



دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی

پایان نامه کارشناسی ارشد

مهندسی عمران - مکانیک خاک و پی

آنالیز رشد ترک در محیط خشک توسط روش عددی مینفولد درجات بالا

استاد راهنما

آقای دکتر حسن قاسم زاده

نگارش

مرتضی اسدی زرمهری

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ



دانشگاه علمی و پژوهشی امام خمینی (ره)
دانشکده فنی و مهندسی
دفتر تحصیلات تکمیلی

فرم تأیید انجام اصلاحات مربوط به رساله
کارشناسی ارشد / دکترا

سرپرست محترم تحصیلات تکمیلی دانشکده عمران

احتراماً بدینوسیله تأیید می گردد که اصلاحات مورد نظر در رساله کارشناسی ارشد
دانشجو مرتضی اسدی زرمهری رشته عمران ژئوتکنیک تحت عنوان
آنالیز رشد ترک در محیط خشک توسط روش عددی منیفلد درجات بالا
به سرپرستی آقای دکتر حسن قاسمزاده که در تاریخ ۱۳۹۹/۱۲/۱۲ دفاع نموده است در
متن لحاظ گردیده است.
ضمناً یک نسخه از رساله کارشناسی ارشد ایشان تحویل اینجانب گردید.

امضاء

۱- آقای دکتر حسن قاسمزاده استاد راهنما

امضاء

۲- آقای دکتر استاد مشاور

امضاء

۳- آقای دکتر سهیل محمدی عضو هیات داوران

امضاء

۴- آقای دکتر محمدعلی ایرانمنش عضو هیات داوران

امضاء

۵- آقای دکتر عضو هیات داوران

امضاء

۶- آقای دکتر عضو هیات داوران



تاسیس ۱۳۰۷

دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی

اظهارنامه دانشجو

اینجانب مرتضی اسدی زرمهری دانشجوی کارشناسی ارشد رشته

مهندسی عمران ژئوتکنیک دانشکده مهندسی عمران دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین

طوسی گواهی می‌نمایم که تحقیقات ارائه شده در پایان‌نامه با عنوان:

آنالیز رشد ترک در محیط خشک توسط روش عددی منیفلد درجات بالا

با راهنمایی استاد/اساتید محترم جناب آقای دکتر حسن قاسم‌زاده توسط شخص

اینجانب انجام شده است. صحت و اصالت مطالب نگارش شده در این پایان‌نامه مورد تأیید

می‌باشد. در مورد استفاده از کار دیگر محققان به مرجع مورد استفاده اشاره شده است. به

علاوه گواهی می‌نمایم که مطالب مندرج در پایان‌نامه تاکنون برای دریافت هیچ نوع مدرک

یا امتیازی توسط اینجانب یا فرد دیگری در هیچ جا ارائه نشده است و در تدوین متن

پایان‌نامه چارچوب (فرمت) مصوب دانشگاه را به طور کامل رعایت کرده‌ام.

امضاء دانشجو:

مرتضی اسدی زرمهری
۱۴۰۰/۸/۲۴

تاریخ:

حق طبع، نشر و مالکیت نتایج

- ۱- حق چاپ و تکثیر این پایان نامه متعلق به نویسنده و استاد/استادان راهنمای آن می باشد. هرگونه تصویربرداری از کل یا بخشی از پایان نامه تنها با موافقت نویسنده یا استاد/استادان راهنما یا کتابخانه دانشکده مهندسی عمران دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی مجاز می باشد.
- ۲- کلیه حقوق معنوی این اثر متعلق به دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی می باشد و بدون اجازه کتبی دانشگاه به شخص ثالث قابل واگذاری نیست.
- ۳- استفاده از اطلاعات و نتایج موجود پایان نامه بدون ذکر مرجع مجاز نمی باشد.

تقدیم به پدر و مادرم

که از نگاهشان صلابت

از رفتارشان محبت

و از صبرشان ایستادگی را آموختم

با تشکر و سپاس فراوان از استاد عزیز و بزرگوارم

جناب آقای دکتر حسن قاسم زاده

که صبورانه مرا در انجام این پایان نامه راهنمایی نمودند

چکیده

علم مکانیک شکست یکی از ابزارهای نوین در تحلیل رفتار سازه‌های واقعی ساخته شده از مواد فلزی و غیر فلزی می‌باشد. این علم به بررسی کارکرد سازه در شرایط معمولی و بحرانی می‌پردازد. مکانیک شکست به عنوان یکی از عناصر مهم در طراحی مهندسی، در استفاده بهینه از مواد در سازه‌های مختلف برای طراحان مفید و کاربردی خواهد بود. در تمام سازه‌های مهندسی، ناپیوستگی‌هایی مانند ترک‌ها و شکاف‌ها و عیوب سطحی باعث می‌شوند که سازه کاملاً سالم و بی‌نقص نباشد. این عیوب می‌توانند رفتار جسم را به صورت کامل تحت تاثیر قرار داده و تغییر دهند.

