{-1}
\tag{۲-۱۱}$$

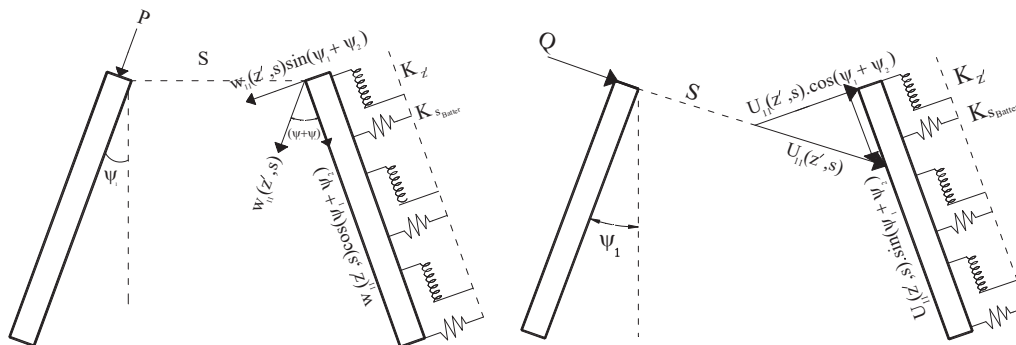
$$\varphi(s) = \begin{cases} \ln\left(\frac{r_m}{s}\right) & r_0 \leq s < r_m \\ \ln\left(\frac{r_m}{r_0}\right) & s \geq r_m \\ 0 & s \geq r_m \end{cases} \quad (12-2)$$

$$w_{11}(z', s) = w_{11}(z')\varphi(s) \quad (13-2)$$

$$(14-2) \quad u_{11}(z', s) = u_{11}(z')\varphi(s)$$

۳- محاسبه نشست شمع دریافت کننده:

حضور شمع دریافت کننده، تغییرمکان محاسبه شده در گام ۲ را عموماً کاهش می دهد و شمع دریافت کننده کاملاً از نشست خاک پیروی نمی کند. برای مدل کردن شمع دریافت کننده و اندرکنش آن با خاک، شمع به صورت میله ای که در امتداد آن فنرهای وینکلر وجود دارند، مدل می شود و به فنرها تغییرمکانی معادل آنچه در گام ۲ محاسبه شده، داده می شود. عملکرد این گام بر عکس عملکرد گام ۱ می باشد. در گام ۱ شمع مرجع، تغییرمکان را به خاک القاء می کند در حالی که در این گام، خاک تغییرمکان را به شمع دریافت کننده اعمال می کند. در حالت شمع مایل بایستی به این نکته توجه شود که جابه جایی محوری و یا جانبی شمع مرجع دو نوع جابه جایی در شمع دریافت کننده القاء می کند، یکی در راستای محوری و دیگری عمود بر محور شمع دریافت کننده. این تغییرمکان ها از فرمول های ذیل بدست می آیند.



شکل ۲-۲ القاء جابجایی از جانب خاک به شمع دریافت کننده به دلیل بارگذاری شمع مرجع

$$w_{21}(z') = \frac{\Lambda}{2} \Gamma_1 z' (-A_{11}.e^{\Lambda z'} + B_{11}.e^{-\Lambda z'}) + A_{21}.e^{\Lambda z'} + B_{21}.e^{-\Lambda z'} \quad (۱۵-۲)$$

$$A_{21} = \frac{\Gamma_1}{2} \left[\frac{\Lambda L (A_{11}.e^{\Lambda L} + B_{11}.e^{-\Lambda L}) + (-A_{11} + B_{11})e^{-\Lambda L}}{e^{\Lambda L} - e^{-\Lambda L}} \right]$$

$$B_{21} = \frac{\Gamma_1}{2} \left[\frac{\Lambda L (A_{11}.e^{\Lambda L} + B_{11}.e^{-\Lambda L}) + (-A_{11} + B_{11})e^{+\Lambda L}}{e^{\Lambda L} - e^{-\Lambda L}} \right]$$

