



دانشگاه خواجه نصیرالدین طوسی

پایان نامه کارشناسی ارشد

مهندسی عمران – مکانیک خاک و پی

آنالیز دینامیکی در محیط گسسته با استفاده از المان چهار گره‌ای منیفلد

استاد راهنما

آقای دکتر حسن قاسم زاده

نگارش

پیمان محسن زاده

شهریور ماه ۹۷

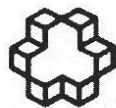


تقدیم بہ

خدائی کہ آفرید

جہان را، انسان را، عقل را، علم را، معرفت را، عشق را

و کسانی کہ عشقشان را در وجودم دید.



دانشگاه گیلان
تاسیس ۱۳۷۰

تائید هیات داوران

هیات داوران پس از مطالعه پایان نامه و شرکت در جلسه دفاع از پایان نامه تهیه شده تحت عنوان آنالیز دینامیکی در محیط گسسته با استفاده از المان چهار گره‌ای منیفلد توسط آقای پیمان محسن زاده صحت و کفایت تحقیق انجام شده را برای اخذ درجه کارشناسی ارشد در مهندسی عمران گرایش ژئوتکنیک مورد تائید قرار می دهند.

۱- استاد راهنما	آقای دکتر حسن قاسم زاده	امضاء
۲- ممتحن خارجی	آقای دکتر محمدعلی رمضان پور	امضاء
۳- ممتحن داخلی	آقای دکتر فرزین کلانتری	امضاء
۴- نماینده تحصیلات تکمیلی دانشگاه	آقای دکتر فرزین کلانتری	امضاء

دانشکده عمران
تاریخ:

اظهارنامه دانشجو

اینجانب پیمان محسن زاده دانشجوی کارشناسی ارشد رشته مهندسی عمران گرایش ژئوتکنیک دانشکده مهندسی عمران دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی گواهی می‌نمایم که تحقیقات ارائه شده در پایان‌نامه با عنوان **آنالیز دینامیکی در محیط گسسته با استفاده از المان چهار گره‌ای منیفلد** با راهنمایی استاد محترم جناب آقای دکتر حسن قاسم زاده، توسط شخص اینجانب انجام شده و صحت واصلت مطالب نگارش شده در این پایان‌نامه مورد تأیید می‌باشد، و در مورد استفاده از کار دیگر محققان به مرجع مورد استفاده اشاره شده است. بعلاوه گواهی می‌نمایم که مطالب مندرج در پایان‌نامه تا کنون برای دریافت هیچ نوع مدرک یا امتیازی توسط اینجانب یا فرد دیگری در هیچ جا ارائه نشده است و در تدوین متن پایان‌نامه چارچوب (فرمت) مصوب دانشگاه را بطور کامل رعایت کرده‌ام.

امضاء دانشجو:

تاریخ:

حق طبع و نشر و مالکیت نتایج

- ۱- حق چاپ و تکثیر این پایان نامه متعلق به نویسنده آن می باشد. هرگونه کپی برداری بصورت کل پایان نامه یا بخشی از آن تنها با موافقت نویسنده یا کتابخانه دانشکده مهندسی عمران دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی مجاز می باشد.
ضمناً متن این صفحه نیز باید در نسخه تکثیر شده وجود داشته باشد.
- ۲- کلیه حقوق معنوی این اثر متعلق به دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی می باشد و بدون اجازه کتبی دانشگاه به شخص ثالث قابل واگذاری نیست.
همچنین استفاده از اطلاعات و نتایج موجود در پایان نامه بدون ذکر مراجع مجاز نمی باشد.

بانشکر از استاد عزیز و بزرگوارم

جناب آقای دکتر حسن قاسم زاده

که صبورانه مرا در انجام این پایان نامه راهنمایی نمودند

چکیده

روش اجزای محدود بعنوان یک روش پایه در تحلیل مسائل مهندسی دارای معایبی از جمله هزینه محاسباتی و زمانی بالا در مدل‌سازی‌های دقیق، کوچک‌سازی‌المان‌ها در هندسه پیچیده، حساسیت‌المان‌ها به شرایط مرزی و بارگذاری و عدم توانایی بالقوه در مدل‌سازی مسائل دارای گسستگی می‌باشد. در روش عددی منیفلد به دلیل استفاده از دو شبکه مستقل ریاضیاتی و فیزیکی نیازی به انطباق شبکه‌بندی ریاضیاتی با هندسه مسئله وجود ندارد. با توجه به این ویژگی، شبکه‌بندی مسائل پیوسته و گسسته براحتی امکان‌پذیر بوده که سبب کاهش هزینه محاسباتی می‌گردد. ویژگی دیگر روش عددی منیفلد استفاده از توابع شبیه‌سازی محلی درجات بالا می‌باشد که امکان رسیدن به جواب‌های دقیق بدون کوچک‌سازی‌المان‌های مسئله را موثر می‌سازد. از مشکلاتی که هنگام بکارگیری توابع شبیه‌سازی درجات بالا بوجود می‌آید می‌توان به وابستگی خطی مجهولات اشاره کرد. وجود مسئله وابستگی خطی در مسئله سبب تکین شدن ماتریس‌های جرم و سختی مسئله و واگرایی نتایج می‌گردد. در این پایان‌نامه شکل‌المان‌های منیفلد بصورت چهارگره‌ای در نظر گرفته شده و روابط روش عددی منیفلد با استفاده از روش‌های حداقل‌سازی انرژی پتانسیل، نیومارک، ضرایب لاگرانژ اصلاح شده برای مدل‌سازی تماس بدست آمده است. همچنین عوامل بوجود آمدن مسئله وابستگی خطی در هنگام استفاده از توابع شبیه‌ساز محلی درجات بالا در این‌المان مورد بررسی قرار گرفته و راه‌حلی ساده و عملی برای برطرف کردن آن ارائه گردیده است. در انتها با بررسی مسائل گوناگون مهندسی در محیط‌های پیوسته و گسسته مزایای استفاده از روش عددی منیفلد مانند عدم حساسیت به هندسه فیزیکی مسئله، افزایش دقت نتایج، کاهش هزینه محاسباتی، کاهش زمان محاسباتی بخصوص در هنگام استفاده از روش منیفلد درجات بالا معرفی گردیده است.