امروزه برای تحلیل انواع مسائل حوزه مکانیک شکست از روش‌هایی عددی مختلفی استفاده می‌شود. روش اجزاء محدود از روش‌های عددی پرکاربرد در مدل‌سازی عددی محسوب می‌شود که دارای معایبی همچون هزینه محاسباتی و زمانی بالا در مدل‌سازی‌های دقیق، کوچک‌سازی المان‌ها در هندسه‌های پیچیده، حساسیت المان‌ها به شرایط مرزی و بارگذاری و نیاز به مش‌بندی مجدد در حین مدل‌سازی مسائل گسترش و رشد ترک است، به همین دلیل روش‌های عددی جدیدی از جمله روش عددی منیفلد برای غلبه بر این معایب ابداع شده‌اند. استفاده از دو شبکه مستقل ریاضیاتی و فیزیکی در روش عددی منیفلد موجب شده که نیازی به انطباق شبکه‌بندی ریاضیاتی با هندسه مسئله وجود نداشته باشد. باتوجه به این ویژگی، شبکه‌بندی مسائل گسسته در روش عددی منیفلد به راحتی امکان‌پذیر بوده که سبب کاهش هزینه محاسباتی می‌گردد. ویژگی دیگر روش عددی منیفلد امکان استفاده از توابع شبیه‌سازی محلی درجات بالا است. استفاده از توابع شبیه‌سازی محلی درجات بالا امکان رسیدن به جواب‌های دقیق، بدون کوچک‌سازی المان‌های مسئله را مؤثر می‌سازد. از مشکلات استفاده از توابع شبیه‌سازی درجات بالا می‌توان به وابستگی خطی مجهولات اشاره کرد که سبب تکین شدن ماتریس‌های جرم و سختی مسئله و واگرایی نتایج می‌گردد. در این پایان‌نامه بعد از توسعه روابط روش عددی منیفلد با المان سه گره‌ای، ترکیب توابع غنی ساز نوک ترک جهت مدل‌سازی تکینگی تنش در نوک ترک با توابع شبیه‌سازی محلی درجات بالا انجام شده است. در انتها مدل‌سازی مسائل حوزه مکانیک شکست الاستیک خطی و گسترش ترک با روش عددی مفروض صورت گرفته است.

کلمات کلیدی: روش عددی منیفلد، مکانیک شکست، توابع غنی ساز، ترک

فهرست مطالب

۲	(۱) کلیات.....
۲	(۱-۱) مقدمه.....
۳	(۲-۱) طرح مسئله.....
۳	(۳-۱) سؤالات تحقیق.....
۴	(۴-۱) نوآوری‌های تحقیق.....
۴	(۵-۱) فرضیات تحقیق.....
۵	(۶-۱) روش تحقیق.....
۵	(۷-۱) ساختار تحقیق.....
۷	(۲) ادبیات موضوع.....
۷	(۱-۲) تاریخچه مکانیک شکست.....
۹	(۲-۲) روش عددی مینفلد.....
۱۹	(۳) تئوری و معادلات روش مینفلد در مکانیک شکست.....
۱۹	(۱-۳) مقدمه.....
۱۹	(۲-۳) اساس مکانیک شکست خطی.....
۲۰	(۱-۲-۳) تعادل انرژی در حین رشد ترک.....
۲۲	(۲-۲-۳) تئوری گریفیث.....
۲۴	(۳-۲-۳) میدان‌های تنش و جابه‌جایی نوک ترک.....
۲۷	(۴-۲-۳) انتگرال J
۲۸	(۵-۲-۳) انتگرال متقابل.....
۳۲	(۳-۳) معیار گسترش ترک.....
۳۲	(۱-۳-۳) معیار حداقل چگالی انرژی کرنشی.....
۳۳	(۲-۳-۳) حداکثر تنش مماسی.....

- ۳-۴) مفاهیم پایه روش منیفلد ۳۴
- ۳-۴-۱) شبیه سازی درجات بالا ۳۹
- ۳-۴-۲) توابع غنی ساز ۴۱
- ۳-۴-۳) تابع شبیه سازی کلی جابه جایی المان سه گره ای منیفلد ۴۳
- ۳-۵) معادلات حاکم و شرایط مرزی جسم الاستیک دارای ترک ۴۵
- ۳-۶) مدل سازی جابه جایی ناپیوسته در سطح ترک ۴۸
- ۳-۷) نحوه مدل سازی رشد ترک ۵۱
- ۳-۸) وابستگی خطی ۵۱
- ۳-۹) انتگرال گیری عددی ۵۳
- ۳-۱۰) برنامه نویسی رایانه ای و الگوریتم برنامه ۵۴
- ۴) صحت سنجی و ارائه نتایج ۵۷
- ۴-۱) مقدمه ۵۷
- ۴-۲) مسائل مکانیکی محیط پیوسته ۵۷
- ۴-۲-۱) مدل سازی تیر مورب هوک ۵۷
- ۴-۳) مسائل مکانیکی محیط گسسته ۶۲
- ۴-۳-۱) مدل سازی تیر دارای شکستگی در میانه آن ۶۳
- ۴-۳-۲) مدل سازی تیر متشکل از دو ماده با مشخصات الاستیک متفاوت ۶۶
- ۴-۳-۳) مدل سازی ترک لبه در صفحه محدود تحت کشش ۶۸
- ۴-۳-۴) مدل سازی صفحه محدود دارای ترک لبه تحت برش ۷۷
- ۴-۳-۵) مدل سازی ترک مرکزی و مورب در صفحه نامحدود ۸۲
- ۴-۳-۶) مدل سازی صفحه دارای دو ترک لبه تحت کشش یکنواخت ۸۹
- ۴-۳-۷) مدل سازی صفحه نامحدود دارای ترک قوسی شکل در مرکز آن ۹۴
- ۴-۴) مدل سازی مسیر رشد ترک ۹۸