$$\Gamma_1 = \varphi(s). \cos(\psi_1 + \psi_2)$$

$$\alpha_{aa} = \frac{w_{21}(z' = 0)}{w_{11}(z' = 0)}$$

$$u_{21}(z') = C_{21}.e^{-\lambda z'} \cos(\lambda z') + D_{21}.e^{-\lambda z'} \sin(\lambda z') + \Gamma (A_{11}.e^{\Lambda z'} + B_{11}.e^{-\Lambda z'})$$

$$C_{21} = \frac{\Gamma \Lambda (B_{11} - A_{11})(\Lambda^2 - 2\lambda^2)}{4\lambda^3}$$

$$D_{21} = \frac{\Gamma \Lambda (B_{11} - A_{11})(\Lambda^2 + 2\lambda^2)}{4\lambda^3}$$

$$\Gamma = \frac{K_{sBatter} . \varphi(s). \sin(\psi_1 + \psi_2)}{E_p . I_p . \Lambda^4 + K_{sBatter}}$$

$$\alpha_{an} = \frac{u_{21}(z' = 0)}{w_{11}(z' = 0)}$$

$$\alpha_{nn} = \frac{u'_{21}(z' = 0)}{u_{11}(z' = 0)} = \frac{3}{4} \phi(s, \theta). \cos(\psi_1 + \psi_2). \left(\frac{\lambda_n}{\lambda_p} \right)^3$$

$$\alpha_{na} = \frac{w'_{21}(z' = 0)}{u_{11}(z' = 0)} = \phi(s, \theta). \sin(\psi_1 + \psi_2) \frac{B'_{21} + \frac{\lambda}{K_{sBatter}} C'_{21}}{\frac{\lambda}{K_{sBatter}}}$$

$$C'_{21} = 1 - \Gamma' D'_{21}$$

$$D'_{21} = \frac{1 + \Gamma'}{1 + \Gamma'^2}$$

$$\Gamma' = \frac{2E_p \cdot A_p \cdot \lambda^2}{K_{z'}}$$

$$B'_{21} = -\frac{\lambda^2}{\Lambda K_{s_{Batter}}} (C'_{21} - D'_{21})$$

در روابط بالا، $w_{21}(z')$ و $u_{21}(z')$ به ترتیب تغییرمکان محوری و جانبی شمع دریافت‌کننده در اثر نشست محوری شمع مرجع، $w'_{21}(z')$ و $u'_{21}(z')$ به ترتیب تغییرمکان محوری و جانبی شمع دریافت‌کننده در اثر تغییرمکان جانبی شمع مرجع می‌باشند. همچنین ضریب اندرکنش محوری-محوری (α_{aa})، جانبی-جانبی (α_{nn})، محوری-جانبی (α_{an}) و جانبی-محوری (α_{na}) می‌باشند.

۲-۲-۲) اندرکنش دینامیکی شمع-خاک - شمع

تاریخچه روش‌های تعیین ضریب اندرکنش شمع-خاک-شمع به صورت استاتیکی در قسمت قبل بررسی گردید، در ذیل به روش‌های تحلیلی برای محاسبه اندرکنش شمع - خاک - شمع تحت بار دینامیکی پرداخته شده است.

۲-۲-۲-۱) روش شتا و نواک^۸

در این روش که توسط شتا و نواک [۹] در سال ۱۹۸۲ ارائه شده است، به بررسی ضرایب اندرکنش دینامیکی، کاهش مقاومت خاک اطراف شمع، لایه‌بندی خاک و شرایط نوک شمع پرداخته است. در این روش بیان شده است که رفتار دینامیکی گروه شمع نسبت به رفتار استاتیکی گروه متفاوت می‌باشد و سختی گروه شمع در حالت دینامیکی علاوه بر ضریب اندرکنش دینامیکی شمع - خاک -

⁸ -Sheta & Novak

شمع به فرکانس، فاصله بین شمع‌ها و ضعیف شدن خاک اطراف شمع نیز وابسته می‌باشد. برای بیان اندرکنش دینامیکی از تعریف دیگری تحت عنوان راندمان گروه شمع استفاده شده است. راندمان گروه شمع (GER)^۹ برابر با نسبت سختی گروه شمع بر مجموع سختی شمع‌های گروه می‌باشد.