کلمات کلیدی: روش عددی منیفلد درجات بالا، وابستگی خطی، تحلیل دینامیکی، محیط پیوسته،

محیط گسسته، تماس دو جسم، المان چهارگره‌ای

فهرست مطالب

۲	(۱) کلیات
۲	(۱-۱) مقدمه
۳	(۲-۱) طرح مسئله
۳	(۳-۱) سوالات تحقیق
۴	(۴-۱) نوآوری‌های تحقیق
۵	(۵-۱) روش تحقیق
۵	(۶-۱) ساختار تحقیق
۷	(۲) مروری بر ادبیات موضوع
۷	(۱-۲) مقدمه
۷	(۲-۲) روش عددی منیفلد
۱۰	(۲-۳) مسئله وابستگی خطی مجهولات
۱۶	(۳) تئوری و معادلات روش منیفلد
۱۶	(۱-۳) مقدمه
۱۶	(۲-۳) مفاهیم پایه روش منیفلد
۲۰	(۳-۳) روش منیفلد درجات بالا با استفاده از المان چهار گره‌ای
۲۰	(۱-۳-۳) توابع افراز واحد المان چهار گره‌ای منیفلد
۲۱	(۲-۳-۳) تابع شبیه‌ساز محلی المان چهار گره‌ای منیفلد
۲۲	(۳-۳-۳) تابع شبیه‌ساز کلی جابجایی المان چهار گره‌ای منیفلد
۲۳	(۴-۳) رابطه تعادل المان منیفلد
۲۴	(۱-۴-۳) انرژی پتانسیل ناشی از کرنش
۲۵	(۲-۴-۳) انرژی پتانسیل ناشی از اینرسی
۲۶	(۳-۴-۳) انرژی پتانسیل ناشی از نیروی نقطه‌ای
۲۷	(۴-۴-۳) انرژی پتانسیل ناشی از نیروی سطحی
۲۷	(۵-۴-۳) انرژی پتانسیل ناشی از نیروی حجمی
۲۸	(۶-۴-۳) انرژی پتانسیل ناشی از قیود تکیه گاهی

- ۲۹ (۷-۴-۳) انرژی پتانسیل ناشی از تماس دو جسم
- ۳۰ (۸-۴-۳) رابطه تعادل در حالت استاتیکی
- ۳۱ (۹-۴-۳) رابطه تعادل در حالت دینامیکی
- ۳۲ (۱-۹-۴-۳) گسسته سازی در زمان
- ۳۳ (۵-۳) بررسی مسئله وابستگی خطی و بر طرف کردن آن
- ۳۵ (۱-۵-۳) حذف مسئله وابستگی خطی از یک المان منیفلد چهار گره‌ای
- ۳۶ (۱-۱-۵-۳) حداکثر تعداد مجهولات مستقل
- ۴۰ (۲-۱-۵-۳) توزیع نامناسب مجهولات
- ۴۴ (۳-۱-۵-۳) تاثیر شبکه ریاضیاتی
- ۴۸ (۲-۵-۳) حذف مسئله وابستگی خطی از یک شبکه پیوسته
- ۵۰ (۳-۵-۳) حذف مسئله وابستگی خطی از یک شبکه گسسته
- ۵۰ (۶-۳) برنامه نویسی رایانه‌ای و الگوریتم برنامه
- ۵۳ (۴) صحت سنجی و ارائه نتایج
- ۵۳ (۱-۴) مقدمه
- ۵۳ (۲-۴) مسائل مکانیکی محیط پیوسته
- ۵۳ (۱-۲-۴) مقایسه درجات مختلف روش عددی منیفلد درجات بالا
- ۵۹ (۲-۲-۴) تاثیر شرایط بارگذاری و تکیه‌گاهی مختلف
- ۶۳ (۳-۲-۴) حذف مسئله وابستگی خطی از ماتریس جرم
- ۶۶ (۴-۲-۴) اندرکنش ماتریس جرم و سختی
- ۶۹ (۵-۲-۴) اثر بارگذاری متحرک
- ۷۲ (۳-۴) مسائل مکانیکی محیط گسسته
- ۷۳ (۱-۳-۴) تماس خط به خط و نقطه به خط
- ۷۶ (۲-۳-۴) اندرکنش تماسی چند جسم
- ۸۱ (۳-۳-۴) تماس دینامیکی با سه درجه آزادی- لغزش بلوک
- ۸۴ (۴-۳-۴) برخورد دینامیکی با سه درجه آزادی
- ۹۰ (۵-۳-۴) بررسی پدیده قوس زدگی

٩٣	٤-٣-٦) تحلیل مکانیکی سیستم بلوکی
٩٨	٥) جمع‌بندی و پیشنهادها
٩٨	٥-١) مقدمه
٩٨	٥-٢) جمع‌بندی
٩٨	٥-٣) پیشنهادها
١٠٠	منابع