۹۸	۴-۴-۱) ترک در وسط تراز ارتفاعی تیر
۱۰۱	۴-۴-۲) ترک با خروج از مرکزیت δ نسبت به وسط تراز ارتفاعی تیر
۱۰۵	۵) جمع‌بندی و پیشنهادها.....
۱۰۵	۵-۱) جمع‌بندی.....
۱۰۵	۵-۲) پیشنهادها
۱۰۶	۶) مراجع
۱۱۱	Abstract.....

فهرست جداول

جدول ۱-۳	حداکثر تعداد مجهولات مستقل بر حسب درجه شبیهسازی	۵۲
جدول ۲-۳	مختصات محلی نقاط و ضرایب وزنه انتگرال گیری ۱۳ نقطه ای گاوس	۵۳
جدول ۳-۳	مختصات محلی نقاط و ضرایب وزنه انتگرال گیری ۲۵ نقطه ای گاوس	۵۴
جدول ۱-۴	ابعاد تیر مورب هوک و مشخصات الاستیک آن	۵۷
جدول ۲-۴	مقایسه نتایج تحلیلی و نتایج حاصل از منیفلد در تیر مورب هوک	۶۰
جدول ۳-۴	مشخصات الاستیک تیر دارای شکستگی در میانه	۶۳
جدول ۴-۴	مشخصات الاستیک تیر متشکل از دو ماده	۶۶
جدول ۵-۴	مشخصات الاستیک و ابعاد صفحه حاوی ترک لبه تحت کشش	۶۹
جدول ۶-۴	مقایسه ضریب شدت تنش محاسبه شده در مسیرهای مختلف ترک لبه تحت کشش	۷۱
جدول ۷-۴	محاسبه کمبود مرتبه ماتریس سختی در تحلیل صفحه حاوی ترک لبه تحت کشش	۷۲
جدول ۸-۴	ابعاد و مشخصات الاستیک صفحه حاوی ترک لبه تحت برش	۷۷
جدول ۹-۴	مقایسه ضرایب شدت تنش حاصل از منیفلد و نتایج تحلیلی صفحه حاوی ترک لبه تحت برش	۷۸
جدول ۱۰-۴	مقایسه نتایج حاصل از منیفلد درجه ۱ برای شبکه بندیهای a و b	۷۹
جدول ۱۱-۴	ابعاد و مشخصات الاستیک صفحه حاوی ترک مرکزی و مورب	۸۲
جدول ۱۲-۴	ابعاد و مشخصات الاستیک صفحه حاوی ترک دو ترک لبه	۸۹
جدول ۱۳-۴	مشخصات الاستیک صفحه حاوی ترک قوسی	۹۴
جدول ۱۴-۴	تعداد پوشش ریاضیاتی و المان منیفلد برای سه شبکه بندی مختلف	۹۵
جدول ۱۵-۴	مقایسه نتایج حاصل از منیفلد و اجزاء محدود توسعه یافته با پاسخ تحلیلی	۹۷
جدول ۱۵-۴	مشخصات الاستیک تیر طره دارای ترک در مرکز	۹۸

فهرست اشکال

شکل ۳-۱ (a) صفحه نامحدود دارای ترکی به طول $2a$ تحت کشش یکنواخت (b) توزیع تنش قائم اطراف نوک ترک [11].....	۲۰
شکل ۳-۲ سه مود اصلی ترک.....	۲۵
شکل ۳-۳ مسیر دایره‌ای ساده برای کانتور انتگرال‌گیری نوک ترک [11].....	۲۸
شکل ۳-۴ دامنه انتگرال J برای محاسبه ضریب شدت تنش مود مرکب [11].....	۳۱
شکل ۳-۵ مقادیر هموارکننده (q) در روش منیفلد.....	۳۲
شکل ۳-۶ زاویه پادساعتگرد گسترش ترک θ_0	۳۴
شکل ۳-۷ تعریف پوششهای ریاضیاتی، فیزیکی و المان منیفلد [50].....	۳۶
شکل ۳-۸ تعریف پوشش ریاضیاتی و فیزیکی و المان منیفلد برای یک شبکه منظم مثلثی [50].....	۳۸
شکل ۳-۹ شرکت سه پوشش ریاضیاتی در ساخت یک المان منیفلد [50].....	۳۸
شکل ۳-۱۰ تعریف تابع خطی افراز واحد روی یک پوشش شش وجهی [27].....	۴۰
شکل ۳-۱۱ شماتیک توابع تقریب نوک ترک [11].....	۴۲
شکل ۳-۱۲ جسم الاستیک دارای ترک.....	۴۶
شکل ۳-۱۳ برش کامل پوشش ریاضیاتی و تشکیل پوششهای فیزیکی.....	۴۸
شکل ۳-۱۴ تشکیل پوشش فیزیکی تکین [27].....	۴۹
شکل ۳-۱۵ شبیه‌سازی ترک در شبکه ریاضیاتی [27].....	۴۹
شکل ۳-۱۶ نحوه مدلسازی ترک در روش منیفلد (a) پوششهای ریاضیاتی (b) پوششهای فیزیکی [27].....	۵۰
شکل ۳-۱۷ تیر یک سر گیردار.....	۵۱
شکل ۳-۱۸ شبکه‌بندی با ۲ المان.....	۵۲
شکل ۳-۱۹ پارتیشن بندی هر المان جهت انتگرال‌گیری عددی.....	۵۴
شکل ۳-۲۰ الگوریتم برنامه رایانه‌ای شبیه‌سازی رشد ترک برای یک گام.....	۵۵
شکل ۴-۱ تیر هوک و ابعاد آن.....	۵۸