به دلیل این که سختی گروه شمع در حالت دینامیکی شامل یک قسمت حقیقی مربوط به سختی و یک قسمت موهومی مربوط به میرایی می‌باشد، می‌توان راندمان گروه شمع را نیز در دو قسمت مجزا بیان کرد [۹]:

$$GER = \frac{K_G}{\sum K_s}$$

$$GER = \frac{C_G}{\sum C_s}$$

که در آن K_G و C_G به ترتیب سختی و میرایی گروه شمع و K_s و C_s به ترتیب سختی و میرایی هر تک شمع در گروه می‌باشد.

۲-۲-۲-۲ روش کی‌نیا و کازل^{۱۰}

این روش به منظور بررسی کاربرد اصل روی هم‌گذاری پولوس در حالت دینامیکی، توسط کی‌نیا و کازل [۱۰] در سال ۱۹۸۲ ارایه شده است. در این روش شمع به صورت الاستیک خطی مدل شده و رفتار خاک به صورت ویسکوالاستیک می‌باشد و جدایشی بین شمع و خاک وجود ندارد. جهت مدل کردن خاک از تئوری تیر بر بستر الاستیک^{۱۱} استفاده شده است. در این روش ضریب اندرکنش دینامیکی برای دو شمع برابر با نسبت تغییر مکان دینامیکی شمع دوم بر تغییر مکان استاتیکی شمع اول به صورت منفرد می‌باشد. تغییر مکان دینامیکی شمع دوم در شرایطی است که شمع دوم بدون بار و شمع اول تحت بار واحد هارمونیک باشد.

۲-۲-۲-۳ تحقیق قدیمی و قضاوی

^۹ -Group Efficiency Ratio

^{۱۰} -Kaynia & Kausel

^{۱۱} - Beam on Elastic Foundation

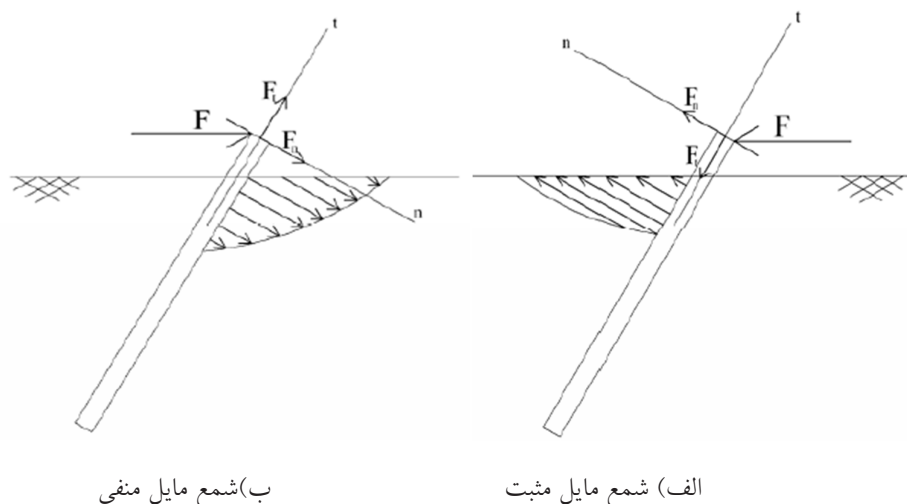
قدیمی [۱۱] در سال ۱۳۸۵ با در نظر گرفتن تاثیر حضور شمع دوم به محاسبه ضریب اندرکنش دینامیکی شمع - خاک - شمع تحت بار قائم، و به دست آوردن رابطه‌ای جهت محاسبه این ضریب برای شمع‌های قائم اصطکاکی در خاک‌های یک لایه و متعاقب آن بسط این رابطه در خاک‌های لایه‌ای پرداخته است. در این تحقیق با استفاده از مدل پیوسته، معادله دیفرانسیل شمع بدون بار نوشته شده و پس از حل این معادله و اعمال شرایط مرزی، نشست سر شمع بدون بار حاصل می‌شود که از نسبت این نشست به نشست شمع مرجع، ضریب اندرکنش محاسبه شده و سپس این ضریب برای شمع‌های اتکایی نیز با تغییر شرایط مرزی معادله به دست آمده، محاسبه شده است. در این تحقیق ضریب اندرکنش شمع‌های مایل محاسبه نشده است.