فهرست جداول

جدول ۱-۳	نتایج بدست آمده از تشکیل ماتریس جرم و سختی تیر.....	۳۴
جدول ۲-۳	تعیین حداکثر تعداد مجهولات مستقل بر حسب درجه شبیه سازی برای المان مستطیلی..	۳۹
جدول ۱-۴	محاسبه کمبود مرتبه ماتریس سختی تیر.....	۵۶
جدول ۲-۴	مقایسه روش عددی منیفلد درجه پنج با روش عددی منیفلد رایج.....	۵۸
جدول ۳-۴	نتایج جابجایی قائم و افقی نقطه (1,1) صفحات بنتی در حالت های (b) و (c).....	۶۲
جدول ۴-۴	محاسبه کمبود مرتبه ماتریس جرم و سختی شبیه سازی منیفلد درجه پنج سقوط آزاد.....	۶۵
جدول ۵-۴	محاسبه کمبود مرتبه ماتریس جرم و سختی در تحلیل ارتعاش آزاد تیر.....	۶۸
جدول ۶-۴	محاسبه کمبود مرتبه ماتریس جرم و سختی تیر تحت بار متحرک.....	۷۰
جدول ۷-۴	محاسبه مرتبه و کمبود ماتریس سختی و مقایسه تماس ها در تماس دو بلوک.....	۷۵
جدول ۸-۴	مقایسه نیروهای تماسی تحلیلی و عددی در تماس دو بلوک.....	۷۶
جدول ۹-۴	محاسبه مرتبه و کمبود مرتبه ماتریس سختی مسئله اندرکنش چند تماس.....	۸۱
جدول ۱۰-۴	محاسبه مرتبه و کمبود مرتبه ماتریس سختی سقف طاق ضربی.....	۹۲

فهرست اشکال

- شکل ۱-۳ تعریف پوشش ریاضیاتی، فیزیکی و المان منیفلد..... ۱۷
- شکل ۲-۳ تعریف پوشش ریاضیاتی و فیزیکی و المان منیفلد برای یک شبکه منظم مستطیلی..... ۱۸
- شکل ۳-۳ شرکت چهار پوشش ریاضیاتی در ساخت یک المان منیفلد..... ۱۹
- شکل ۴-۳ تیر یک سر گیردار..... ۳۴
- شکل ۵-۳ شبکه بندی تیر یک سر گیر دار..... ۳۴
- شکل ۶-۳ هندسه جسم و نحوه تشکیل المان منیفلد..... ۳۶
- شکل ۷-۳ نحوه انتخاب مجهولات برای تشکیل توابع v_{w1} ۴۲
- شکل ۸-۳ نحوه انتخاب مجهولات برای تشکیل توابع v_{w2} ۴۳
- شکل ۹-۳ نحوه انتخاب مجهولات برای تشکیل توابع v_s ۴۴
- شکل ۱۰-۳ وصل کردن مراکز پوشش‌های ریاضیاتی برای تشکیل مستطیل المان منیفلد..... ۴۵
- شکل ۱۱-۳ مستطیل المان منیفلد با یک قطر موازی محور های مختصات..... ۴۶
- شکل ۱۲-۳ رفع مسئله وابستگی خطی از شبکه چهارگره‌ای پیوسته..... ۴۹
- شکل ۱۳-۳ الگوریتم برنامه رایانه‌ای..... ۵۱
- شکل ۱-۴ هندسه بارگذاری و شرایط مرزی تیر..... ۵۴
- شکل ۲-۴ پوشش‌های ریاضیاتی و فیزیکی و المان‌های منیفلد حل عددی..... ۵۴
- شکل ۳-۴ مقایسه نتایج تحلیلی تیر با روش عددی منیفلد درجات مختلف..... ۵۵
- شکل ۴-۴ توزیع تنش نرمال σ_{xx} داخل تیر بوسیله دو المان منیفلد با درجات مختلف شبیه‌سازی..... ۵۶
- شکل ۵-۴ شبکه بندی‌های مختلف جهت تحلیل تیر با روش منیفلد رایج..... ۵۷
- شکل ۶-۴ نتایج روش عددی منیفلد رایج با شبکه بندی‌های مختلف..... ۵۷
- شکل ۷-۴ المان بندی تیر در تحلیل بوسیله روش عددی منیفلد درجات بالای سه گره‌ای..... ۵۸
- شکل ۸-۴ هندسه، بارگذاری و شرایط مرزی مسئله در سه حالت مختلف..... ۵۹
- شکل ۹-۴ پوشش‌های ریاضیاتی و فیزیکی و المان‌های منیفلد برای حل عددی صفحه بتنی..... ۶۰
- شکل ۱۰-۴ مقایسه نتایج درجات دوم و چهار با نتایج تحلیلی تغییر شکل صفحه بتنی در حالت (a)..... ۶۰
- شکل ۱۱-۴ مقایسه نتایج سه حالت (a, b و c) از مثال صفحه بتنی، منیفلد درجات دو و چهار..... ۶۱
- شکل ۱۲-۴ پوشش‌های ریاضیاتی و فیزیکی و المان‌های منیفلد نامنظم در تحلیل عددی صفحه بتنی..... ۶۲