- شکل ۴-۲ شبکه‌بندی منطبق ۱ با ۲ پوشش ریاضیاتی و ۲ المان منیفلد ۵۸
- شکل ۴-۳ شبکه‌بندی نامنطبق ۱ با ۲ پوشش ریاضیاتی و ۲ المان منیفلد ۵۹
- شکل ۴-۴ شبکه‌بندی منطبق ۲ با ۴ پوشش ریاضیاتی و ۴ المان منیفلد ۵۹
- شکل ۴-۵ شبکه‌بندی نامنطبق ۲ با ۴ پوشش ریاضیاتی و ۴ المان منیفلد ۵۹
- شکل ۴-۶ شبکه‌بندی تیر مورب هوک در نرم افزار آباکوس ۶۰
- شکل ۴-۷ کانتور جابجایی افقی تیر مورب هوک ۶۱
- شکل ۴-۸ کانتور جابجایی قائم تیر مورب هوک ۶۱
- شکل ۴-۹ کانتور تنش قائم تیر مورب هوک ۶۲
- شکل ۴-۱۰ کانتور تنش افقی تیر مورب هوک ۶۲
- شکل ۴-۱۱ کانتور تنش برشی تیر مورب هوک ۶۲
- شکل ۴-۱۲ تیر دارای ترک در میانه آن ۶۳
- شکل ۴-۱۳ شبکه‌بندی منطبق ۲ با ۴ پوشش ریاضیاتی و ۴ المان منیفلد ۶۴
- شکل ۴-۱۴ شبکه‌بندی نامنطبق ۲ با ۴ پوشش ریاضیاتی و ۴ المان منیفلد ۶۴
- شکل ۴-۱۵ شبکه‌بندی اجزای محدود توسعه یافته [11] ۶۴
- شکل ۴-۱۶ نمودار جابجایی افقی در طول تیر ۶۵
- شکل ۴-۱۷ تیر متشکل از دو ماده با خصوصیات الاستیک متفاوت ۶۶
- شکل ۴-۱۸ شبکه‌بندی منطبق ۴ با ۴ پوشش ریاضیاتی و ۴ المان منیفلد ۶۷
- شکل ۴-۱۹ شبکه‌بندی نامنطبق ۴ با ۴ پوشش ریاضیاتی و ۴ المان منیفلد ۶۷
- شکل ۴-۲۰ شبکه‌بندی اجزای محدود توسعه یافته [11] ۶۷
- شکل ۴-۲۱ نمودار جابجایی افقی تیر در طول تیر ۶۸
- شکل ۴-۲۲ تیر دارای ترک لبه تحت کشش ۶۹
- شکل ۴-۲۳ شبکه‌بندی صفحه $(a=1m)$ ۷۰
- شکل ۴-۲۴ نمای نزدیک ۴ مسیر مورد نظر برای محاسبه انتگرال J ۷۱
- شکل ۴-۲۵ شبکه‌بندی صفحه $(a=0.7m)$ ۷۳

- شکل ۴-۲۶ نمودار ضریب شدت تنش مود ۱ برای طول ترک‌های مختلف ۷۳
- شکل ۴-۲۷ نمودار خطای ضریب شدت تنش مود ۱ محاسبه شده برای طول ترک‌های مختلف ۷۴
- شکل ۴-۲۸ کانتور جابجایی افقی ۷۵
- شکل ۴-۲۹ کانتور جابجایی قائم ۷۵
- شکل ۴-۳۰ تغییر شکل صفحه با بزرگنمایی ۶۰۰ برابر ۷۵
- شکل ۴-۳۱ نمودار تنش افقی صفحه دارای ترک لبه ۷۶
- شکل ۴-۳۲ نمودار تنش قائم صفحه دارای ترک لبه ۷۶
- شکل ۴-۳۳ نمودار تنش برشی صفحه دارای ترک لبه ۷۶
- شکل ۴-۳۴ صفحه حاوی ترک لبه تحت برش ۷۷
- شکل ۴-۳۵ شبکه‌بندی صفحه ۷۸
- شکل ۴-۳۶ شبکه‌بندی صفحه با ۳۸۴ المان ۷۹
- شکل ۴-۳۷ شبکه‌بندی صفحه با ۱۵۳۶ المان ۷۹
- شکل ۴-۳۸ کانتور جابجایی قائم صفحه حاوی ترک لبه تحت برش یکنواخت ۸۱
- شکل ۴-۳۹ کانتور جابجایی افقی صفحه تحت حاوی ترک لبه برش یکنواخت ۸۱
- شکل ۴-۴۰ کانتور توزیع تنش قائم صفحه حاوی ترک لبه تحت برش ۸۱
- شکل ۴-۴۱ کانتور توزیع تنش افقی صفحه حاوی ترک لبه تحت برش ۸۱
- شکل ۴-۴۲ کانتور توزیع تنش برشی صفحه حاوی ترک لبه تحت برش ۸۲
- شکل ۴-۴۳ نمودار تغییر شکل صفحه حاوی ترک لبه تحت برش ۸۲
- شکل ۴-۴۴ صفحه نامحدود حاوی ترک مورب و شرایط مرزی آن ۸۳
- شکل ۴-۴۵ شبکه‌بندی صفحه نامحدود حاوی ترک مرکزی ($\beta = 0$) ۸۴
- شکل ۴-۴۶ شبکه‌بندی صفحه نامحدود حاوی ترک مورب ($\beta = 15$) ۸۴
- شکل ۴-۴۷ نمودار مقایسه ضرایب شدت تنش مودهای یک و دو برای زوایای مختلف ترک حاصل از منیفلد و نتایج تحلیلی ۸۵
- شکل ۴-۴۸ نمودار خطای ضرایب شدت تنش مود ۱ محاسبه شده توسط منیفلد نسبت به پاسخ تحلیلی ۸۵