۲-۲-۳ روش قاسم‌زاده و علی‌بیکلو

قاسم‌زاده و علی‌بیکلو [۱۲] در سال ۲۰۱۱ به صورت تحلیلی و با در نظر گرفتن تاثیر حضور شمع دوم به محاسبه ضریب اندرکنش دینامیکی شمع - خاک - شمع در گروه شمع‌های مایل و تحت اثر نوسانات هارمونیک محوری و جانبی پرداختند. در این تحقیق جهت مدل کردن خاک از مدل وینکلر استفاده شده است. شمع به تعداد مناسبی قطعه تقسیم گردیده و جرم هر قطعه در مرکز آن تمرکز داده می‌شود. همچنین رفتار خاک معادل تعدادی بی‌نهایت فنر و کمک فنر خطی که به صورت موازی (مدل کلونین) به یکدیگر وصل شده‌اند، فرض می‌شود. ضرایب اندرکنش محاسبه شده در این مقاله، در ماتریسی به عنوان ماتریس اندرکنش، شامل ۴ ضریب اندرکنش محوری - محوری (α_{aa})، جانبی - جانبی (α_{nn})، جانبی - محوری (α_{an}) و محوری - جانبی (α_{na}) ارائه شده است. مطالعات پارامتریک برای مقادیر مختلف زاویه میل شمع (ψ)، نسبت فاصله به قطر شمع‌ها (S/D)، سختی نسبی شمع و خاک (E_p/E_s) و ضریب لاغری (L/D) برای هر چهار نوع ضریب اندرکنش در این تحقیق انجام گرفته است.

۲-۳ تحقیقات تجربی

اولین آزمایش برای فهم رفتار شمع‌های مایل در سال ۱۹۵۳ توسط چبوتاریف^{۱۲} [۱۳] انجام شد. در این آزمایش شمع‌های مایل بسته به نوع گسیختگی خاک به دو دسته مثبت و منفی تقسیم شده‌اند. این دو نوع آرایش در شکل ۱-۲ نشان داده شده است.



شکل ۲-۳ تفاوت شمع‌های مایل مثبت و منفی [۱۸]

در شمع‌های مایل مثبت، لغزش گوه گسیختگی به سمت بالا و در شمع‌های مایل منفی لغزش این گوه به سمت پایین می‌باشد. در نتایج حاصل از تحقیقات چبوتاریف، به این نکته اشاره شده است که شمع‌های مایل منفی در مقابل بارهای جانبی مقاومت بیشتری دارند. مورتی^{۱۳} [۱۴] در سال ۱۹۶۴ و پراکاش و سابرامانیام^{۱۴} [۱۵] در سال ۱۹۶۵، نیز با انجام تعدادی آزمایش اعلام کردند که مقاومت شمع‌های منفی تحت اثر بارهای جانبی بیش‌تر از مقاومت شمع‌های مایل مثبت است و به این ترتیب نتیجه تحقیقات قبلی را تایید کردند.

کوبو^{۱۵} [۱۶] در سال ۱۹۶۵ چند آزمایش بر روی شمع مایل در خاک رس انجام داد، همچنین ادوارد و پتراسوتیس^{۱۶} در سال ۱۹۶۸ همان آزمایش‌ها را بر روی خاک دانه‌ای انجام دادند. بر اساس نتایجی