- شکل ۱۳-۴ نتایج تغییر شکل صفحه بتنی توسط تحلیل با شبکه ریاضیاتی منظم و نامنظم..... ۶۳
- شکل ۱۴-۴ هندسه بلوک و چهار شبکه ریاضیاتی مورد استفاده برای تحلیل سقوط آزاد..... ۶۴
- شکل ۱۵-۴ مقایسه جابجایی مرکز بلوک با نتیجه تحلیلی در شبکه‌بندی‌های مختلف سقوط آزاد..... ۶۵
- شکل ۱۶-۴ هندسه، بارگذاری و شرایط مرزی ارتعاش آزاد تیر..... ۶۶
- شکل ۱۷-۴ پوشش‌های ریاضیاتی و فیزیکی و المان‌های منیفلد برای حل عددی ارتعاش تیر..... ۶۶
- شکل ۱۸-۴ مقایسه نتایج حل تحلیلی و عددی مربوط به ارتعاش قائم نقطه وسط تیر..... ۶۷
- شکل ۱۹-۴ نحوه شبکه بندی تیر در شبیه‌سازی با روش عددی منیفلد سه گره‌ای مسئله ارتعاش تیر ۶۸
- شکل ۲۰-۴ مقایسه نتایج روش منیفلد درجات بالای سه و چهار گره‌ای با نتیجه تحلیلی ارتعاش تیر..... ۶۸
- شکل ۲۱-۴ هندسه، بارگذاری و شرایط مرزی تیر تحت بارگذاری متحرک..... ۶۹
- شکل ۲۲-۴ پوشش‌های ریاضیاتی و فیزیکی و المان‌های منیفلد ارتعاش اجباری تیر..... ۶۹
- شکل ۲۳-۴ مقایسه نتایج تحلیلی و عددی ارتعاش نقطه وسط تیر تحت بار متحرک..... ۷۰
- شکل ۲۴-۴ نحوه شبکه بندی تیر در شبیه‌سازی با روش عددی منیفلد سه گره‌ای مسئله بار متحرک ۷۱
- شکل ۲۵-۴ مقایسه نتایج روش منیفلد درجات بالای سه و چهار گره‌ای با نتیجه تحلیلی - بار متحرک ۷۱
- شکل ۲۶-۴ مقایسه حساسیت درجه روش عددی منیفلد درجات بالا با سرعت حرکت بار عبوری..... ۷۲
- شکل ۲۷-۴ هندسه، بارگذاری و شرایط مرزی تماس دو بلوک..... ۷۳
- شکل ۲۸-۴ شبکه ریاضیاتی و فیزیکی مسئله تماس دو بلوک..... ۷۳
- شکل ۲۹-۴ نحوه تولید المان‌ها و نحوه اختصاص توابع شبیه‌ساز محلی مسئله تماس دو بلوک..... ۷۴
- شکل ۳۰-۴ نتایج تغییر شکل بلوک‌ها با استفاده از دو تماس نقطه به خط..... ۷۴
- شکل ۳۱-۴ نتایج تغییر شکل بلوک‌ها با استفاده از تماس خط به خط..... ۷۴
- شکل ۳۲-۴ هندسه، بارگذاری و شرایط مرزی مسئله اندرکنش تماسی چند جسم..... ۷۷
- شکل ۳۳-۴ دیاگرام آزاد نیروی تماسی بین اجسام..... ۷۷
- شکل ۳۴-۴ شبکه ریاضیاتی و فیزیکی مسئله اندرکنش چند تماس..... ۷۹
- شکل ۳۵-۴ نحوه تولید المان‌ها و اختصاص توابع شبیه‌ساز محلی مسئله اندرکنش تماس چند جسم..... ۷۹
- شکل ۳۶-۴ مقایسه نتایج عددی و تحلیلی تغییر مکان تماس چند جسم..... ۸۰
- شکل ۳۷-۴ هندسه و شرایط مرزی مسئله لغزش بلوک..... ۸۲
- شکل ۳۸-۴ شبکه ریاضیاتی و فیزیکی مسئله لغزش بلوک..... ۸۳
- شکل ۳۹-۴ نحوه تولید المان‌ها و نحوه اختصاص توابع شبیه‌ساز محلی مسئله لغزش بلوک..... ۸۳

- شکل ۴-۴۰ مقایسه نتایج عددی و تحلیلی مسئله لغزش بلوک..... ۸۳
- شکل ۴-۴۱ مدل سازی برخورد دو بلوک بتنی در حالت دو بعدی..... ۸۴
- شکل ۴-۴۲ شبکه ریاضیاتی و فیزیکی مسئله برخورد دو بلوک..... ۸۴
- شکل ۴-۴۳ نحوه تولید المان‌ها و نحوه اختصاص توابع شبیه‌ساز محلی مسئله برخورد دو بلوک..... ۸۴
- شکل ۴-۴۴ نمودار جابجایی نقاط p_1 و p_2 در برخورد دو بلوک بتنی..... ۸۵
- شکل ۴-۴۵ نحوه برخورد دو جسم در مسئله برخورد دو بلوک بتنی..... ۸۵
- شکل ۴-۴۶ نمودار سرعت مرکز جرم بلوک بتنی سقوط کننده..... ۸۶
- شکل ۴-۴۷ نمودار شتاب کل دامنه زمانی نقطه p_2 ۸۶
- شکل ۴-۴۸ نمودار جابجایی نقاط p_1 و p_2 در برخورد دو بلوک بتنی با اصلاح سرعت و شتاب..... ۸۸
- شکل ۴-۴۹ نمودار سرعت مرکز جرم بلوک سقوط کننده با اصلاح سرعت و شتاب..... ۸۸
- شکل ۴-۵۰ نمودار شتاب کل دامنه زمانی نقطه p_2 با اصلاح سرعت و شتاب..... ۸۹
- شکل ۴-۵۱ نمودار شتاب بلوک سقوط کننده در لحظات برخورد اول و دوم با اصلاح سرعت و شتاب..... ۸۹
- شکل ۴-۵۲ هندسه، بارگذاری و شرایط مرزی مسئله سقف طاق ضربی..... ۹۰
- شکل ۴-۵۳ شبکه ریاضیاتی و فیزیکی مسئله سقف طاق ضربی..... ۹۰
- شکل ۴-۵۴ نحوه تولید المان‌ها و نحوه اختصاص توابع شبیه‌ساز محلی برای پنج بلوک بتنی..... ۹۱
- شکل ۴-۵۵ نحوه تغییر شکل سقف طاق ضربی با بزرگ نمایی هزار برابر تغییر شکل‌ها..... ۹۱
- شکل ۴-۵۶ نحوه توزیع کرنش افقی و قائم سقف طاق ضربی..... ۹۲
- شکل ۴-۵۷ هندسه بلوک‌ها، شبکه درزه و شرایط مرزی سیستم بلوکی..... ۹۳
- شکل ۴-۵۸ شبکه ریاضیاتی و فیزیکی سیستم بلوکی..... ۹۴
- شکل ۴-۵۹ نحوه تولید المان‌ها و نحوه اختصاص توابع شبیه‌ساز محلی برای پنج بلوک بتنی..... ۹۴
- شکل ۴-۶۰ نحوه تغییر شکل سیستم بلوکی تحت اثر وزن خود..... ۹۵
- شکل ۴-۶۱ نحوه توزیع تغییر شکل افقی و قائم در سیستم بلوکی..... ۹۵
- شکل ۴-۶۲ نحوه توزیع تنش افقی و قائم در سیستم بلوکی..... ۹۶