- شکل ۴-۴۹ نمودار خطای ضریب شدت تنش محاسبه شده مود ۲ توسط منیفلد نسبت به پاسخ تحلیلی
۸۶
- شکل ۴-۵۰ نمودار مقایسه زاویه رشد ترک برای زوایای مختلف ترک حاصل از منیفلد و نتایج تحلیلی
۸۶
- شکل ۴-۵۱ نمودار میزان خطای زاویه رشد ترک برای زوایای مختلف ترک در روش منیفلد نسبت به
نتایج تحلیلی ۸۷
- شکل ۴-۵۲ کانتور جابجایی قائم صفحه نامحدود حاوی ترک مرکزی تحت کشش ۸۷
- شکل ۴-۵۳ کانتور جابجایی افقی صفحه نامحدود حاوی ترک مرکزی تحت کشش ۸۸
- شکل ۴-۵۴ کانتور تنش قائم صفحه نامحدود حاوی ترک مرکزی تحت کشش ۸۸
- شکل ۴-۵۵ کانتور تنش افقی صفحه نامحدود حاوی ترک مرکزی تحت کشش ۸۹
- شکل ۴-۵۶ صفحه محدود حاوی دو ترک لبه ۹۰
- شکل ۴-۵۷ شبکه‌بندی شماره ۱ ۹۱
- شکل ۴-۵۸ شبکه‌بندی شماره ۲ ۹۱
- شکل ۴-۵۹ نمودار مقایسه ضریب شدت تنش مود یک حاصل از منیفلد و نتایج تحلیلی مش‌بندی شماره
یک ۹۱
- شکل ۴-۶۰ نمودار خطای ضریب شدت تنش مود یک حاصل از منیفلد نسبت به پاسخ تحلیلی مش شماره
یک ۹۲
- شکل ۴-۶۱ نمودار مقایسه ضریب شدت تنش مود یک حاصل از منیفلد و نتایج تحلیلی مش‌بندی شماره
دو ۹۲
- شکل ۴-۶۲ نمودار میزان خطای ضریب شدت تنش مود یک حاصل از منیفلد نسبت به پاسخ تحلیلی
مش‌بندی شماره دو ۹۳
- شکل ۴-۶۳ صفحه دارای ترک قوسی در مرکز ۹۵
- شکل ۴-۶۴ شبکه‌بندی شماره ۱ با ۲۸۸ پوشش ریاضیاتی ۹۵
- شکل ۴-۶۵ شبکه‌بندی شماره ۲ با ۶۴۸ پوشش ریاضیاتی ۹۶
- شکل ۴-۶۶ شبکه‌بندی شماره ۳ با ۸۰۰ پوشش ریاضیاتی ۹۶
- شکل ۴-۶۷ شبکه‌بندی اجزای محدود توسعه یافته [11] ۹۶

- شکل ۴-۶۸ کانتور جابجایی افقی صفحه نامحدود حاوی ترک قوسی ۹۷
- شکل ۴-۶۹ کانتور جابجایی قائم صفحه نامحدود حاوی ترک قوسی ۹۸
- شکل ۴-۷۰ تیر طره حاوی ترک در وسط تراز ارتفاعی تیر ۹۹
- شکل ۴-۷۱ شبکه‌بندی تیر دارای ترک در میانه و طول ترک ۲ متر ۹۹
- شکل ۴-۷۲ تغییر شکل صفحه ترک اولیه ۱۰۰
- شکل ۴-۷۳ تغییر شکل صفحه گام ۱ ۱۰۰
- شکل ۴-۷۴ تغییر شکل صفحه گام ۲ ۱۰۰
- شکل ۴-۷۵ تغییر شکل صفحه گام ۳ ۱۰۱
- شکل ۴-۷۶ تغییر شکل صفحه گام ۴ ۱۰۱
- شکل ۴-۷۷ تیر طره حاوی ترک با خروج از مرکزیت نسبت به وسط تراز ارتفاعی تیر ۱۰۲
- شکل ۴-۷۸ شبکه‌بندی تیر طره حاوی ترک با خروج از مرکزیت نسبت به وسط تراز ارتفاعی تیر .. ۱۰۲
- شکل ۴-۷۹ نمودار مقایسه مسیر گسترش ترک برای ۳ گام از روش منیفلد و ۴ گام از روش اجزاء محدود توسعه یافته ۱۰۳