¹² - Tschebotarioff

¹³ - Murthy

¹⁴ - Prakash & Subramanayam

¹⁵ - Kubo

¹⁶ - Edward & Petrasoutis

که هر دو گروه ارائه دادند، تحت اثر بارهای جانبی، تغییر مکان جانبی شمع‌های مایل مثبت نسبت به شمع‌های مایل منفی کمتر می‌باشد. این مطلب در ابتدا متناقض با نتایج تحقیقات گذشته به نظر می‌رسید ولی با توجه به تعریف شمع مایل مثبت و منفی در این گزارش‌ها مشاهده می‌شود که نتیجه ارائه شده، نتیجه تحقیقات گذشته را تایید می‌کند. در گزارش‌های مذکور شمع مایل مثبت به شمع‌هایی اطلاق می‌شود که در آن‌ها راستای اعمال بار در خلاف جهت قرارگیری شمع مایل باشد یا به عبارت دیگر مولفه افقی نیروی محوری شمع در خلاف جهت بار جانبی اعمال شده در سر شمع بوده که سبب کاهش مقدار موثر بارگذاری می‌شود. با توجه به شکل ۱-۲ مشاهده می‌شود که این تعریف در تحقیقات گذشته برای شمع مایل منفی در نظر گرفته شده است.

مایرهف و رنجان^{۱۷} [۱۷] در سال ۱۹۷۳ ظرفیت جانبی شمع‌های مایل مثبت و منفی در خاک‌های دانه‌ای را بررسی کردند. بر اساس این آزمایش‌ها نیز تغییر مکان جانبی شمع مایل منفی از شمع مایل مثبت کمتر می‌باشد. همچنین در سال ۱۹۸۰ رنجان و همکاران^{۱۸} [۱۸] با انجام تعدادی آزمایش نشان دادند که تحت اثر بارهای جانبی مقاومت شمع‌های مایل منفی از مقاومت شمع‌های مایل مثبت بیشتر است، همچنین اعلام کردند که تحت اثر بار جانبی تغییر مکان گروه دوتایی شمع شامل یک شمع قائم و یک شمع مایل (چه مثبت و چه منفی) از تغییر مکان گروه دوتایی شمع قائم کم‌تر است.

لو^{۱۹} [۱۹] در سال ۱۹۸۱ با ارایه معیارهایی برای ظرفیت باربری جانبی شمع‌های مایل نتیجه گرفت که دلیل تفاوت در ظرفیت باربری جانبی شمع‌های مایل مثبت و منفی، مقدار عکس‌العمل بسیج شده خاک در سطح زمین می‌باشد. به این ترتیب که برای شمع‌های مایل مثبت، عکس‌العمل خاک در سطح زمین صفر است در صورتی که این عکس‌العمل برای شمع‌های مایل منفی بیشترین مقدار است و در نتیجه جنس لایه سطحی در مقدار ظرفیت باربری جانبی شمع مایل بسیار تاثیرگذار است.

ویرش^{۲۰} [۲۰] در سال ۱۹۹۶ با انجام تعدادی آزمایش مدل بر روی شمع مایل تحت اثر بارهای سیکلیک گزارش کرد که برای شمع قائم و شمع مایل مثبت، مقاومت جانبی خاک در سطح زمین

¹⁷ - Mayerhof & Ranjan

¹⁸ - Ranjan et al.

¹⁹ - Lu

²⁰ - Veeresh

کاهش می‌یابد و دلیل این امر، فاصله ایجاد شده در پشت شمع و بسته شدن این فاصله می‌باشد، در نتیجه مقاومت خاک در سطح زمین کاهش می‌یابد. در صورتی که در حالت شمع مایل منفی با بسته شدن فاصله ایجاد شده، مقاومت خاک افزایش می‌یابد.

