

بسمه تعالی

تمرینات مربوط به انتگرال نامعین

(۱) هریک از انتگرال‌های نامعین زیر را با استفاده از تکنیک‌های مناسب حل کنید. روش‌های حل ممکن دیگری که برای حل انتگرال‌های مزبور وجود دارد نیز به کار ببرید. سپس جواب آن‌ها را با هم مقایسه کنید.

$$۱) \int \frac{x^2}{(1-x)^{100}} dx,$$

$$۳) \int \frac{dx}{\sqrt{x+1} - \sqrt{x-1}},$$

$$۵) \int \frac{\sqrt{\ln(x + \sqrt{x^2 + 1})}}{x^2 + 1} dx,$$

$$۷) \int \frac{\sqrt{x^2 + 1} - \sqrt{x^2 - 1}}{\sqrt{x^4 - 1}} dx,$$

$$۹) \int \frac{dx}{1 + \sin x},$$

$$۱۱) \int \frac{dx}{(x+1)^2 \sqrt{x^2 + 2x}},$$

$$۱۳) \int \frac{\cos x}{\sin^2 x - 6 \sin x + 12} dx,$$

$$۱۵) \int \frac{x^4}{x^4 - 1} dx,$$

$$۱۷) \int \frac{dx}{(1+x^2)^2},$$

$$۱۹) \int \frac{dx}{(x^4 - 1)^2},$$

$$۲۱) \int \sqrt[2]{\frac{x+1}{x-1}} dx,$$

$$۲۳) \int \frac{dx}{(1+x)\sqrt{1+x+x^2}} dx,$$

$$۲۵) \int \frac{dx}{\sqrt{1-x^2-1}},$$

$$۲) \int \frac{x dx}{\sqrt[2]{1-3x}},$$

$$۴) \int \frac{\sinh 2x}{\sqrt{\sinh^2 x + \cosh^2 x}} dx,$$

$$۶) \int \frac{2^{x+1} - 5^{x+1}}{10^x} dx,$$

$$۸) \int \frac{dx}{\sqrt{2-3x^2}},$$

$$۱۰) \int \frac{x^2 - 5x^2 + 11x - 6}{\sqrt{x^2 + 4x + 3}} dx,$$

$$۱۲) \int \frac{(x^2 - 1)dx}{x\sqrt{1+3x^2+x^4}},$$

$$۱۴) \int \frac{x^3 - 1}{4x^3 - x} dx,$$

$$۱۶) \int \frac{dx}{x^4 + x^2 + 1},$$

$$۱۸) \int \frac{3x + 5}{(x^2 + 2x + 2)^2} dx,$$

$$۲۰) \int \frac{dx}{\sqrt{x} + \sqrt[3]{x}},$$

$$۲۲) \int \frac{dx}{x\sqrt{x^2 + 4x - 4}},$$

$$۲۴) \int \frac{1 - \sqrt{1+x+x^2}}{x\sqrt{1+x+x^2}} dx,$$

$$۲۶) \int \frac{dx}{\sqrt{(2x-x^2)^2}}.$$

(۲) ثابت کنید اگر $y = ax^2 + bx + c$, $a \neq 0$ آنگاه

$$\int \frac{dx}{\sqrt{y}} = \frac{1}{\sqrt{a}} \ln\left(\frac{y'}{2} + \sqrt{ay}\right) + c, \quad a > 0$$
$$\int \frac{dx}{\sqrt{y}} = \frac{1}{\sqrt{-a}} \arcsin\left(\frac{-y'}{\sqrt{b^2 - 4ac}}\right) + c, \quad a < 0$$