فصل اول

کلیات

(۱) کلیات

(۱-۱) مقدمه

علم مکانیک شکست به بررسی فرایندهای جدایش سطوح در مواد بر اثر اعمال انواع تنش‌ها می‌پردازد. مقدار تنش بحرانی برای شکست، از تنش‌های لازم برای جدایش اتصال اتم‌های یک ماده بسیار پایین‌تر است. علت آن وجود ناهمگنی‌هایی مانند ریز ترک‌ها، مرزهای بین دانه‌ای، ذرات ناخالصی و عیوب شبکه‌ای می‌باشد. این عوامل باعث ایجاد تمرکز تنش‌های محلی شده و استحکام ماده را به صورت قابل ملاحظه‌ای کاهش می‌دهد.

امروزه وجود ابزاری ساده برای مطالعه سناریوهای مختلف مکانیک شکست در صنایع گوناگون مانند هوافضا، خودروسازی، مهندسی سازه، مهندسی ژئوتکنیک و... لازم و ضروری است. با توجه به حل بسیار پیچیده و پرهزینه و در برخی موارد ناممکن رفتار سازه‌ها و همچنین حجم عظیم داده‌های ورودی مسئله، استفاده از روش‌های عددی، جایگزینی مناسب برای شبیه‌سازی رفتار سازه‌ها است. روش عددی پیشنهادی برای شبیه‌سازی مسئله‌ها باید از نظر دقت و سرعت قابل توجیه باشد و همچنین باید قابلیت پاسخگویی به مسائل مختلف و یا یک مسئله در شرایط متفاوت را داشته باشد.

با گسترش مسائل مربوط به محیط‌های گسسته روش‌های عددی برای حل این حوزه از مسائل به وجود آمدند که از جمله آن‌ها می‌توان به روش تحلیل تغییر شکل‌های گسسته^۱ (DDA) روش المان‌های مجزا^۲ (DEM)، اجزاء محدود توسعه یافته^۳ ($XFEM$)، روش‌های بدون شبکه^۴ ($MESHLESS$) و روش عددی منیفلد^۵ (NMM) را نام برد.

در دهه‌های اخیر روش عددی منیفلد برای مدل‌سازی محیط‌های پیوسته و گسسته در یک سیستم واحد ابداع گردیده است. روش عددی منیفلد مزیت‌های هر دو نوع روش‌های عددی محیط پیوسته و گسسته را به صورت هم‌زمان دارا می‌باشد. این روش از دو شبکه ریاضیاتی و فیزیکی مستقل از هم جهت مدل‌سازی قسمت‌های پیوسته و ناپیوستگی‌ها استفاده می‌کند. با استقلال این دو شبکه از هم، نیاز به

¹ Discontinuous Deformation Analysis

² Discrete Element Method

³ Extended Finite Element Method

⁴ Meshless Method

⁵ Numerical Manifold Method

منطبق شدن شبکه‌بندی با سطوح گسستگی بر طرف شده است که از مزیت این ویژگی می‌توان به عدم نیاز به شبکه‌بندی مجدد هنگام تغییر هندسه مدل در طول تحلیل مسئله اشاره کرد. برای بهبود دقت و کاهش هزینه محاسباتی روش عددی منیفلد درجات بالا^۶ گسترش یافته است. با استفاده از روش عددی منیفلد درجات بالا می‌توان با به کار بردن توابع شبیه‌ساز محلی درجات بالا با هزینه محاسباتی کمتر، به نتایج دقیق‌تری دست یافت.

(۲-۱) طرح مسئله

در روش‌های عددی آنچه که مهم تلقی می‌گردد این موضوع است که روش عددی بتواند دقت بالا و هزینه محاسباتی کمتری داشته باشد. در اکثر روش‌های عددی مانند روش اجزاء محدود برای رسیدن به دقت بالاتر در نتایج مشکلاتی همچون نیاز به ریز شونده‌گی المان‌ها به وجود می‌آید. با این عمل تعداد المان‌های موجود در مسئله افزایش یافته و در نتیجه هزینه محاسباتی افزایش می‌یابد. علاوه بر این در مواردی که هندسه مسئله دارای پیچیدگی‌هایی مانند وجود بریدگی یا حفره باشد، نیاز به افزایش المان در نقاط دارای پیچیدگی الزامی است. استقلال شبکه ریاضیاتی و فیزیکی در روش عددی منیفلد باعث می‌شود که بدون افزایش تعداد المان‌های مسئله و با استفاده از توابع شبیه‌سازی درجات بالا دقت نتایج به دست آمده از مسئله افزایش یافته و هزینه محاسباتی نسبت به روش‌های عددی دیگر کم گردد. در این تحقیق به گسترش روابط روش عددی منیفلد درجات بالا با استفاده از المان سه گره‌ای پرداخته می‌شود و کاربرد این روش در مدل‌سازی ترک در مواد الاستیک خطی بررسی خواهد شد.