فصل اول

کلیات

(۱) کلیات

(۱-۱) مقدمه

امروزه آنالیز رفتار سازه‌ها در حالت استاتیکی، شبه استاتیکی و دینامیکی به یک موضوع اجتناب ناپذیر در رشته‌های مهندسی از جمله مهندسی عمران، مکانیک و ... بدل شده است به عنوان نمونه در رشته مهندسی عمران، می‌توان آنالیز دینامیکی پل‌ها و سازه‌های بلند، آنالیز استاتیکی و دینامیکی گودها، پی‌ها و دیوارهای حائل، آنالیز استاتیکی و دینامیکی انواع سدها و ... را نام برد.

با توجه به حل بسیار پیچیده و در برخی موارد ناممکن رفتار سازه‌ها و همچنین حجم عظیم داده‌های ورودی مسئله، استفاده از روش‌های عددی، جایگزینی مناسب برای مدل‌سازی رفتار سازه‌ها می‌باشد. روش عددی پیشنهادی برای مدل‌سازی مسئله‌ها باید از نظر دقت و سرعت قابل توجیه باشد و همچنین باید قابلیت پاسخگویی به مسائل مختلف و یا یک مسئله در شرایط متفاوت را داشته باشد.

روش‌های عددی مختلفی به منظور مدل‌سازی محیط‌های پیوسته و گسسته توسعه داده شده‌اند. از جمله این روش‌های عددی که قابلیت مدل‌سازی محیط‌های پیوسته را دارند می‌توان به روش اجزاء محدود^۱ (*FEM*)، روش تفاضل محدود^۲ (*FDM*) و روش حجم کنترل^۳ (*CVM*) اشاره کرد. با گسترش مسائل مربوط به محیط‌های گسسته روش‌های عددی برای حل این محیط‌ها بوجود آمدند که از جمله آن‌ها می‌توان روش تحلیل تغییر شکل‌های گسسته^۴ (*DDA*) و روش المان‌های مجزا^۵ (*DEM*) را نام برد. گرچه روش‌های نام برده شده برای تحلیل محیط گسسته، در مدل‌سازی ناپیوستگی‌ها دقت مناسبی دارند اما نتایج آن‌ها در پهنه پیوسته محیط از دقت کافی برخوردار نمی‌باشد.

در دهه‌های اخیر روش عددی منیفلد^۶ (*NMM*) برای مدل‌سازی محیط‌های پیوسته و گسسته در یک سیستم واحد ابداع گردیده است. روش عددی منیفلد مزیت‌های هر دو نوع روش‌های عددی محیط پیوسته و گسسته را بصورت همزمان دارا می‌باشد. این روش از دو شبکه ریاضیاتی و فیزیکی مستقل از هم جهت مدل‌سازی قسمت‌های پیوسته و ناپیوستگی‌ها استفاده می‌کند. با استقلال این دو شبکه از هم، نیازی به منطبق شدن شبکه بندی با سطوح گسستگی بر طرف شده است که از مزیت

^۱ Finite Element Method

^۲ Finite Difference Method

^۳ Control Volume Method

^۴ Discontinuous Deformation Analysis

^۵ Discrete Element Method

^۶ Numerical Manifold Method

این ویژگی می‌توان به عدم نیاز به شبکه بندی مجدد هنگام تغییر هندسه مدل در طول تحلیل مسئله اشاره کرد. برای بهبود دقت و کاهش هزینه محاسباتی روش عددی منیفلد درجات بالا^۷ گسترش یافته است.

در روش عددی منیفلد درجات بالا بر خلاف روش اجزاء محدود و روش عددی منیفلد برای بدست آوردن نتایج دقیق نیاز به کوچک سازی و افزایش تعداد المان‌ها وجود ندارد و با به کار بردن توابع شبیه‌ساز محلی از درجات بالا می‌توان با هزینه محاسباتی کمتر، به نتایج دقیق‌تری دست یافت. از جمله مسائلی که در هنگام استفاده از توابع شبیه‌ساز محلی درجات بالا بوجود می‌آید می‌توان به مسئله وابستگی خطی اشاره نمود. مسئله وابستگی خطی سبب تکین شدن ماتریس‌های سختی و جرم مسئله می‌گردد که موجب واگرا شدن نتایج بدست آمده از مدل سازی می‌شود.

(۲-۱) طرح مسئله

امروزه حل مسئله با دقت بالاتر و هزینه محاسباتی کمتر از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است. در اکثر روش‌های عددی مانند روش اجزاء محدود برای رسیدن به دقت نتایج بالاتر نیاز به کوچک سازی المان‌ها است. با کوچک سازی المان‌ها تعداد المان‌های موجود در مسئله افزایش یافته و در نتیجه هزینه محاسباتی افزایش می‌یابد. علاوه بر این در مواردی که هندسه مسئله دارای پیچیدگی‌هایی مانند وجود بریدگی یا حفره باشد، نیاز به افزایش المان در نقاط دارای پیچیدگی الزامی است. استقلال شبکه ریاضیاتی و فیزیکی در روش عددی منیفلد باعث می‌شود که بدون افزایش تعداد المان‌های مسئله و با استفاده از توابع شبیه‌سازی درجات بالا دقت نتایج بدست آمده از مسئله افزایش یافته و هزینه محاسباتی مسئله نسبت به روش‌های عددی دیگر بشدت کم گردد. در این تحقیق به گسترش روابط روش عددی منیفلد درجات بالا با استفاده از المان چهار گره‌ای پرداخته می‌شود و روشی برای حذف مسئله وابستگی خطی در روش عددی منیفلد درجات بالا ارائه خواهد شد.

