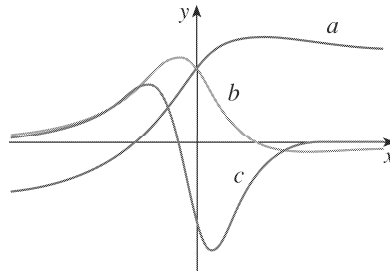


(۱) (i) نشان دهید برای هر  $x > 0$ ،  $x + \frac{1}{x} \geq 2$ .

(ii) فرض کنید  $a$  و  $b$  دو عدد مثبت باشند،  $x_1 = b$  و به ازای هر  $n \geq 1$   $x_{n+1} = \frac{1}{4} \left( x_n + \frac{a}{x_n} \right)$  نشان دهید دنباله  $\{x_n\}$  همگراست و حد آن را بیابید.

(۲) با استفاده از تعریف حد نشان دهید  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x+1}{(x-1)^2} = \infty$ .

(۳) در شکل زیر نمودارهای  $f$ ،  $f'$  و  $f''$  نشان داده شده‌اند. هر یک از این منحنی‌ها را مشخص کنید. برای پاسخ خود دلیل بیاورید.



(۴) فرض کنید تابع حقیقی  $f$  بر  $[a, b]$  پیوسته و  $f''$  بر  $(a, b)$  موجود باشد. اگر  $c$  بین  $a$  و  $b$  باشد که  $f(c) < \min\{f(a), f(b)\}$ ، نشان دهید  $\ell$  وجود دارد که  $f''(\ell) > 0$ .

(۵) فرض کنید  $h$  تابعی است که  $h(2) = 4$  و برای هر  $x$ ،  $h'(x) = \sqrt{x^2 + 5}$ .

(i) با استفاده از چندجمله‌ای تیلور درجه ۲ تقریبی برای  $h(1.95)$  به دست آورید.

(ii) حداکثر خطای این تقریب چقدر است؟

(۶) قیفی کاغذی به شکل مخروطی است که ارتفاع آن ۱۰ cm و شعاعش در بالا ۳ cm است. اگر آب با آهنگ  $2 \text{ cm}^3/\text{s}$  در قیف ریخته شود وقتی که ارتفاع آب ۵ cm است، سطح آب با چه آهنگی بالا می‌آید؟

۱	۲	۳	۴	۵	۶	توزیع نمرات
۱۵	۱۰	۵	۱۰	۱۰	۱۰	

موفق باشید.