(۳-۱) سؤالات تحقیق

در توسعه روش عددی منیفلد درجات بالا با استفاده از المان سه گره‌ای برای تحلیل محیط‌های گسسته موارد ذیل پاسخ داده می‌شوند:

^۶ High Order Numerical Manifold Method

۱. شبیه‌سازی مسائل مکانیک شکست با روش عددی منیفلد با استفاده از المان سه گره‌ای چگونه انجام می‌گیرد؟
۲. استفاده هم‌زمان از توابع غنی‌ساز و توابع محلی درجات بالا در مدل‌سازی ترک چگونه انجام می‌گیرد؟
۳. روش‌های موجود در رفع مسئله وابستگی خطی در استفاده از توابع درجات بالا برای مدل‌سازی مسائل مکانیک شکست چقدر کارآمد و توانمند هستند؟
۴. تأثیر استفاده از شبیه‌سازی درجات بالا در دقت و سرعت نتایج به‌دست‌آمده چقدر است؟

۴-۱) نوآوری‌های تحقیق

۱. یکی از ویژگی‌های کم‌نظیر روش منیفلد، استقلال دو شبکه ریاضیاتی و فیزیکی در مدل‌سازی مسائل است. شبکه ریاضیاتی از اجتماع پوشش‌های ریاضیاتی تشکیل می‌گردد. این پوشش‌های ریاضیاتی می‌توانند هر شکلی دلخواهی داشته باشند. در این تحقیق از پوشش‌های ریاضیاتی مثلی منظم برای فرمولاسیون روش منیفلد استفاده شده است که سبب راحتی در شبکه‌بندی مسائل محیط‌های گسسته می‌شود.
۲. برای دستیابی به نتایج با دقت بالاتر و هزینه محاسباتی پایین در تحلیل استاتیکی محیط‌های گسسته از شبیه‌سازی درجات بالای روش عددی منیفلد استفاده شده است. برای این منظور توابع شبیه‌سازی محلی پوشش‌های ریاضیاتی به‌گونه‌ای تعریف شده‌اند که مسئله وابستگی خطی به طور کامل از مسئله حذف گردد.
۳. برای مدل‌سازی تکینگی تنش در نوک ترک در روش عددی منیفلد از توابع غنی‌ساز استفاده شده است و توابع حاصل از استفاده هم‌زمان از توابع غنی‌ساز و توابع محلی درجات بالا برای محاسبه پارامترهای ضریب شکست مورد استفاده قرار گرفته است.

۵-۱) فرضیات تحقیق

- محیط دو بعدی فرض شده است.

- منظور از محیط خشک در این مطالعه محیط جامد است که در آن رفتار مواد الاستیک خطی است. در این دسته از مواد، تنش دو بعدی و مواد ایزوتروپ هستند. همچنین تغییر شکل‌ها شبه استاتیک بوده و نیروهای حجمی در نظر گرفته نمی‌شوند.
- ترک اولیه در ابتدا در دامنه مسئله قرار دارد و مسئله ایجاد ترک اولیه در این تحقیق بررسی نشده است.

۶-۱) روش تحقیق

در این پایان‌نامه ابتدا به تشریح روابط موجود در روش عددی منیفلد درجات بالا جهت مدل-سازی ترک با استفاده از المان سه گره‌ای پرداخته شده است. سپس معادلات حاکم در تحلیل استاتیکی محیط گسسته الاستیک به وسیله روابط به دست آمده از روش عددی منیفلد با استفاده از المان سه گره‌ای درجات بالا و توابع غنی ساز نوشته شده است. در انتها یک برنامه رایانه‌ای جهت تحلیل مسائل حوزه شکست به وسیله روش پیشنهاد شده تولید و جهت سنجش صحت، توانایی و قدرت این روش به حل مسائل مکانیک شکست در جامدات پرداخته شده است و نتایج به دست آمده با نتایج تحلیلی مقایسه شده است.

۷-۱) ساختار تحقیق

پس از ارائه کلیات در این فصل، در فصل دوم ابتدا مقدمه‌ای بر مکانیک شکست معرفی شده و سپس به بررسی پیشینه روش عددی منیفلد و کاربرد آن در حوزه مسائل مکانیک شکست پرداخته شده است. در فصل سوم ابتدا روابط روش عددی منیفلد با استفاده از المان سه گره‌ای و توابع غنی ساز توسعه داده شده است و سپس معادلات حاکم در تحلیل استاتیکی مسائل به وسیله روابط به دست آمده حل می‌شود. در فصل چهارم به حل مثال‌های عددی مختلف برای محیط گسسته و مقایسه نتایج با روش‌های تحلیلی یا دیگر روش‌های عددی پرداخته شده است. نهایتاً در فصل پنجم نتیجه‌گیری و ارائه پیشنهادهایی برای تحقیقات آینده آورده شده است.