(۳-۱) سوالات تحقیق

در توسعه روش عددی منیفلد درجات بالا با استفاده از المان چهار گره‌ای برای تحلیل محیط‌های پیوسته و گسسته موارد ذیل پاسخ داده می‌شوند:

^۷ High Order Numerical Manifold Method

۱. شبیه‌سازی مسائل با روش عددی منیفلد با استفاده از المان چهار گره‌ای چگونه انجام می‌گیرد؟
۲. علل بوجود آمدن مسئله وابستگی خطی در شبیه‌سازی با استفاده از روش عددی منیفلد درجات بالا با المان چهار گره‌ای درجات بالا چیست؟
۳. چگونه می‌توان مسئله وابستگی خطی را در تحلیل مسائل محیط‌های پیوسته یا گسسته با استفاده از المان چهار گره‌ای روش عددی منیفلد درجات بالا رفع کرد؟
۴. تاثیر استفاده از شبیه‌سازی درجات بالا در دقت و سرعت نتایج بدست آمده چقدر است؟
۵. ارضاء شرایط مرزی و شرایط ناپیوستگی مانند تماس بین دو جسم در شبیه‌سازی درجات بالا چگونه است؟

۴-۱) نوآوری‌های تحقیق

۱. ویژگی منحصر بفردی که روش منیفلد را از سایر روش‌های عددی متمایز می‌کند، استفاده از دو شبکه ریاضیاتی و فیزیکی مستقل از هم می‌باشد. شبکه ریاضیاتی از اجتماع پوشش‌های ریاضیاتی تشکیل می‌گردد. این پوشش‌های ریاضیاتی می‌توانند هر شکلی دلخواهی داشته باشند. در این تحقیق از پوشش‌های ریاضیاتی مستطیلی برای فومولاسیون روش منیفلد استفاده شده است. نتیجه استفاده از پوشش‌های مستطیلی ایجاد المان‌های منیفلد چهار گره‌ای می‌باشد که سبب راحتی در شبکه بندی مسائل محیط‌های پیوسته و گسسته می‌شود.
۲. برای دستیابی به نتایج با دقت بالاتر و هزینه محاسباتی پایین در تحلیل استاتیکی و دینامیکی محیط‌های پیوسته و گسسته از شبیه‌سازی درجات بالای روش عددی منیفلد استفاده شده است. برای این منظور توابع شبیه‌سازی محلی پوشش‌های ریاضیاتی بگونه‌ای تعریف شده‌اند که مسئله وابستگی خطی بطور کامل از مسئله حذف گردد.
۳. برای گسسته سازی زمانی در تحلیل دینامیکی از روش نیومارک استفاده شده است و روابط روش نیومارک برای بدست آوردن جابجایی، سرعت و شتاب در روش عددی منیفلد بدست آمده است.
۴. برای مدل سازی تماس‌های دینامیکی، روابط روش لاگرانژ توسعه یافته اصلاح شده با استفاده از المان چهار گره‌ای بدست آمده است و دقت نتایج آن در حالات مختلف مورد بررسی قرار گرفته است.

۵-۱) روش تحقیق

در این پایان‌نامه ابتدا به تشریح روابط موجود در روش عددی منیفلد درجات بالا با استفاده از المان چهار گره‌ای پرداخته شده است. سپس معادلات حاکم در تحلیل استاتیکی و دینامیکی محیط پیوسته و گسسته خشک به وسیله روابط بدست آمده از روش عددی منیفلد با استفاده از المان چهار گره‌ای درجات بالا نوشته شده‌اند. پس از تکمیل روابط به معرفی و رفع مسئله وابستگی خطی در روش عددی منیفلد درجات بالا بر روی یک المان، یک شبکه پیوسته و در انتها یک شبکه گسسته متشکل از چند جسم با استفاده از المان چهار گره‌ای پرداخته شده است. در انتها یک برنامه رایانه‌ای جهت تحلیل مسائل مهندسی بوسیله روش پیشنهاد شده برای حل مسئله وابستگی خطی تولید و جهت نشان دادن صحت، توانایی و قدرت این روش به حل مسائل مهندسی در محیط‌های پیوسته و گسسته خشک پرداخته شده است و نتایج بدست آمده با نتایج تحلیلی مقایسه شده است.

۶-۱) ساختار تحقیق

پس از ارائه کلیات در این فصل، در فصل دوم ابتدا به بررسی پیشینه روش عددی منیفلد و مسئله وابستگی خطی پرداخته می‌شود. در فصل سوم ابتدا روابط روش عددی منیفلد با استفاده از المان چهار گره‌ای توسعه داده می‌شود سپس معادلات حاکم در تحلیل استاتیکی و دینامیکی مسائل بوسیله روابط بدست آمده حل می‌گردند. در ادامه مسئله وابستگی خطی و روش رفع آن در روش عددی منیفلد با استفاده از المان چهار گره‌ای مورد بررسی قرار می‌گیرد. در فصل چهارم به حل مثال‌های عددی مختلف برای محیط‌های پیوسته و گسسته و مقایسه نتایج با روش‌های تحلیلی یا دیگر روش‌های عددی پرداخته شده است. نهایتاً در فصل پنجم نتیجه‌گیری و ارائه پیشنهاداتی برای تحقیقات آینده آورده شده است.