در سال ۲۰۰۳ عادل هتا و نیگوین^{۲۱} [۲۱] تعداد ۳۰ آزمایش مدل شمع در ماسه جهت بررسی مقاومت اصطکاکی تک شمع قائم و مایل ترتیب دادند. این مطالعه آزمایشگاهی بر روی دو نوع شمع فولادی به قطر ۷۶ میلی‌متر و ۳۸ میلی‌متر و در ماسه با تراکم ۶۵/۳٪ انجام شد. برای محاسبه مقاومت نهایی شمع در این آزمایش‌ها نمودار بار - تغییرمکان رسم می‌شود. نقطه‌ای از نمودار که در آن شیب نمودار عوض می‌شود به عنوان مقاومت نهایی شمع منظور می‌گردد. از تقسیم مقاومت نهایی شمع به طول شمع، مقدار نهایی مقاومت اصطکاکی واحد طول شمع f_s به دست می‌آید. در این تحقیق این‌طور گزارش شده است که برای شمع مایل با افزایش زاویه تمایل شمع از ۰ تا ۳۰ درجه، مقاومت اصطکاکی شمع کاهش می‌یابد.

قاسم‌زاده و شعبان‌زاد [۲۲] در سال ۱۳۹۰ با استفاده از یک مدل فیزیکی با مقیاس بزرگ (۱/۱۵) از شمع‌های به کار رفته در یکی از سکوهای نفتی در خلیج فارس، رفتار دینامیکی این شمع‌ها را به صورت تکی و گروهی تحت بارهای جانبی مورد بررسی قرار دادند و اثرات اندرکنش شمع - خاک - شمع بر رفتار گروه شمع را مورد ارزیابی قرار دادند. در این پژوهش، جهت مدل‌سازی از یک محفظه با مرزهای مناسب با ابعاد ۶ × ۶ × ۶ متر و شمع‌های آلومینیومی با طول ۳ متر و قطر خارجی ۶ سانتی‌متر و خاک ماسه‌ای استفاده گردید.

با ارزیابی نتایج بدست آمده از مدل بزرگ مقیاس این نکات استنتاج گردید که با افزایش سیکل‌های بارگذاری عمق گیرداری در شمع افزایش یافته و مقدار لنگر خمشی ماکزیمم افزایش می‌یابد. همچنین مقدار تنش‌های خمشی ایجاد شده در طول شمع به دلیل حضور شمع‌های مجاور از ۱۰٪ تا ۷۰٪ با کاهش فاصله شمع‌های مجاور و افزایش سیکل‌های مختلف بارگذاری، کاهش می‌یابد.

²¹ - Hanna & Nguyen

همچنین با افزایش سیکل‌های بارگذاری مقدار ضریب تنش اندرکنش افزایش یافته و با افزایش فاصله بین شمع‌های مجاور و مرجع مقدار ضریب تنش اندرکنش کاهش پیدا می‌کند.

۴-۲) پژوهش‌های عددی

با توجه به پیچیدگی مساله اندرکنش خاک و شمع و این نکته که هنوز هیچ مدل تحلیلی قادر به درنظرگیری تمام شرایط حاکم بر مساله نمی‌باشد، روش‌های عددی از قدیم مورد استفاده بسیاری از محققین قرار گرفته و به خوبی قدرتمندی خود را در ارایه راه حل در مساله اندرکنش خاک و شمع نشان داده‌اند. مزیت استفاده از روش اجزاء محدود، قابلیت تحلیل شمع و خاک و اندرکنش آن‌ها با در نظر گرفتن همزمان پارامترها می‌باشد. همچنین با استفاده از این روش می‌توان هر نوع نیمرخ خاک را در حالت سه بعدی مورد مطالعه قرار داد. یکی از علل موفقیت این روش در تحلیل مسایل خاکی، استفاده از مدل‌های رفتاری مختلف می‌باشد که می‌توان با استفاده از آن رفتار خاک را با دامنه وسیعی از کرنش‌ها، اثرات سرعت بارگذاری، کاهش سختی و غیره مورد مطالعه قرار داد. روش اجزاء محدود برای انجام تحلیل‌های کاملاً توأم دو بعدی و سه بعدی برای اشکال مختلف سیستم‌های شمع-خاک-سازه قابلیت دارد.