فصل دوم

ادبیات موضوع

۲) ادبیات موضوع

۲-۱) تاریخچه مکانیک شکست

شاید آزمایش‌های لئوناردو داوینچی را بتوان نخستین تلاش در ریشه‌یابی شکست در اجسام بشمار آورد. او هنگام اندازه‌گیری مقاومت مفتول‌های آهنی دریافت که مقاومت این سیم‌ها نسبت عکس با طول آن‌ها دارد. در واقع وجود تعداد بیشتری از ریز ترک‌ها در سطح سیم، امکان شکست در تنش کمتر را افزایش می‌دهد. اولین مطالعات اساسی زمینه شکست توسط گریفیث^۷ انجام شد. او طی انتشار مقاله‌ای در سال ۱۹۲۰ روش تحلیل تنش در اطراف یک سوراخ بیضی شکل را برای حل انتشار یک ترک ناپایدار استفاده نمود [1]. وی با استفاده از قانون اول ترمودینامیک توانست تئوری شکست را بر اساس یک تعادل ساده انرژی پایه‌گذاری نماید [2].

پس از کارهای گریفیث، ایروین^۸ با مطالعه کارهای گریفیث اقدام به تعمیم تئوری وی برای فلزات نمود و بیان نمود که برای رشد ترک علاوه بر انرژی سطحی، بایستی انرژی لازم برای غلبه بر جریان پلاستیک در اطراف ترک نیز فراهم گردد [3]. ایروین با توجه به مطالعات وسترگارد^۹ [4] که در آن روشی برای تحلیل تنش و تغییر مکان در نوک ترک ارائه گردیده بود، نشان داد که تنش و تغییر شکل در نوک ترک را می‌توان به عامل ثابتی ارتباط داد که رابطه مستقیمی با نرخ رهایی انرژی دارد [5]. که این عامل همان ضریب شدت تنش نامیده شد.

در طی سال‌های ۱۹۶۰ و ۱۹۶۱ تحقیقات گسترده در زمینه تحلیل پلاستیسیته تنش در اطراف نوک ترک انجام شد. از جمله ایروین با استفاده از مکانیک شکست خطی به ارائه مدل «تصحیح منطقه پلاستیک» مبادرت نمود [6]. داگدیل^{۱۰} و بارنبلات^{۱۱} هر کدام به توسعه مدل‌های واقعی‌تری بر اساس نوار باریک از ماده تسلیم شونده در نوک ترک نمودند [7]. ولز^{۱۲} معیار شکست بر مبنای تغییر مکان نوک ترک در ماده دارای تغییر شکل پلاستیک زیاد را ارائه داد [8].

⁷ Griffith

⁸ Irwin

⁹ Westergaard

¹⁰ Dugdale

¹¹ Barenblatt

¹² Wells

رایس^{۱۳} مفهوم نرخ رهایی انرژی را برای مواد با رفتار غیرخطی تعمیم داد و نشان داد که نرخ رهایی انرژی غیرخطی را می‌توان بر مبنای انتگرال خطی J در یک مسیر اختیاری در اطراف ترک محاسبه نمود [9].

از دهه ۹۰ میلادی به بعد توسعه مکانیک شکست در زمینه رفتار شکست غیرخطی وابسته به زمان نظیر ویسکوالاستیسیته و ویسکوپلاستیسیته متمرکز گردید.

مدل‌سازی مسائل حوزه شکست عموماً به دودسته مطالعات آزمایشگاهی و عددی تقسیم‌بندی می‌شود. زمینه مکانیک شکست محاسباتی در طی گذشت سالیان به بلوغ رسیده است با این وجود زمینه شکست هنوز به عنوان موضوعی چالش‌پذیر عنوان می‌شود و روش‌های نوینی جهت مدل‌سازی آن توسعه پیدا می‌کند. از روش‌های عددی که در طی سالیان اخیر مورد توجه محققین زمینه شکست بوده است می‌توان به روش‌های اجزاء محدود توسعه‌یافته ($XFEM$)، روش گالرکین بدون المان^{۱۴} ($EFGM$)، روش اجزاء محدود مرزی مقیاس شده^{۱۵} ($SBFEM$) که یک روش اجزاء محدود بر پایه اجزاء مرزی است و روش منیفلد (NMM) را نام برد.

روش اجزاء محدود توسعه‌یافته که در سال ۱۹۹۹ توسط مؤنر و همکاران^{۱۶} ابداع شد. به عنوان روشی توانمند جهت مدل‌سازی مسائل حوزه شکست و انواع ناپیوستگی شناخته شده است. در این روش مشکلات مدل‌سازی مسائل شکست با روش اجزاء محدود همچون اجتناب ناپذیری از انطباق ناپیوستگی بر شبکه اجزاء محدود و نیاز به مش‌بندی مجدد در هر گام از رشد ترک رفع شده است. یکی از ضعف‌های روش اجزاء محدود توسعه‌یافته جهت مدل‌سازی شکست استفاده از تقریب غنی شده است که در مدل‌سازی ترک‌های متقاطع و شاخه‌ای حجم محاسبات را افزایش می‌دهد. در حوزه مکانیک شکست الاستیک خطی این روش از توابع غنی ساز تقریب^{۱۷} نوک ترک جهت مدل‌سازی میدان جابه‌جایی در المان حاوی نوک ترک و تابع پله‌ای^{۱۸} جهت مدل‌سازی ناپیوستگی در المانی که به‌وسیله ترک بریده شده است، استفاده می‌کند. مطالعات فراوانی در طی دو دهه گذشته در این زمینه

¹³ Rice

¹⁴ Element-Free Galerkin Method

¹⁵ Scaled Boundary Finite Element Method

¹⁶ Moes et al

¹⁷ asymptotic basis functions

¹⁸ Heaviside function