فصل دوم

مروری بر ادبیات موضوع

(۲) مروری بر ادبیات موضوع

۲-۱) مقدمه

در این بخش به بررسی تاریخچه کارهای انجام شده بوسیله روش عددی منیفلد و حل مسئله وابستگی خطی پرداخته شده است.

۲-۲) روش عددی منیفلد

روش عددی منیفلد اولین بار توسط شی^۱ [۱] و بر پایه تئوری افراز واحد توسعه داده شده است. این روش توانایی حل مسائل محیط‌های پیوسته و گسسته در یک سیستم واحد را دارد و به همین دلیل مورد توجه بسیاری از محققین قرار گرفته است. ویژگی اصلی این روش استفاده از دو شبکه ریاضیاتی و فیزیکی مستقل برای مدل سازی مسائل مهندسی است. شبکه ریاضیاتی به منظور تعریف توابع ریاضیاتی و شبکه فیزیکی جهت تعریف مرزها و تعیین محل ناپیوستگی‌ها مورد استفاده قرار می‌گیرد. شبکه ریاضیاتی از تعدادی پوشش ریاضیاتی تشکیل شده است. شکل پوشش‌های ریاضیاتی دلخواه است. استقلال شبکه ریاضیاتی با شبکه فیزیکی باعث راحتی شبکه بندی و عدم نیاز به تغییر شبکه‌بندی با تغییر هندسه مسئله در طی حل می‌شود. ویژگی‌های این روش را می‌توان بصورت زیر بیان کرد:

۱. استقلال شبکه ریاضیاتی با هندسه مسئله که موجب راحتی شبکه بندی مسئله می‌گردد [۲].
۲. استقلال دو شبکه ریاضیاتی و فیزیکی باعث می‌شود که مرزها و ناپیوستگی‌های مسئله بصورت صریح و آسان مدل سازی شوند [۳].
۳. مجهولات در روش منیفلد بر خلاف روش اجزای محدود که به تعدادی نقاط اختصاص می‌یابند، به پوشش‌های ریاضیاتی اختصاص داده می‌شوند و که باعث بالاتر رفتن قدرت شبیه‌سازی می‌شود [۴].
۴. مدل سازی مسائل پیوسته و گسسته در یک سیستم واحد انجام می‌گیرد [۵].

^۱ Shi Gen-hua

۵. شبیه‌سازی درجات بالا به راحتی و با استفاده از توابع چند جمله‌ای درجات بالا بعنوان توابع محلی پوشش‌های ریاضیاتی و توابع افراز واحد قابل ایجاد است و نیازی به افزایش پوشش یا گره به مسئله نمی‌باشد [۶].

در طی دو دهه اخیر روش عددی منیفلد برای حل مسائل مختلف توسعه یافته است که برای مثال از گسترش ترک [۷, ۸]، روش بدون شبکه منیفلد [۹]، حل مسائل سه بعدی [۱۰, ۱۱]، گسیختگی شیروانی سنگی [۵]، مدل سازی ناپیوستگی‌های ضعیف [۱۲]، حفاری‌های چند مرحله‌ای [۴]، ترک در محیط دو ماده‌ای [۳]، انتشار شکست [۱۳, ۱۴]، شوک حرارتی در محیط‌های دارای ترک [۱۵]، آنالیز هیدرومکانیکی در محیط‌های متخلخل دارای گسیستگی [۱۶]، مدل سازی شکست هیدرولیکی [۱۷]، حل دینامیکی درجات بالا در محیط‌های گسسته [۱۸, ۱۹] و ... می‌توان نام برد.

در حل مسائل گسسته، مکانیک تماس یکی از اجزاء مهم تحلیل می‌باشد. مکانیک تماس به دو قسمت الگوریتم کشف تماس و الگوی اعمال قیود تماس تقسیم می‌شود. الگوریتم کشف تماس مورد بررسی این تحقیق نمی‌باشد و برای اطلاعات بیشتر به مراجع [۲۰, ۲۱] ارجاع داده می‌شود. روش‌های پنالتی^۹ [۲۲, ۲۳]، ضرایب لاگرانژ توسعه یافته^{۱۰} [۲۴, ۲۵]، روش ضرایب لاگرانژ توسعه یافته اصلاح شده [۲۶]، حذف مستقیم قیود تماس^{۱۱} [۲۷] و ... رویکردهای مختلفی هستند که برای مدل سازی عددی مسائل اعمال قیود تماس توسعه داده شده‌اند. روش پنالتی و ضریب لاگرانژ را می‌توان پایه روش‌های دیگر بحساب آورد. روش ضرایب لاگرانژ توسعه یافته مزیت‌های روش پنالتی و روش ضرایب لاگرانژ را در خود جمع کرده است. روش ضرایب لاگرانژ توسعه یافته اصلاح شده توسط قاسم زاده و همکاران [۲۶] برای مدل سازی در روش عددی منیفلد درجات بالا توسعه داده شده است. در این تحقیق از روش لاگرانژ توسعه یافته اصلاح شده برای اعمال قیود تماس استفاده شده است.

معمولاً در روش عددی منیفلد معادلات از اصل حداقل سازی انرژی پتانسیل^{۱۲} بدست می‌آید [۱]. با استفاده از این روش، معادلات حاکم بر مسائلی مانند آنالیزهای استاتیکی و دینامیکی محیط‌های پیوسته و گسسته براحتی استخراج می‌گردند. روش دیگر برای بدست آوردن معادلات، روش باقی مانده

^۹ Penalty Method

^{۱۰} Augmented Lagrange Multiplier

^{۱۱} Direct elimination of the geometrical contact constraints

^{۱۲} The Minimum Potential Energy Principle

وزن دار^{۱۳} می‌باشد. لی^{۱۴} و همکاران با استفاده از روش باقی‌مانده وزن دار معادلات روش عددی منیفلد را محاسبه کردند [۲۸] و نتایج روش انرژی را باز تایید کردند. روش باقی‌مانده وزن دار یک روش ریاضیاتی برای حل معادلات دیفرانسیل می‌باشد که در بسیاری از روش‌های عددی مانند روش اجزاء محدود [۲۹]، المان مرزی^{۱۵} [۳۰] و روش گلرکین بدون المان^{۱۶} [۳۱] بکار برده شده است. در این تحقیق از روش حداقل سازی انرژی پتانسیل برای بدست آوردن معادلات حاکم بر رفتار محیط‌های پیوسته و گسسته استفاده شده است.