دسای و اپل^{۲۲} (۱۹۷۶) [۲۳] مدل اجزاء محدود سه بعدی را با در نظر گرفتن المان فصل مشترک برای مسایل شمع تحت بار جانبی بکار گرفتند. تروچیانیس و همکارانش^{۲۳} (۱۹۸۸) [۲۴] پاسخ غیرخطی یکنواخت و پاسخ سیکلی شمع-خاک را در دو حالت بار جانبی و محوری با مدل اجزاء محدود سه بعدی برای شمع منفرد و گروه دوتایی با در نظر گرفتن لغزش و فاصله در محل تماس شمع و خاک مورد بررسی قرار داده و مدل ساده شده‌ای را برای حالت بارگذاری در سرشمع ارایه دادند.

وو و فین^{۲۴} (۱۹۹۷) [۲۵] فرمول‌بندی اجزاء محدود سه بعدی را با استفاده از شرایط مرزی آزاد به کار بردند. روش شبه سه بعدی المان محدود برای حالت دینامیکی الاستیک و آنالیز غیرخطی اندرکنش شمع-خاک-سازه توسط وو و فین ارایه شد. این مدل بر اساس فرضیاتی بنا نهاده شده است. یکی از

²² - Desai & Appel

²³ - Trochianis et all

²⁴ - Wu & Finn

این فرضیات این است که موج‌های برشی در صفحات XY و YZ تنها باعث حرکت در مدل می‌شوند و موج‌های فشاری در راستای Y حرکت می‌کنند. ثانیا تغییر مکان‌ها در جهت عمود بر راستای لرزش بسیار کوچک هستند تا جایی که می‌شود از آنها صرف‌نظر کرد. مدل توسط تست‌های سانتریفیوژ که توسط انستیتو تکنولوژی کالیفرنیا به روی شمع منفرد و گروه شمع‌های 2×2 انجام گرفته شده بود، صحتش ارزیابی شد. المان‌های ۸ گره‌ای آجری برای خاک و المان‌های ۲ گره‌ای تیر شکل برای شمع استفاده شده بودند. تغییر مکان‌های شمع و خاک با یکدیگر مطابقت داده شده بودند. برای مدل‌سازی رفتار هیستریزیس غیرخطی خاک از یک مدل شبه خطی استفاده شد. به این صورت که به جای اعمال تغییرات کرنش و تنش با یکدیگر، مقدار میانگینی در طول کل آنالیز در نظر گرفته شد. در مدل شمع منفرد، سازه فوقانی به شکل یک جسم صلب، با جرمی به صورت بار متمرکز مدل شد. یک تیر بسیار سخت که سختی خمشی آن ۱۰۰۰ برابر شمع بود برای اتصال سازه فوقانی به شمع استفاده شد. برای شرایط مرزی از حالت تقارن استفاده کردند. نتایج آنالیز المان محدود نشان داد که سختی پی شمعی با توجه به فرکانس لرزش کاهش پیدا می‌کند. همچنین آنالیز آنها اهمیت اندرکنش اینرسی را نیز نشان داد.

راجاشیری و سیتهارام^{۲۵} [۲۶] در سال ۲۰۰۱ برای بررسی رفتار غیرخطی شمع‌های مایل تحت اثر بارهای جانبی یک مدل عددی المان محدود ارایه کردند. در این تحقیق خاک به‌صورت فنر مدل گردیده است. برای مدل کردن مقاومت نوک از یک فنر در راستای شمع در نوک شمع استفاده شده است و برای مدل نمودن مقاومت جداره از فنرهایی در راستای عمود بر راستای شمع استفاده گردیده است. نتایج به‌دست آمده از این تحقیق نشان داد که مقاومت حداکثر جانبی در شمع مایل منفی در سطح زمین و مقاومت حداقل در شمع مایل مثبت در سطح زمین به‌وجود می‌آید و در مدل‌سازی شمع مایل تحت اثر بارهای سیکلیک، پاسخ شمع در سطح زمین خیلی پیچیده می‌باشد و برای این مدل‌سازی سه نوع فاکتور شامل کاهش مقاومت خاک تحت اثر بارهای جانبی، فاکتور عمق بحرانی تحت اثر بارهای تناوبی و فاکتور مدل‌کننده فاصله ایجاد شده بین خاک و شمع حایز اهمیت می‌باشند.

²⁵ - Rajashree & Sitharam