معمولاً در روش منیفلد از فرمول بندی تفاضل مرکزی برای تعریف شتاب بلوک‌ها یا سیستم استفاده می‌گردد [۱، ۳۲، ۳۳]. این روش در مسائلی مانند تماس دینامیکی یا ارتعاشات که با تغییرات بالای شتاب و عدم تساوی شتاب در نواحی متفاوت سیستم همراه هستند دقت مناسبی ندارد. برای بدست آوردن دقت نتایج مناسب، گام زمانی بایستی کاهش یابد که این خود سبب افزایش هزینه محاسباتی می‌شود. در این تحقیق از روش نیومارک [۳۴، ۳۵] جهت گسسته سازی زمانی مسائل دینامیکی استفاده شده است.

چون روش عددی منیفلد درجات بالا را به منظور افزایش دقت و کاهش هزینه محاسباتی برای حل مسائل استاتیکی محیط پیوسته توسعه داد [۶]. با وجود مزیت‌های روش منیفلد درجات بالا، محققان بدلیل وجود مسئله وابستگی خطی از آن اجتناب می‌کنند [۳، ۱۲، ۳۲، ۳۶]. رفع مسئله وابستگی خطی در تحلیل استاتیکی و دینامیکی درجات بالای منیفلد وابسته به نحوه انتخاب پوشش‌های ریاضیاتی می‌باشد. قاسم‌زاده و همکاران مسئله وابستگی خطی در روش عددی منیفلد با استفاده از پوشش‌های شش ضلعی که تولید المان‌های سه گره‌ای منیفلد می‌کند را مورد بررسی قرار داده و روشی برای رفع آن ارائه کرده‌اند [۲۶]. در این تحقیق مسئله وابستگی خطی روش عددی منیفلد با استفاده از پوشش‌های ریاضیاتی مستطیلی که موجب تولید المان‌های منیفلد چهار گره‌ای می‌شود، مورد بررسی قرار خواهد گرفت.

^{۱۳} Wighted Residual Method

^{۱۴} Li

^{۱۵} Boundry Element Method

^{۱۶} Element-free Galerkin Method

۲-۳) مسئله وابستگی خطی مجهولات

دقت نتایج و بازده زمانی دو موضوع مهم در شبیه‌سازی دینامیکی محیط‌های پیوسته و گسسته می‌باشند که بوسیله روش‌های بر پایه افراز واحد ارائه می‌شوند. برخی از این روش‌ها عبارتند از روش عددی منیفلد^{۱۷} (NMM) [۳۷, ۱]، روش المان گلرکین^{۱۸} [۳۱]، روش اجزاء محدود افراز واحد^{۱۹} [۳۸]، روش ابر-اچ-پی^{۲۰} [۳۹]، روش افراز واحد^{۲۱} [۴۰]، روش اجزای محدود گسترش یافته^{۲۲} (XFEM) [41, 42]، روش اجزای محدود تعمیم یافته^{۲۳} (GFEM) [۴۳, ۲۹] و

روش منیفلد درجات بالا نسبت به روش‌های رایج دارای مزیت‌هایی از قبیل هزینه محاسباتی کمتر، توابع شبیه‌سازی محلی متنوع و ساخت آسان توابع کلی شبیه‌سازی درجات بالا بدون نیاز به نقاط اضافی درون یا روی مرزهای المان می‌باشد [۴۴]. لیکن با وجود چنین مزیت‌هایی، روش منیفلد درجات بالا دچار مسئله وابستگی خطی مجهولات^{۲۴} است که در کمبود مرتبه تابع شبیه‌ساز کلی^{۲۵}، نمود پیدا می‌کند و منجر به تکین شدن ماتریس کلی سختی در تحلیل استاتیکی [۴۵, ۴۴] و علاوه بر آن تکینی ماتریس کلی جرم در تحلیل دینامیکی می‌شود. این مشکل زمانی رخ می‌دهد که توابع افراز واحد و توابع شبیه‌ساز محلی از نوع توابع چند جمله‌ای انتخاب شوند [۴۰, ۳۸]. مسئله وابستگی خطی تاثیر بسزایی بر روی همگرایی نتایج در تحلیل دینامیکی دارد و موجب واگرا شدن نتایج می‌گردد. علت وجود وابستگی خطی در مسئله به تعداد مجهولات استفاده شده، هندسه المان‌ها و نحوه تعریف توابع شبیه‌سازی محلی بستگی دارد.

علاوه بر روش عددی منیفلد درجات بالا، مسئله وابستگی خطی در دیگر روش‌های بر پایه افراز واحد مشاهده شده است. وابستگی خطی مجهولات بوسیله بابوشکا و ملینک^{۲۶} [۴۰] در تحلیل یک

^{۱۷} Numerical Manifold Method

^{۱۸} Element-free Galerkin Method

^{۱۹} Partition of unity finite element method

^{۲۰} Hp-cloud Method

^{۲۱} Partition of unity method

^{۲۲} Extend Finite Element Method

^{۲۳} Generalized Finite Element Method

^{۲۴} Lineal Dependence of the unknowns

^{۲۵} Rank Deficiency of the global approximation

^{۲۶} Babuska and Melenk